



OPUSCULUM QUARTUM

DE INSTRUMENTORUM APPARATU, ET USU.



INSTRUMENTORUM, quæ in nostra expeditione adhibuimus, aliquanto accuratiorem descriptionem proponam hoc opusculo, schematis etiam adjectis, ad rem illustrandam magis; sunt enim nonnulla, quæ ad usus astronomicos satis opportuna fore censeo, quæ conabor, ut, quoad ejus fieri possit, exponam dilucide, licet illud sane videam latini sermonis inopiam in hoc instrumentorum genere Veteribus prorsus incognito, ingens esse ad perspicuitatem obstaculum.

Opusculi argumentum.

2. Ad tria autem capita omne instrumentorum adhibitorum genus reducam. Primo capite complectar ea, quæ pertinent ad observationes Astronomicas, omnium maxime delicatas, in quibus nimirum unius etiam minuti secundi error, quantum fieri potest, est evitandus: secundo ea, quæ pertinent ad mensuram angulorum in terrestribus triangulis: tertio ea, quæ pertinent ad mensuram basis. Quoniam autem observationes astronomicæ instituuntur ope sectoris, anguli autem in terrestribus triangulis ope quadrantis; idcirco agam capite primo de sectore, capite secundo de quadrante, ac diligenter exponam,

Ejusdem divisione tripartita.

ponam, quid in constructione, in rectificatione, in usu utriusque sit præstitum, quod nimirum commemoratione dignum videbitur.

C A P U T I.

De Sectore.

Quid sit sector
Geometricis,
quid Astrono-
mis, quid hic
Auctori.

3. **S**ectorem appellare solent Geometræ partem circularis areæ clausam arcu aliquo circuli, & binis radiis a centro ipsius circuli tendentibus ad extrema arcus puncta. At Astronomi, sectoris nomine appellant instrumentum, in quo adfit limbus circularis formæ aliquot graduum, quem etiam unica regula a centro circuli ad ejus medium ducta sustineat. Mihi autem libuit potius regulæ longiori transversum rectilineum limbum adnectere, ut adeo crucem referat potius, quam sectorem. Adhuc tamen, quoniam idem præstat in dimensione arcus cælestis intercepti inter Zenith, & Fixam aliquam, quod verus sector; sectoris nomine hoc etiam instrumentum meum appellabo.

Sectoris positio.
Tab. 2. F. 1.

4. Exhibet eum collocatum in situ debito, & ad observationes ineundas dispositum in tabula 2. figura 1. Ejus autem partes varix sequentibus ejusdem tabulæ figuris exhibentur.

Sustentaculum,
ex quo is pendet.
Tab. 2. F. 1.

5. In ipsa figura 1. $aAa'A'B$ exprimit sustentaculum ferreum ipsius sectoris, ex quo nimirum is suspenditur. Ipsum exhibetur multo clarius in fig. 2, quam deinde exponam seorsum, quod quidem, & in sequentibus intelligi volo, ubi partem aliquam in fig. 1. adumbratam, aliqua e reliquis clarius exprimi dicam, quas omnes deinde seorsum exhibebo.

Regula in imo
transversa cum
limbo.

6. Ex B pendet crassior regula ferrea BDQ , quæ cum adjectis præterea quibusdam tabellis exhibetur in fig. 3. Ipsa regula in ima sui parte EQE' definit in crucem quandam, sive hinc, & inde ad angulos rectos excurrit, ubi & lim-

limbum habet ex aurichalcho sibi adnexum cum lamella mobili, quæ divisiones continet, & ope cochleæ appositæ in *E* cum micrometro potest aliquantulum procur-
rere versus *E'*. Limbum ipsum exhibet figura 3 in *EE'*, & multo clarius ejus partem anteriorem cum divisionibus figura 4 in *EE'*, posteriorem autem transversæ regulæ faciem exhibet figura 5 in *E'E*, cum micrometri cochleæ, cujus partem illam, quæ secum defert lamellam mobilem, exhibet fig. 6, circulum autem cum indice fig. 7.

Tab. 2. F. 1

3
4
5
6
7

7 Eiden ferreæ regulæ in *C* adnexa est ex aurichalcho machinula acum continens, ex qua pendulum *CM* demittitur. Ipsa machinula motu circa axem aperiri potest ita, ut acuetiam dimota centrum sectoris, ex quo filum suspenditur, liberum relinquatur. Eam machinulam clausam, & oblique spectatam exhibet fig. 8, clausam & transversim inspectam fig. 9, semiapertam, & transversim inspectam fig. 10 penitus apertam, & projectam in ipsum regulæ planum fig. 3 in *C*.

Tab. 2. F. 1.

Centrum sectoris.

Tab. 2. F. 8

9
10
3

8. Ipsi ferreæ regulæ ex eadem parte limbi, & centri ferruminatæ sunt lamellæ crassiores ex aurichalcho *D'*, *D*, *d'*, *d* ad certas distantias, quarum usum inferius indicabo. Earum unam in fig. 4 videre est in *D*.

Lamella regulæ ferreæ.

Tab. 2. F. 1

4

9. E posteriori regulæ parte habetur telescopium *HH'*, cujus objectiva lens, ipsi immediate adnectitur in *H* ratione quadam peculiari, quæ in fig. 11, & 12 exponetur. Ab *H* ad *H'* habetur tubus ex tenui ferrea lamina stanno obducta, quam Itali dicunt *la latta*, Galli ferrum album. Is tubus adnectitur regulæ ferreæ pluribus brachiolis ex aurichalcho amplioribus, & tenacissime ferruminatis tam cum regula ferrea, quam cum tubo, quæ quidem multo breviora sunt, quam figura exhibeat, in qua, ut distinctius videri posset, aliquanto remotius a regula delineatum est telescopium, quod ipsi regulæ est quamproximum. Circa *H'* vero ipsi regulæ arctissime 3 cochleis adnexa est machinula ex aurichalcho, quæ habet fila argentea se ad angulos rectos decussantia aptanda ipsi foco lentis objectivæ.

Telescopium regulæ adnexum.

Tab. 2. F. 1

11
12

Tab. 2. F. 3

14

15

væ. Eam machinulam exhibet fig. 3. Tum, quæ pertinent ad ocularem lentem adjungendam, & fila illuminanda, habentur in fig. 14, & 15.

Regula ferrea
transversa super-
rior.

Tab. 2. F. 1.

10. Ipsi ferreæ regulæ longiori BDQ alia transversa regula ferrea FF' aliquanto supra EE' additur e posteriori parte ita, ut transeat inter ipsam, & tubum, ac adstringitur ope binarum cochlearum per regulam itidem ferream inflexam, & ex anteriori parte adstrictam ita, ut inter utramque ipsa longior regula BDQ transeat. Eam in fig. 4 refert itidem FF' , & earundem sectionem perpendicularem exhibet figura 16.

Regula Posterior
cum cochleis, &
ponderibus.

Tab. 2. F. 1.

16

11. Aliquanto post ipsam regulam BDQ , & tubum HH' , e regione ipsius FF' , habetur in positione ad sensum lineæ meridianæ multo crassior, ac longior ferrea regula GG' , vel muro infixæ, vel tignis ita, ut omnino commoveri non possit. In ipsa habentur plurima foramina cochlearia, per quorum bina transeunt longiores ferreæ cochleæ IF , $I'F'$ pertingentes ad laminam FF' . Præterea e binis punctis ipsius laminæ FF' prodeunt bina fila FK , $F'K'$, quæ advoluta regulæ GG' sustinent binos plumbeos cylindros, L , L' ponderis non ita exigui. Projectionem autem regulæ GG' , FF' , BDQ , tubi cochlearum, & filorum in plano horizontali exhibet figura 16.

Brachiolum cum
cochlea.

Tab. 2. F. 1.

18

12. Demum regulæ ipsi GG' arcte adstringitur in R ope binarum cochlearum brachium NOV ita inflexum in O , ut NO jaceat in situ verticali, OV in situ horizontali, paullo nimirum altior, quam sit regula EE' , ut alterum brachiolum ST ipsi adnexum inferne circa P foramen habere possit respondens superiori parti laterum E, E' regulæ transversæ EE' , per quod trajecta cochlea possit ipsum latus urgere. Hujusmodi brachium, cum brachiolo, & cochlea exhibet fig. 18.

Positio sectoris
facile obtinenda

Tab. 2. F. 1.

13. Hisce utcumque indicatis, jam singula multo diligentius exponenda sunt. Sed interea illud vel hinc monendum duco, commodissimam hanc evidenter esse sectoris suspensionem, qui nimirum in B libere pendeat
sine

sine curvaturæ periculo, tum vero ope cochlearum $IF, I'F'$, alterâ ex iis promotâ possit in latus converti ita, ut acquirat positionem meridianæ lineæ parallelam: deinde vero utrâque promotâ, vel retracta, possit promoveri, vel retrahi, donec acquirat positionem verticalis plani, teste filo penduli CM , quod ita adjaceat limbo EE' , ut ipsum tantum non contingat; quo quidem factò, jacebit ipsius planum in plano meridiani. Porro pondera L, L' ipsum ad cochleas apprimunt ita, ut cochleæ quidem accessum ad regulam GG' impediunt, pondera ipsa recessum; unde fiat, ut e verticali Meridiani ipsius plano, in quo semel constitutus fuerit, dimoveri omnino non possit,

14. Quod si prius toti regulæ BQ in plano Meridiani utcumque constitutæ detur utcumque inclinatio illa, quam requirit distantia a zenith Fixæ observandæ, ac pro cochleis $IF, I'F'$ selecta fuerint e tot saraminibus regulæ GG' illa, quæ ejusmodi positioni respondeant, tum itidem brachium NOV affixum fuerit ipsi regulæ GG' ex ea plaga, in quam tota sectoris moles inclinata fertur suo ipsius pondere, ac brachiolum ST adnexum fuerit ipsi brachio OV in ea sui parte, in qua cochlea PE' pertingere debeat ad ipsam superiorem partem lateris E' regulæ EE' ; patet, ab ipsa cochlea ita determinari sectoris positionem, ut nullum per se motum habere possit, & solum ope ipsius cochleæ augeri, vel minui posse inclinationem sectoris, ut libuerit, ut nimirum deinde ubi Fixa observanda campum telescopii subierit, possit adduci ad eam illud e filis ipsius telescopii positus in foco lentis objectivæ, quod est plano Meridiani perpendiculare, & quod ubi præstitum fuerit, Fixa per ipsam filorum intersectionem transibit; ac distantia fili CM a media regula EE' , quam indicabit mobilis lamella promotâ ope cochleæ E , donec una ex divisionibus ipsius congruat cum filo penduli ejusdem CQ , exhibebit distantiam Fixæ a zenith. Sed de his iterum infra.

Sectoris firmitas, collocatio ad observandam certam Fixam.

Sustentaculum
sectoris.
Tab. 2. F. 1
2

15. Ut jam eodem ordine, quo cursum perlustravimus figuram 1, singulas, ejus partes consideremus, ordiendum est ab ejus suspensione $aAa'A'B$, quæ in fig. 2. habetur aliquanto clarius. Refert AA' ferream regulam, vel potius trabeculam collocandam in situ horizontali, cujus videmus latus verticale AA' . Eam fulcit similis regula aa' , quarum utraque vel muro, vel tignis laquearis, aut tecti est firmissime adstringenda. In ejus faciebus horizontalibus EE' , ee' adest foramen verticale, cui imminet anulus ferreus EE' , qui si e superiori parte nonnihil convexus sit, & admodum levis, erit aptior ad conversionem sectoris præstandam facilius. Foramini, & regulæ AA' , & anuli EE' , inseritur massa ferrea eBe' desinens in cylindrum per ea foramina traductum usque ad F , in quo habetur in G foramen horizontale, per quod ferrea virga horizontalis traducitur, quæ anulo EE' innititur, & totum sustinet pondus massæ ferreæ BF , ac sectoris BD ipsi appensi, quæ virga si cylindrica sit, & levis, ut in binis punctis convexam, & levem anuli superficiem contingat, tota massa BF cum adjecto sectore BD admodum facile circa axem BF gyrare poterit.

Modus sectorem
inde suspenden-
di.

Tab. 2. F. 2.

16. Habet autem massa eBe aperturam infra B , cui sectoris regula BD inferi possit. In ipsa regula est foramen circulare, quod cernitur in figura 3 prope B , & ipsi respondent bina foramina massæ eBe hinc, & inde ab apertura, per quæ, & per foramen regulæ BD traducitur axis ferreus cylindricus Ii , cujus caput alterum i crassius ipso foramine ulterius progredi non possit, alterum autem caput in cochleam conformatum cochleam cavam excipiat, ut ipse cylindrus Ii e suis foraminibus egredi nequaquam possit. Hujus machinamenti dimensiones, sive longitudo spectetur, sive latitudo, sive crassitudo, arbitrariæ sunt omnes, ut patet, dummodo satis firmum sit sustentaculum.

Situs sustenta-
culi.

17. His ita dispositis tota machina ita infigenda erit in Aa muro, vel laqueari, ut AA' jaceat quamproxime in

me in plano horizontali, & proxime in directione meridiani, tum apertura B motu circulari totius massæ ferreæ circa suum axem ita collocanda erit, ut sit ad sensum parallela ipsi AA' ut fere exhibet figura 1, non perpendicularis, ut exhibet figura 2. Tum enim immisâ in eam aperturam regulâ BQ , patet regulam EE' , & planum sectoris fore proxime in plano Meridiani. Ita directio telescopi HH' non incurret in regulam AA' , sive id jaceat ad ortum, limbo EE' jacente ad occasum, sive contra; sed radios telescopium ipsum libere excipiet, utcumque fatis proximum sit ipsi regulæ ferreæ BDQ . Poterit autem admodum facile circa cylindrum illum Ii figuræ 2 positum in B figuræ 1, ut axem, moveri in latus ope cochleæ PE' totus sector.

Tab. 2. F. 1
2

18. Porro ad habendam illam, quam dicimus sectoris verificationem, de qua paullo infra, oportet convertere sectorem ita, ut aliquando Fixa eadem observetur limbo sectoris obverso in orientem, aliquando in occidentem. Id admodum facile præstabitur ob facilem in fig. 2. motum circa axem BF . Sed interea in fig. 1. oportebit liberare regulam FF' a ponderibus LKF , $L'K'F'$. Ne cogamur elevare pondera L, L' supra regulam G, G' in K, K' , ipsi filo KL alligavi in L unicum, & ponderi L adjeci anulum. Ita facile pondera deimebantur, ac restituebantur, & filo utroque LK , cum suo uncinulo retracto ad F , fiebat conversio brevissimo tempore.

Facilitas conversionis.

19. Conversione facta illud erat incommodum, quod cum media crassitudo regulæ FF' non responderet mediæ crassitudini regulæ BDQ , si ante conversionem planum sectoris congruebat cum plano meridiani, post conversionem, jam debebat esse nonnihil inclinatum. Cito admodum ei etiam malo remedium adhibebatur promovendo, vel retrahendo æque utramque cochleam IF certo spirarum numero, qui semper erat idem, nimirum respondens duplæ distantie mediæ crassitudinis alterius ex illis regulis a media crassitudine alterius, quo pacto iterum

Incommodum conversionis evitatum.

rum teste penduli filo restituebatur admodum cito positio verticalis. Sed si regula FF' non fiat plana, & post regulam BQ posita, sed incavata, vel inflexa ita, ut rite illa media crassitudinum respondeant sibi invicem; conversione facta haberi potest illico accuratissima sectoris positio ita, ut eodem die liceat eandem Fixam observare cum utraque sectoris positione. Sed ea de re iterum inferius.

Regula longior
Tab. 2. F. 1.

20. Dicendum nunc de regula ferrea BQ fig. 1. Ea in longitudinem excurrit aliquanto ultra pedes parisienses 9 (utar autem mensura ejus pedis, qui, ut constat, dividitur in pollices 12, & singuli pollices in 12 lineas; continet autem fere sesquipalmum Romanum). Sunt nimirum a medio lamellæ mobilis EE' ad centrum Sectoris C pedes 9 accurate. Porro ipsa regula est lata pollices duos, crassa lineas 5, regula autem transversa EE' est per 2 pollices longior uno pede, lata pollices fere tres crassa itidem lineas 5.

Foramen regu-
læ ferreæ.
Tab. 2. F. 2.

21. In summa ipsa regula habetur in primis foramen in B , quod debet esse levigatum, & amplius cylindro Iz figuræ 2 ipsi inferendo, ut nimirum ope cochleæ PE' figuræ 1 possit admodum facile inclinari sector in latus.

Laminæ Limbi.
Tab. 2. F. 1

4

22. In ima regula est in fig. 1 limbus EE' , qui aliquanto diligentius est describendus. Eum exhibet fig. 4. Regulæ ferreæ $AA'C'C$ latæ in AC pollices fere tres ferruminata inest similiter lamina aurichalchica $GG'C'C$ lata lineas 21 crassa lineas 2, supra quam sunt tres laminæ itidem aurichalchicæ $GG'I'I$, $II'O'O$, $OO'C'C$ æque latæ, nimirum septenum linearum singulæ, & crassæ lineas ternas. Binæ extremæ ferruminatæ itidem sunt cum inferiori illa lamina, & cum ipsa immobiles. Media ex iis tribus, nimirum $II'O'O$ ipsis inclusa, promoveri potest ope cochleæ E ita, ut ex parte E procurrat fere per unum pollicem. Quo autem pacto id fiat, jam videbimus. Interea notandum illud, hac lamina contineri divisiones. Ea ope trium rectarum parallelarum ipsis II' , OO' divisæ est in quinque intervalla. Linea media est ea, quæ æquivalet

let arcui sectoris, est autem tangens arcus, qui in sectoribus describi solet. Eam appellabimus lineam mediam lamellæ mobilis. Divisa est in pollices, ac singuli pollices bifariam divisi, tum semipollices singuli in ternis spatia æqualia continentia binas lineas singula. Divisiones hujusmodi perficiuntur rectis perpendicularibus ipsi lineæ mediæ lamellæ mobilis, quarum quæ pollices terminant, pertingunt ad ipsas II' , OO' ; quæ pollices ipsos bifariam secant, pertinent ad binas rectas interjectas ipsi II' , & mediæ lineæ lamellæ mobilis; quæ dimidios pollices in binas lineas secant, vix tantillum hinc, & inde excurrunt a media linea.

23. Ut autem appareat, quo pacto ope cochleæ E habeatur mobilitas laminæ mediæ, inspiciatur fig. 5. In ea habetur lamella AB aurichalchica adstricta plano regulæ ferreæ binis cochleis. Ipsa perpendiculariter inflexa assurgit in D , & excipit cochleam EE . Ea cochlea traducitur per cochleam cavam perforatam in cursore aurichalchico P . Porro ipsa regula ferrea, & lamina prima aurichalchica illa, super qua excurrit lamina mobilis, crenam habent, illa ampliorem hinc, & inde a cochlea EF , quam figura exhibet, hæc arctiorem, quam ipsa cochlea tegit. Per eam crenam ope binarum cochlearum, quas itidem figura utcumque indicat hinc, & inde a cylindro P , versus E , & versus F adstringitur laminæ mobili lamella conjuncta ipsi cursori. Conversione autem cochleæ E promovetur cursor P versus F , & laminam mobilem secum defert. Ne autem lamina mobilis dum promovetur huc illuc, possit removeri a regula ferrea, & a lamella aurichalchica ipsi adjuncta, super quam debet excurrere, binis aliis crenis amplioribus $HIKL$, $H'I'K'L'$ excavatis ex ipsa lamina ferrea inseritur frustum M , lamellæ aurichalchicæ connexum cum regula mobili ope cochleæ, quæ transit per crenam arctiorem $no, n'o'$ excavatam in priore illa lamella aurichalchica adhærente regulæ ferreæ. Excurrunt enim frustra lamellarum M , M' intra crenas $HIKL$, $H'I'K'L'$ su-

Lamellæ mobilis nexus cum reliquis.
Tab. 2. F. 5.

$H'I'K'L'$ super priore lamina aurichalchica, & impedimento sunt, ne lamina mobilis limbi, cui adherent, possit a lamina immobili, super quam perlabitur, quidquam recedere.

Cursoris explicatio clarior.
Tab. 2. F. 6.

24. Cursorem P , cum crenis suis, & cochleis multo clarius exprimit fig. 6, in qua $Q'Q'R'R$ exprimit superficiem laminæ aurichalchicæ connexæ cum regula ferrea, patentem e parte posteriori per crenam excavatam in ipsa regula ferrea: $SS'T'T$ est crena arctior excavata in ipsa lamina aurichalchica fixa: $VV'X'X$ est lamina deferens cursorem P ope binarum cochlearum in VX , $V'X'$ connexa cum lamina mobili, cujus planum per crenam in lamina fixa excavatam conspicuum refert $SST'T$.

Micrometrum adjectum laminæ mobili.
Tab. 2. F. 4

5

6

7

25. Patet igitur, conversione cochleæ E (fig. 4.) debere promoveri in fig. 5 tres cursores P , M , M' ultro. citroque supra laminam internam fixam (in fig. 4.) $GG'C'C$ adhaerentem regulæ ferreæ, inter laminas $GG'I'I$, $CC'O'O$ itidem immobiles, & ipsi laminæ internæ fixæ connexas. Cochlea autem E indicem habet sibi adnexum, quem in fig. 7 exprimit EI . Dum cochlea E figuræ 4 convertitur circa proprium axem, in fig. 7 cuspis I indicis EI percurrit circumferentiam circuli $ICAG$, cujus diametrum in fig. 4 exhibet GC . Ipsa vero peripheria $GICA$ figuræ 7, divisa est in partes 180, sive in binos gradus, ac denis quibusque partibus adscripti sunt numeri, quas nimirum partes singularum conversionum cochleæ, & indicis exhibet indiculus Bb , qui ope cochleæ adnectitur laminæ fixæ $GG'I'I$ figuræ 4, & revolutionum integrarum intervalla notata sunt prope lineam li in margine lamellæ mobilis ab ad D . Ei enim numero conversionum integrarum respondet procurfus lamellæ mobilis æqualis crassitudini unius cujuscunque spiræ, per quam cursor P figuræ 5, & 6 promovetur in singulis conversionibus. In nostro sectore erant earum quina divisionum intervalla fere æqualia singulis intervallis binarum linearum, sive sextantibus singulorum pollicum, ac singulæ conversiones cochleæ ferebant

rebant secum cursores, & lamellam mobilem fere per quintam partem intervallorum eorundem ita, ut ad promovendam lamellam per dimidium pollicem requirerentur satis proxime 15 conversiones cochleæ ipsius.

26. Ad habendam vero accuratam divisionem in intervalla respondentia integris conversionibus, satis est notare in fig. 4 punctum *b*, quod cuspis indicis *Bb* indicat in lamina mobili collocata ita, ut circulum *GC* contingat, nec ad partes *E'* quidquam excurrat; tum conversionibus cochleæ *E* continuis lamellam ipsam promoveri versus *E'*, quantum licet, & interea notare ejus puncta appellentia ad *b* post conversiones singulas; quo pacto ipsa machinula per sese exhibebit divisiones necessarias in *BD* ad numerationem integrarum conversionum.

Ratio divisionis pro conversionibus integris.
Tab. 2. F. 4.

27. Jam vero ea ratione cochlea *E* cum indiculo *Bb* figuræ 4, & divisione peripheriæ *AGIC* figuræ 7 præstat munus micrometri cujusdam. Nam, ut paullo infra videbimus, indice *EI* figuræ 7 promoti per 3 particulas, lamina ita promovetur, ut fig. 1 angulum ex centro *C* subtendat quamproxime æqualem uni secundo. Præstiterat autem Artifex omnia diligentissime. Nam & lamina mobilis a fixa nunquam recedebat, & cochlea *EF* figuræ 5 admodum æquabiles habebat spiras, admodum æquabilibus insertas spiras intra cursorem *P*, ut æquali conversioni cochleæ responderet æqualis procursus laminæ mobilis, in quo potissimum omnis hujusce instrumenti perfectio est sita.

Micrometrū accuratissimum.
Tab. 2. F. 1

2
3
4
5
7

28. Videndum superest demum, quid sint binæ illæ veluti fenestræ *io, i'o'* figuræ 4. Sunt quidem eæ omnino fenestræ, quas, ut merum quendam non mihi, sed aliis eximerem scrupulum astronomicum, seu mechanicum, adjeci. Sunt nimirum binæ lamellæ ex aurichalco perforatæ, & in ipso foramine munitæ vitro. Excurrunt lamellæ hujusmodi, ut figura exhibet, nonnihil ultra laminam mobilem, & ope cochlearum adstringuntur earum capita in *i, o*, ut & in *i', o'*. Vitri

Duplex fenestra cum vitris.
Tab. 2. F. 4.

C c

super-

superficies inferior habet tenuissimam rectam lineam, lineæ mediæ EE' perpendicularem, & ipsam contingit laminam mobilem ita, ut sine ullo periculo parallaxeos indicare possit, in quo situ cochleæ E , & indicis EI figuræ 7 respondeat illi tenui lineolæ aliqua e divisionibus lamellæ mobilis, sub ipso vitro liberè excurrentis ope cochleæ E .

Distantia inter
lineas in vitris
incisas.

29. Porro ita hasce laminas, & vitra, aptari curaveram, ut binæ tenues illæ lineæ responderent divisionibus a medio hinc, & inde distantibus per senos pollices quamproxime, & quantum differret intervallum inter binas ejusmodi vitreas lineas ab intervallo unius pedis, sive pollicum 12 (admodum enim difficile est ita accurate eas collocare, ut omnino respondeant extremis limitibus unius pedis) facile tam Romæ, quam Arimini cognoscebatur. Satis enim erat ita ope cochleæ movere laminam mobilem, ut primus pedis limes deveniret ad lineam in vitro priore ductam, & nosse indicis statum in ipsa conjunctione divisionis laminæ mobilis, cum ea linea in vitro designata, tum ubi id repetitis observationibus probe constitisset in priore chrystallo, idem præstare in posteriore. Si enim utrobique eadem esset positio indicis in utroque appulsu, patebat intervalla accurate æqualia esse; sin minus, differentia binorum numerorum a cuspide indicis notatorum in iis binis casibus prodebat differentiam intervalli inter binas lineas vitrorum, & pedem integrum binis lamellæ mobilis divisionibus terminatum.

Earum usus ad
explorandum ef-
fectum caloris.

30. Id autem idcirco curandum duxi, ut immediate per observationem constaret, nihil timendum esse e majore dilatatione aurichalchi, quam ferri per calorem facta. Quoniam sectoris regulæ sunt ferreæ, & lamina mobilis est ex aurichalco, constat autem observationibus certissimis dilatari minus ferrum, quam aurichalchum, caloris vi; eadem partes laminæ mobilis respectu radii sectoris, sive distantie centri, ex quo pendulum pen-

pendet, dilatantur magis, & proinde subtendent plura minuta secunda, ubi calor est major, quam ubi est minor. Constat illud, in adeo exiguo tractu respectu radii differentiam dilationis adeo exiguam esse debere, ut in observationes nullus inde error, qui sensu percipi possit, promanet. Adhuc tamen censui, id ipsum immediata observatione potius definiendum esse, si possit, quam ex ratiocinationibus, quæ adhiberi solent ad eam rem, derivandam. Constat autem, ut inferius iterum commemorabo, translato sectore ex Urbe Ariminum, & inde Romam, utcumque mutato nonnihil caloris gradu, intervallum inter bina vitra fuisse semper idem respectu laminæ mobilis; adeoque laminam ipsam mobilem aurichalchicam nihil ad sensum magis, quam ferream regulam, & laminam aurichalchicam ipsi affixam, dilatantur esse, adeoque æque utrobique easdem lamellæ mobilis particulas eundem secundorum numerum exhibere debuisse.

31. Expositis iis, quæ pertinent ad limbum, ad laminas in eo fixas, ad laminam mobilem, ejus divisiones, ejus motum, & micrometrum, ac indicem, & vitra illa, exponenda nunc est machinula quædam constituta in fig. 1 in C, & ipsi regulæ ferreæ adnexa, quæ centrum sectoris continet, & acum sustentem pondus. Id hic, quam brevissime fieri poterit, exponam.

Transitus ad machinulâ pro centro sectoris.
Tab. 2. F. 1.

32. Habetur ibi centrum notatum foramine tenuissimo instar puncti in lamella aurichalchica levi, cui acus chalybeæ tenuissima cuspis admovetur, & prima sui parte perquam exigua inseritur. Clauditur tamen acus machinula ita, ut removeri possit; ac exponam primo machinulam ipsam, tum quo pacto ea collocanda sit, ut debitam positionem acquirat. Exprimit ipsam fig. 8 aliquanto majorem, sed in eadem positione, in qua eam exhibet fig. 1. Ibi *a' A' B b a* est lamina aurichalchica quadrata applicanda plano regulæ ferreæ, & arcte adstringenda ope cochlearum. Ipsi ad perpendiculum insistent bina ful-

Capsula continens centrum, & acû pro filo penduli.
Tab. 2. F. 1
8

cra *ogae* $KEDH$, $a'e'K'E'D'H'$. Horum utrumque habet suum foramen rotundum, quorum alterum videri potest in I . Iis foraminibus insertus est axis cylindri $KEE'K'$, cui cylindro adnexa est lamina $EDFGMCM'G'F'D'E'$, quæ, ubi machinula est clausa, remanet parallela laminæ $A'AB$. Ejus partem $GMM'G'$ excipit altera lamina ipsi $A'AB$ perpendicularis, nimirum $MGFfbBNM \dots M'G'F'N'$. Ipsi laminæ $A'AB$ perpendicularis a pede àè fulcri $K'H'D'E'$ ad laminam $F'G'M'N'$ excurrit lamina interius haud ita crassa, cujus superficies extima superficiem $A'AB$ parallela elevatur supra ipsam tantundem, quantum superficies aurichalchica limbi fig. 1, de qua egimus supra, elevatur supra superficiem regulæ ferreæ. In ea superficie hujus transversæ laminæ est punctum, quod determinat centrum sectoris. Id respondet in fig. 8 puncto R' , quod notavimus hic in superficie $D'DFF'$ laminæ $D'DFGCG'F'D'$, cui laminæ ex interiori parte e regione R' respondet acus chalybea ad perpendiculum infixæ.

Varie positiones
machinulæ ipsius

F. 3
8
9
10

33. Acum ipsam exhibet figura 9, quæ refert sectionem machinulæ perpendicularem plano $A'AB$ figuræ 8. Cætera ibi per se patent; P , Q sunt cochleæ, quibus machinula tota adstringitur regulæ ferreæ, MG est superficies extima lamellæ transversæ, & in ea S centrum sectoris, cui admovetur acus Rr infixæ laminæ $DFfd$ adnexæ cylindro revolubili circa axem I . Et quidem figura 9 exhibet machinulam clausam; figura autem 10 eandem exhibet semiapertam remoto stylo Rr a foraminulo, sive puncto S . Porro, ubi machinula est aperta, ut in fig. 10, inseritur acus Rr in nodum ampliolem fili penduli, tum adducitur lamina DC ad FN , & occluditur machinula, quæ abit in positionem figuræ 9; tum vero filum ipsum penduli adducitur ad aciem r , ut pene contingat laminam, & pendeat ex ipso centro. Hæc autem omnia summa cum diligentia curaverat Artifex, ut & foramen tenuissimum esset, & acus chalybea circa cuspidem pertenuis, ac perquam accurate rotundâ, ut itidem ipsi forami-

raminulo accuratissime responderet ipsum occupans. De-
 mum fig. 3 exhibet in *C* machinulam ipsam penitus aper-
 tam, ubi acus emergit ex *R*, & foraminulum, cui inse-
 ritur, vel applicatur cuspis ipsius acus, est *S* penitus li-
 berum ab eadem acu.

34. Hæc ad machinulam, jam ad ejus collocationem. A media linea lamellæ mobilis *EE'* figuræ 1 versus *R* post unum proxime pedem applicata fuit ipsi regulæ ferreæ & ferruminata lamina aurichalchica in *d*, tum alia post alium pedem in *d'*, & alia post alium in *D*, deinde post intervallum trium pedum in *D'*, quæ omnes tantillo minus crassæ erant, quam limbus aurichalchicus supra regulam ferream eminentis ita, ut vix quidquam jacerent earum extimæ superficies versus regulam ferream respectu limbi, jacerent tamen nonnihil, ne forte libero fili penduli motui posset deinde officere: tum filo tenui per mediam ferream regulam bene tenso, & circino, quem dicimus fidelem, aperto accurate ad intervallum unius pedis illud idem, quo unus pes definitus est in linea media laminæ mobilis, & applicata altera cuspide ad ipsam lineam mediam, altera in loco indicato a filo illo tenso, notabatur in lamella *d* punctum, ac levi mallei percussione tenuissimum ibidem foramen fiebat. Eodem pacto manente secunda cuspide in *d*, & circini virga per semicirculum conversa notabatur in *d'* alterum punctum, tum in *D* tertium, ut jam haberentur a linea media laminæ mobilis ad *D* pedes tres. Aperto jam ad intervallum trium pedum ampliore circino a linea media ad *D*, transferebantur tres pedes in *DD'*, tum eâdem circini apertura determinabatur ejusmodi positio machinulæ *C* adnectendæ regulæ ferreæ, ut foraminulum illud *S* figuræ 9, & 10 responderet accuratissime secundæ cuspidi ejusdem circini. Eo pacto obtineri debebat, ut accurate distantia centri a linea media laminæ mobilis, qui est radius sectoris nostri, noncupla esset intervalli in limbo assumpti pro pede.

Collocatio ma-
 chinulæ, & cen-
 tri Sectoris.

Tab. 2. F. 1.

9
 10

Ratio, qua &
limbus accurate
dividi poterat.
Quid in eo pec-
catum.

Tab. 2. F. 4.

35. Id intervallum eodem pacto habitum fuisset in fig. 4 accurate, & facile divisum in partes illas 72, si e contrario per compositionem translatum fuisset prius intervallum binarum linearum ter uno circino, tum alio intervallum semipollicis bis, tum alio intervallum pollicis ter, tum alio intervallum trium pollicum quater, nam & habitus fuisset pes accurate continens prima illa intervalla linearum binarum accurate 72, & reliqua ternorum pollicum intervalla in pollices, pollices in semipollices, semipollices in binarum linearum intervalla accurate, & facile divisa fuissent, aperturis prioribus manentibus, & præstitisset lineam mediam EE' ducere perquam tenuem, tum in ea fidelis circini subtili cuspide accuratè rotunda foraminula levi malleoli percussione imprimere, quam transversis rectis lineis lineam EE' interfecare. Quod quidem si fuisset præstitum, & divisionem accuratissimam extituram fuisse, nullus dubito, & in rectificatione, divisionum, de qua agemus paullo infra ope microscopii, ne de una quidem decima minuti secundi parte dubitandum fuisse. Verum nobis absentibus divisio est facta, in qua deinde inæqualitates nonnullas deprehendimus, utut exiguas quidem, & quæ, ubi probe sint cogitæ, nihil prorsus officiant observationi. Præterea & media illa linea aliquanto crassior, quam vellem evasit, & transversæ illæ non satis accurate æqualis ubique crassitudinis, nec satis accurate perpendiculares mediæ lineæ, nec vere alicubi penitus rectæ, quod reddebat aliquanto difficiliorem determinationem satis accuratam intersectionis divisionem denotantis. In qua tamen ne unius quidem secundi errorem commissum inde a nobis esse in observationibus nostris singulis omnino crediderim. Verum hæc noto, ut pateat, quam facile multo etiam accuratior, & rectificationi aptior divisio haberi posset. Sed ea de re iterum paullo inferius, ubi de rectificatione sectoris.

Telescopii nexus
cum regula.

36. Expositis iis, quæ pertinent ad limbum, & centrum sectoris, exponenda diligenter sunt ea, quæ pertinent

nent ad telescopium ipsi adjectum. Tria in ipso telescopio adjungendo regulæ ferreæ sunt distinguenda. Objectiva lens collocata in fig. 1 in *H*, micrometrum eidem adnexum in *H'*, & tubus. Porro habebam ego quidem telescopium pedum 9 ita sane egregium, ut cum multo longioribus facile posset contendere, & ipsa etiam longe superare. Curandum autem duxi, ut ita applicaretur ipsi regulæ ferreæ, ut unicum cum ea instrumentum constitueret. Grahamus id in Maupertuisii sectore alia quadam ratione præstiterat. Quamobrem illud volui, ut capsula aurichalchica crassior, quæ objectivam lentem haberet inclusam immediate adhæreret regulæ ferreæ; ipsi itidem immediate adhæreret capsula continens bina fila in foco lentis objectivæ se decussantia ad angulos rectos; tubus autem cum iis nequaquam connecteretur, sed & ipse adnecteretur regulæ ferreæ per sese, ne si forte percussione aliqua quidquam commoveretur, commoveret lineam fiducia, quæ a filorum intesectione ob objectum tendit, quam infra axem telescopii appellabimus.

Tab. 2. F. 1

37. Ideam capsulæ continentis lentem objectivam exhibet figura 11, in qua habetur capsulæ ipsius sectio per axem. Ea constat omnis ex aurichalcho, ac ferreæ laminae immediate adhæret. Vitri objectivi sectio est *Ooo'O*. Includitur id vitrum binis anulis, quorum alter superior *SQPoZXVTT'V'X'Z'o'P'Q'S'*, alter inferior *NOoZX-YDEFMME'D'Y'X'Z'o'O'N'*. Hi duo anuli thecam efformant, quæ continet lentem objectivam, cujus axis transit per *b*, & quoniam ipsum vitrum objectivum est admodum perfectum, congruit punctum ipsum *b* cum medio diametri *Oo* ipsius vitri. *TSS'T'* determinat aperturam vitri objectivi in lamina anuli superioris: est *NM-M'N'* aptura in lamina anuli inferioris.

Theca includens lentem objectivam.
Tab. 2. F. 11.

38. Tota horum duorum anulorum theca *NMFEYV TSQPP'Q'S' &c.* concluditur ope cochleæ *EcE'c'* inter alios duos anulos, quorum alter superior *DEcABCC'B'-A' &c.* alter inferior *LFEcAHGIKK'IG' &c.* Hic inferior om-

Capsula thecam includens.

omnes alios tres, & lentem objectivam in se continet: excipit in civitate sua interna $LKK'L'$ tubum telescopii $LdeL'd'e'$: adnectitur in $A'H'$ regulæ ferreæ, cujus sectionem exprimit $fgih$, sectionem autem lamellæ excipientis acum rR exprimit pq .

Eccentricitas
thecæ respectu
capsulæ.

39. Porro totius longitudinis EE' medium non est in b , sed in a , in quo situs est præcipuus totius hujusce capsulæ usus. Si enim laxetur cochlea $Ecc'E$ assurgente tertio anulo $DEcABCC'B'A'&c.$, theca composita e prioribus binis anulis continentibus lentem objectivam, nimirum $PQSTVXYEFMNN'M'F'&c.$ poterit converti circa centrum a , qua conversione punctum b , per quod transit axis lentis objectivæ, gyrabit circa a , & per dimidiam conversionem accedet ad planum regulæ ferreæ, & planum sectoris transiens per r , per alteram dimidiam recedet. Id autem proderit plurimum ad dandum accuratissime, quantum libuerit, parallelismum axis telescopii cum plano sectoris. Nam axis ipse transibit per b , & per intersectionem filorum micrometri, qua manente, si a distiterit a plano sectoris ad sensum tantundem, quantum intersectio filorum, & eccentricitas ab exigua fuerit, conversione thæcæ illius capsulæ inclusæ, & accessu, vel recessu puncti b revoluti circa a respectu plani sectoris, potest inclinari tantillo magis, vel minus is axis, donec parallelismum acquirat, & ubi ipsum acquisierit, adstricta cochlea $Ecc'E$, & compresso in $EDD'E$ plano $EYY'E'$ thecæ inclusæ, ipsa theca commoveri ultra non poterit, nec amitti parallelismus. Quo autem pacto videri possit, an habeatur parallelismus ipse, & quantum ab eo distet axis, videbimus paullo infra.

Qui sit verus
telescopii axis, qui
dicatur hic.

40. Porro dico hic axem telescopii rectam illam, per quam devenit ad intersectionem filorum in foco objectivi vitri se decussantium is radius, qui post egressum e secunda superficie ipsius vitri habet eandem directionem, quam habebat ante ingressum in primam. Axis alicujus lentis dicitur proprie illa recta, quæ transit per centrum
utrum-

utrumque utriusque curvaturæ superficiæ utriusque. Si lens est satis accurate elaborata, is axis debet transire per mediam ipsius lentis magnitudinem, quod Optici practici appellare solent vitrum accurate centratum, cum nimirum centra binarum curvaturarum, & centrum magnitudinis, sive segmenti spherici in lente contenti in directum jacent. Radius, qui per hunc axem transit, abit penitus irrefractus. Cæteri omnes radii homogenei digressi ab eodem objecti satis remoti puncto, vel paralleli ei radio, in lentem incurrentes, inclinantur ad hunc, & coeunt ad sensum in aliquo ejus puncto, ita tamen, ut rubei aliquanto remotius, violacei propius coeant, & habeatur series quædam focorum ad diversa colorata fila pertinentium. Si radii non discedant ab aliquo axis puncto, sed ab alio aliquantulum distante hinc, vel inde; nullus quidem ex iis abit irrefractus; adhuc tamen est semper aliquis, qui binas habet refractiones contrarias, & æquales, adeoque prodit cum eadem directione, cum qua advenerat. Ubi ejus inclinatio ad axem est exigua, demonstravi in nuperrima mea dissertatione de lentibus, & telescopiis, esse eum, qui, dum advenit, dirigitur in lente utrinque æque convexa ad punctum axis depressum infra superficiem, in quam incurrit, per trientem crassitudinis vitri, eundem autem dum prodit, divergere a puncto axis distante a superficie, e qua prodit, per trientem ejusdem superficiæ. Facile autem datis binarum curvaturarum semidiametris definitur generaliter id punctum axis, ad quod is radius convergit, dum advenit, & id, a quo divergit, dum abit.

41. Quoniam vero & crassitudo lentis exigua est, adeoque multo magis exiguus is ejus triens, per quem obliquè distant binæ rectæ radii advenientis, & recedentis, & eorum radiorum distantia perpendicularis est multo minor, quam ea obliqua, tuto hic accipi possunt eæ binæ rectæ pro unica, & radius, qui ab objecto devenit

Radii directionem priorem retinentis usus axi vero vitri objectivi æquivalens.

D d

ad

ad mediã crassitudinem lentis, haberi potest pro irrefracto. Reliqui autem radii ad idem objecti punctum pertinentes, vel illi paralleli convergunt ad ejus puncta eodem modo, quem in vero axe servari diximus. Hinc si lentis ocularis axis situs sit in ea recta, quæ transit per intersectionem filorum, & per medium punctum crassitudinis lentis objectivæ, vel accuratius in lente utrinque æquè convexa per punctum situm infra ipsum medium per sextam crassitudinis partem, eodem ad sensum pacto omnia succedent, quo succederent, si verus axis lentis objectivæ per filorum intersectionem transiret; unde etiam, illud consequitur, si lens objectiva non insinat plano penitus accuratè perpendiculari axi tubi, adhuc tamen aberrationem radiorum, quæ oritur a diversa radiorum refrangibilitate, fore eandem, cum eadem idcirco ad sensum distinctione, & eodem imaginis loco respectu filorum, & oculi. Sed ea ad dioptricam pertinentia hinc innuisse sit satis ex occasione axis telescopii, de quo loquimur.

sectio exhibens
eccentricam len-
tis ocularis posi-
tionem.

Tab. 2. Fig. 11

42. Interca in fig. 12 habetur sectio perpendicularis axi telescopii facta per a figuræ 11. Ibi puncta $EDYON$ $baN'O'Y'D'E'$ sunt eadem, ac in fig. 11. Ex est distantia puncti E illius a recta AH fig. 11: mn est crassitudo regulæ ferreæ, cujus latitudo un , & cui tota capsula adhæret ferruminata in $ynuy'$: nr crassitudo lamellæ, habentis centrum sectoris, cujus latitudo ss' : r centrum sectoris: rR acus: circulus $EE''E'$ margo thecæ inclusæ continentis vitrum objectivum, $OO''O$ vitrum ipsum. Conversione thecæ ipsius ab E in E'' , b in b' , & ducta $b'd$ perpendiculari ad EE' , est bd accessus axis transeuntis per b ad planum sectoris transiens per ss' abeunte autem E'' in e , abibit b' in t , & d in z , eritque novus accessus dz .

Tubi nexus cum
regula, & dia-
phragmata.

Tab. 2. Fig. 1.

43. Tubus HH' fig. 1 admodum frequentibus brachiolis S aurichalchicis adnexus, & ferruminatus adhæret regulæ ferreæ: ab ipsa distat per 10 lineas; habet autem diametrum linearum 28. Is & per sese nihil ad sensum flectitur, & ita arcte

arcte connexus cum regula satis itidem per se firma potissimum in latus, omnem ipsius regulæ flexionem prorsus impedit. Intra ipsum autem frequentia diaphragmata omne lumen, quod a tubi ipsius lateribus reflexum, devenire ad oculum possent, penitus prohibent, quod admodum necessarium invenimus, ut interdiu Fixæ videri possent. Quin immo ipsi vertici *H* addendus fuit superne tubus binorum pedum, qui aliquanto magis obiectivum vitrum obumbraret, quod ubi præstitum fuit, multo sane evidentius Fixæ interdiu cernebantur.

44. Ipse tubus circa *H* abruptus, cum micrometro, in quo adsunt fila fixa, nequaquam connectitur. Exponendum est igitur, qua ratione connectatur micrometrum cum regula ferrea, & lens deinde ocularis cum tubo superiore abrupto, ut monui. Exhibet fig. 13 unionem micrometri cum regula ferrea. Est *ABCD* lamina aurichalchica admodum crassa, quæ regulæ ferreæ *YXS-TV* adhæret firmissime ope trium cochlearum *P*. Ipsi perpendiculariter imminent binæ laminæ aurichalchicæ multo adhuc crassiores, quarum alteram *BEGFC* schema exhibet totam, in *EGF* cavam circularis formæ, alterius partem videre est in *AHID*. Huic firmissimè ferruminatus adhæret tubus aurichalchicus *QIHOR* affabre tornatus ex interiore parte, aliquanto arctior tubo illo ferreo figuræ 1, longus pollices circiter 4. Intra ipsum habetur alius tubus *IONKLM* itidem ex aurichalcho admodum affabre tornatus, & ita convexa sui parte æqualis concavæ illius aperturæ, ut nonnisi majore adhibita vi possit protrudi intra illum priorem, vel extrahi, & circa suum axem converti; ac vi adhibita acquirere possit positionem, quam libeat, & eam semel adeptus, per se mutare omnino non possit.

45. Is tubus ex parte sui convexa *KNML* crenam habet circumquaque perpetuam cavam, cum 4 foraminulis per circuli quadrantes a se invicem distantibus, per quæ traducitur filum argenteum tenuissimum. Id inci-

Bini tubuli pro micrometro.
Tab. 2. Fig. 13.

Fila interiori adnexa, tensa per lamellam elasticam.

pit in *K*, ubi acu aurichalchica rotunda per vim adacta in foramen itidem rotundum adstringitur ita arcte lateri foraminis ipsius, ut nulla vi dimoveri possit. Tum transmittitur per foramen oppositum *M*. Inde per crenæ illius quadrantem *ML* deducitur ad foramen *L*, & per ipsum traducitur ad *N*. Verum in ipsa crena inter *M*, & *L* habetur lamella oblonga satis elastica, & incurvata in circulum minus amplum, quam sit ipsius crenæ circulus, quæ, dum filum traducitur, ea per vim apprimitur, ut crenæ fundum contingat, ac in ejusmodi violenta positione retinetur, donec filum tractum per foramen *N* distendatur, & ibidem ope alterius aciculæ ipsi foramini infixæ adstringatur ita, ut deinceps commoveri non possit. Tum vero sibi relicta lamella illa elastica in quadrante crenæ *ML* filum adhuc magis tendit, ac semper admodum tensum tenet; ut post annos jam quatuor, idem illud filum primo appositum perseveret adhuc æque tensum per vim. Nam filum quidem ipsum haud coctum, & penitus crudum, elasticitatem servat suam, nec illa continua vi se quidquam relaxat.

Tubus pro excipienda lente o-
culari, & illu-
minandis vitris.
Tab. 2. F. 14.

46. Ut autem constet, quo pacto ocularis lens tubo ferreo oblongo illi *HH'* figuræ 1 conjungatur, consideretur fig. 14. Ea exhibet tubum *Ccbf* ex lamina ferrea stamno obducta. Is quidem ex parte *bf* procurrit in *f*, ex parte *C* resectus per *CD*, resecatur deinde magis per *Dgf*. Est itidem apertus in *iGQRiKb*, quæ apertura usum, habet summum ad illuminanda fila micrometri per noctem; ad majorem autem firmitatem connectitur apertura binis filis aurichalchicis crassioribus *rK*, *IG*. Adest infra eos tubulus amplior *MLbRaONM* resectus nonnihil in *ONM*, ac postremus tubi margo est *cebd*.

Conjunctio eorū
tuborum.
Tab. 2. F. 13.

14

15

47. Jam vero in fig. 15 *ABEHP* sunt eadem ac, in fig. 13, & eadem est regula ferrea *YTSX*, sed ad partes *SX* productior. Est *grp* unum ex brachiolis aurichalchicis illis *S* figuræ 1. Est *snyulp* *H* tubi ferrei oblongi continuatio, qui quidem abrumpitur in ipso appulsu ad *H*.

Ipsi

Ipsi & in *ln*, & in parte averſa, quam figura non exprimit, ferruminata adhæret lamina itidem ferrea ſinuata, ſed aliquanto amplior *lymn*, habens idcirco hiatum in *m*. Inter hanc laminam, & tubum ferreum, quem ipſa tegit, immittitur pars tubi reſecti figuræ 14 *Dgff*, ut adeo *CiGQFD* ſint communes in utraque figura 14, & 15, cum omnibus reliquis, uſque ad orificium *cebd*, utrobique commune. Tubus autem *Ci* appellit ad brachiolum *H*, & reliquus inferior ſubit intra cavitatem brachioli *E*; tubulus autem amplior *LbIRaONM* poteſt ita propelli, ut *LbIRK*, congruat cum *CiGQt*, & interdium aperturam *iGQRlb* obtegat, ac lumen excludat; noctu vero retrahi, aperturâ *MNO* evitante brachiolum *E*, & permittere illuminationem filorum, quæ inter brachiolum *H*, & circulum *iGQt* latent ſub ferreo tubo *DnFQiC*. His autem ita conſtitutis orificio *cebd* inferitur tubus cum lente oculari, qui liberrime protrudi poteſt interius pro myope, vel protrahi pro preſbita, ut libet, quin ullus in objectivo vitro, aut in micrometro motus haberi poſſit.

48. Superest jam, ut agamus de regula *FF'*, & *GG'* figuræ primæ, cochleis *IF*, *I'F'*, ponderibus *LL'*, & brachio *NOV*, cum brachiolo *ST*, ac cochlea *PE'*. Primo quidem ſectionem horizontalem factam per cochleas *IF*, vel fila *FK*, refert figura 16. In hac eſt *GG'* regula longior, quæ itidem in fig. 1 eſt *GG'*, in hac *FF'ff* regula, quæ in illa *FF'*: in hac *FK*, *F'K'* fila, *FI*, *F'I'* cochleæ, *H* tubus, ut in illa: in hac *BB'ii* longior illius regula *BQ*, quæ regulæ *ff* adſtringitur ope regulæ inflexæ *BACrEE'r'C'-A'B'* per cochleas *D, D'*. Porro, ut num. 19 innui, multo melius fuiſſet longiorem inflectere e binis regulis conjunctis per cochleas *D, D'*, ita, ut in fig. 17 *rEE'r'* eſſet breviffima, longior autem *BifFACC'A'F'f'i'B'*, ac *ff'* cum *ii'*, & *FF'* cum *AA'* in directum jaceret. Tum enim facta converſione locum faciei *FF'* accurate occuparet facies *ff'* ſine nova reductione. Sed id, quod admodum facile poterat in mentem cadere, tum demum animadverti, cum

Regulæ tranſverſæ ſuperioris incommodum, & facile remedium

Tab. 1. F. 1.

16

17

jam

jam observari cæptum erat, ac tempus arctum observationes urgebat.

Cur eadem superior, & amovibilis.
Tab. 2. F. 1.

49. Poterat regula FF' figuræ 1, ejusdem crassitudinis esse, & unita ipsi regulæ BQ , ut est EE . Et quidem initio destinaveram huic usui ipsam regulam EE' . Sed quoniam tum quidem regula GG debebat esse inferior, & respondere regulæ EE' ; ubi fiebat conversio sectoris, limbo EE' obverso ipsi regulæ GG' , non poterat admoveri oculus, ut locum limbi designatum a filo penduli M liceret definire. Idcirco alteram paravi superiorem transversam regulam. Eam autem curavi adjungendam ita, ut pro libito auferri posset, ne nimirum forma capsæ, qua includendus, & transvehendus erat sector, evaderet magis incommoda. Adhuc autem conversione facta restitutio in debitum locum ope cochlearum IF , IF' non ita erat incommoda; & accedebat illud, quod cum plures Fixæ observarentur, quæ diversam sectoris inclinationem exposcerent, loco movendæ erant pro singulis Fixis cochleæ ipsæ, ut idcirco positio præcedentis diei positioni sequentis usui esse non posset.

Regulæ multa habentis foramina situs.

50. Accurata positio regulæ GG' in plano meridiani non erat necessaria, cum nimirum ope cochlearum IF , IF' alterâ aliquanto magis promotâ, alterâ minus, meridiane lineæ positio in limbo sectoris facile obtineretur. Bini ordines foraminum in ipsa regula GG' necessarii erant, quia, ubi inclinatio sectoris est aliquanto major, limbus sectoris elevatur magis; unde fit, ut altiora tum requirantur foramina, quam alias. Multa vero paranda erant ipsa foramina, ut in utraque inclinatione hinc, & inde a verticali positione collocari posset sector.

Brachium cum brachiolo, & cochleæ sectoris urgente in latum
Tab. 2. F. 1

13

51. Jam demum quod attinet ad brachium $RNOV$, ipsum exprimit figura 18, in qua habetur in R apertura ad excipiendam regulam GG' figuræ 1, & in N habentur binæ cochleæ, quæ brachium HOV adstringunt arcuissime ipsi laminæ GG' figuræ 1. Brachiolum ST cernitur separatum paullo inferius cum cochleâ PE' . Porro patet,

patet , admodum facile collocari posse in fig. 1 brachium *NOV* ubilibet in regula *GG'* ope cochlearum *N* , & brachiolum *ST* ubilibet in regula *OV* , ut nimirum cochlea *PE'* urgere possit ipsam regulam *EE'* , in qua idcirco in fig. 4 supra laminas ex aurichalcho *GG'* assumpta sunt spatia ampliora *G'A'* , *GA* utrinque , ut nimirum supra laminam mobilem *EE'* , & micrometrum *E* haberetur locus , in quo regula *EE'* impelli posset a cochlea *PE'* . Porro hanc impellendam selegi , non illam *FF'* , ut Observator assidens ad instrumentum , & collocans oculum ad telescopium versus *H* posset facile manu applicata ad manubrium 14 *PE'* simul observare Fixam , & simul movere sectorem , donec ipsa Fixa ad filum perpendiculare plano sectoris deveniret .

52. Et hæc quidem pertinent ad constructionem sectoris , in qua illud monendum demum , tubi *HH'* finem *H* hic designari aliquanto superius , ut nimirum videri posset in schemate ; cæterum pervenit ad imum regulæ *BQ* , cui quamproximum est micrometrum , ut idcirco & admodum commode oculus admoveri possit ad tubum , & fere nihil a flexione instrumenti , si qua exigua haberetur (quam quidem haberi non posse diximus ejusmodi , ut sensum percellat) timeri posset incommodi .

Situs lentis ocularis , & micrometri sine periculo erroris ex flexione regulæ .
Tab. 2. F. 1.

53. Jam ut ad Sectoris usum faciamus gradum dicendum in primis , quod pertinet ad rectam ipsius constitutionem , tum ad modum , quo ipsius ope observationes institui debent , ac demum ad observationes ipsas institutas . Ut autem ab ipsa sectoris recta constitutione ordiamur ; primo quidem diligenter notandum illud , quod ad centrum pertinet , ut in fig: 9 extrema cuspis *r* acus *Rr* omnino accurate congruat cum foraminulo *S* in lamella insculpto , & ut accurate rotunda sit . Id quidem noster Artifex , ut monui , admodum exacte curaverat . Sed , ubi acus laminæ *DFfd* infigitur ipsi adnexa , admodum difficulter præstari potest , & communium Artificum industriam omnino eludet . Multo facilius præstabitur ,

Sectoris usus etiam positionis acus in centro .
Tab. 2. F. 9.

tur ,

tur, si perforata in $R'R$ ipsa lamina foraminulo nonnihil ampliore, quam sit acus, acus ipsa longior, ut excurrat ultra R' extra machinulam, eâ conclusâ, inferatur foramini ipsi, & ejus apex immittatur in foraminulum S . Tum vero admodum facile videri poterit illud etiam, an acus accurate rotunda sit. Nam ipsa acu circa proprium axem rotata, dum ex ea pendet filum penduli CM figuræ 1, observandum erit, an ipsum filum equè respondeat eidem divisioni, an nonnihil positionem mutet, quam quidem si mutet quidquam, facile erit promota lamina mobili EE' ope cochleæ E , & adhibito microscopio, minimas etiam mutationes crassitudinis, & discrimina axis acus, ac centri foraminis accuratissime definire.

Instrumenta pro
examine divisio-
num.
Tab. 2. F. 1.

54. Deinde explorandus est status divisionum tam radii sectoris a centro C ad mediam rectam laminæ mobilis, quam mediæ ipsius lineæ. Id quidem admodum facile, & accurate præstari potest ope circini illius, quem dicimus fidelem, & jam toties nominavimus, si is habeat cuspides satis tenues, & rotundas, ac ope cochleæ E ; sed multo adhuc facilius obtineri posset, ope alterius circini, qui pro binis cuspidibus haberet bina vitra alterum fixum, alterum mobile. Exponam primo loco, quo pacto ope vitri simplicis harum laminæ mobilis divisionum examen a nobis institutum sit, tum & ejus circini vitro mobili muniti, qui quidem haud difficulter parari potest, ideam aliquam exhibebo.

Examen cochleæ
micrometri.
Tab. 2. F. 4.

7

55. In primis autem admodum accurate in fig. 4 institui potest examen cochleæ E , ope circuli $ACIG$ fig. 7, & indicis EI . In vitro admodum puro, & bene complanato, ac levigato ducantur binæ rectæ parallelæ, quæ ad sensum a se invicem distent tantum, quanta est crassitudo unius spiræ ejus cochleæ, sive quantum est intervallum, per quod lamina mobilis promovetur in fig. 4, facta integra conversione indicis EI figuræ 7. Tum alia recta itidem parallela, quæ distet ad sensum quintuplo magis a prima, tum alia, quæ ad sensum duplo magis, quam

quam hæc . Hæ omnes parallelæ per transversam ipsis ad sensum perpendicularem secari possunt , ac ope hujus transversæ evitatur necessitas accurati reliquarum parallelismi , ut mox patebit . Porro ipsæ ejusmodi lineæ debent esse admodum tenues , & politæ . Eæ duci possunt adhibito frusto filicis , in quo , ubi diffringitur , remanent cuspides quædam acutissimæ , quæ in superficie vitri lineas designant , nec eam , ut adamas , diffecant .

56 Si jam hujusmodi lamina vitrea collocetur in fig. 4. supra laminas *CC'G'G'* , & iis adnectatur ope tenacioris coræ , vel etiam ad omnem scrupulum removendum ope instrumenti similis ei , quod haberetur in fig. 18 , detracta parte *aP* brachioli *TSP* , & relictis *TtaA* cum cochlea *S* (immissa nimirum & regula ferrea , & laminis aurichalchicis , & vitro intra hiatum ejus instrumenti , & ope cochleæ *S* urgentis posteriorem partem ferreæ regulæ appressa superficie interiore laminæ *Aa* superficiæ exteriori vitri , quo quidem pacto ita potest lamina vitrea applicari laminis fixis *GG'I'I* , *CC'O'O* , ut , promotâ laminâ mobili *II'O'O* , ea commoveri omnino non possit) ; si igitur ita collocetur ea lamina vitrea , ut illa ipsa facies , in qua rectæ lineæ parallelæ descriptæ sunt , laminis aurichalchicis obvertatur , & recta illa transversa congruat cum media linea laminæ mobilis , prima autem parallela congruat cum aliqua ejus divisione in eo statu micrometri , & laminæ mobilis , in quo cuspis *b* fig. 4 , & index *EI* figuræ 7 initium divisionum attingat , nec in fig. 4 lamina mobilis excurrat quidquam versus *E'* ; motu indicis *EI* , promovebitur lamina mobilis , & illa ejus divisio post unam circiter conversionem appellet ad secundam parallelam , ac notari poterit , quot particulis unius conversionis indicatis a cuspe *I* indicis *EI* fig. 7 differat id intervallum ab unica spiræ latitudine , quæ toti circumferentiæ *ACIG* respondet , qui particularum numerus vel erit nullus , vel perquam exiguus . Tum constituto indice in fine primæ integræ conversionis ad

E e

nume-

Examen singula-
rum spirarum
cochleæ .

Tab. 2. F. 4

18

7

numerum 180, & laxata cera, vel cochlea, quæ vitrum laminis adstringebat, promoveri poterit vitrum ita, ut prima linea parallela congruat cum eadem illa divisione laminæ mobilis promota per unam micrometri conversionem, ac iterum adstringi, & nova conversione facta, donec illa divisio ad secundam parallelam appellat, apparebit iterum differentia integræ secundæ conversionis micrometri, seu crassitudinis spiræ, & illius ejusdem intervalli inter primam lineam, & secundam, atque eodem pacto sequentes omnes micrometri conversiones, five spirarum crassitudines, conferri poterunt cum eadem illa distantia earundem illarum parallelarum in eodem situ assumpta; unde constabit, an ipsæ conversiones, & spirarum latitudines inter se æquales sint, & si inæquales fuerint, quantum a se invicem discrepent.

Examen pluriū
simul, vel partium
earundem.

57. Eodem pacto, ne excrescat summa errorum, qui in singulis spiris inter se collatis admitti possunt, licebit conferre cum intervallo inter primam, & tertiam parallelam quinas conversiones, tum denas, & ita porro, si longiorem cochleam adhibere liberet. Porro ductis parallelis, quæ distent per mediam conversionem micrometri, vel ejus trientem, vel per unam conversionem, aut plures jam cognitæ cum dimidio, vel cum triente, & ita porro, inquiri potest in partes etiam conversionis, & totius cochleæ status accuratissime cognosci. Quanquam, ubi exiguus spirarum numerus adhibeatur, & cochlea satis accurate elaborata sit, nullum discrimen, quod sensu percipi possit, inveniri omnino debeat.

Congruentia de-
finienda motu
continuo.

58. In hujusmodi perquisitione notandum illud, quod & pro insequentibus omnibus usui erit tam in sectoris, quam in quadrantis rectificatione, quæ omnes per meam hujusmodi theoriam sunt præstitæ; congruentiam alicujus divisionis cum linea in vitro designata multo melius cognosci in ipso continuo motu micrometri, & laminæ. Sæpe enim nobis contigit, ut ope lentis etiam inspecta divisio, & linea apparuerint penitus congruentes, &
tamen

tamen retracta lamina, ac iterum promota, ut altera ad alteram appelleret; in ipso appulsu tum notato non idem ille haberetur in micrometro numerus, qui antea habebatur, qua quidem observatione iterum, atque iterum repetita, sæpissime contigit, ut appulsus per motum continuum definiretur sine discrimine ne unius quidem, aut ad summum alterius particulæ; licet is, qui observabat appulsus, non ipse cochleam moveret, nec numeros indicatos nosset, sed focium lente admodum, & æqualiter circumagentem ipsam cochleam de appulsu commoneret, ut indicem sisteret, & numerum indicatum vel aspiceret, vel proderet jam aspectum.

59. Notandum & illud, quod ego quidem expertus sum, si foramen pro divisione adsit, rotundum, & nihil asperum, adhibeatur autem microscopium supra laminam vitream constitutum, & locus ipse microscopio subjectus satis illuminetur, quod facile præstari potest ope lentis, vel Solares, vel lucernæ radios colligentis, & ubi microscopia adhibentur, in usu est positum, posse evidentissime notari appulsus limbi utriusque ejus circelli ad lineam in vitro designatam, immo etiam ad filum tenue tensum supra laminam mobilem, & affixum binis laminis fixis hinc, & inde. Quanquam, ubi de rectificatione agitur, multo melius sit vitra adhibere, quam fila, quæ ne secum transferat lamina mobilis, debent ab ea tantillum distare, cum aliquo parallaxeos periculo; dum e contrario superficies vitri adhærere potest admodum tuto laminæ ipsi mobili, sine ullo erroris periculo.

60. Cavendum demum illud, ut semper appulsus determinentur motu laminæ factò in eandem plagam. Si enim tantillo ampliores sint spiræ cavæ, quam convexæ, appulsus motu in unam plagam factò habebitur in numero diverso ab eo, in quo is habebitur motu factò in plagam oppositam. Nos semper retrahebamus laminam mobilem, tum promovebamus versus *E'*, & in hoc motu appulsus definiebamus.

Foramen rotundum transversis lineis utilius, vitra filis utiliora in rectificatione.

Motus laminæ mobilis semper in eandem plagam pro appulsibus.

Comparatio partium singularum laminae mobilis.

61. Definito statu cochleae, ejus ope admodum facile, & admodum tuto inquiritur in divisiones ipsius laminae mobilis hoc pacto. Primo quidem micrometro ad initium divisionis adducto constituatur vitri linea tenuis quaequam, ut congruat ad sensum cum divisione, quae sit in fine primi intervalli, quod intervallum conferendum est cum reliquis posterioribus, & convertatur cochlea, donec ad eandem lineam appellat divisio, quae exhibet initium ejusdem intervalli. Constabit eo pacto, quot conversiones integras, & conversionis particulas id intervallum contineat. Tum retracta lamina mobili per cochleam in priorem statum, promoveatur vitrum ita, ut eadem illa linea congruat cum fine secundi intervalli, & promotam lamina mobili, ut prius, donec ad eam lineam appellat intervalli ipsius finis, habebitur valor secundi intervalli in partibus cochleae; ac eodem pacto sequentium intervallorum habebuntur valores in partibus ipsis, & si qua est eorum inaequalitas, deprehendetur, ac e valorum summa totius pedis *ii* valor habebitur in micrometri particulis.

Comparatio plurimum simul accuratorem correctionem per longiorem cochleam.

62. Eodem pacto, quo singula intervalla comparata sunt inter se, possunt terna simul, vel etiam quaterna comparari inter se ope nostrae cochleae, quae ad $\frac{2}{3}$ pollicis potest excurrere. Quod si ea longior sit, ut lamina mobilis possit procurere per dimidium pedem, poterunt etiam comparari ejus ope prius bini semipedes, tum quaterni quadrantes pedis ternorum pollicum, tum pollices singuli, tum semipollices, tum demum semipollicum trientes, & ex adeo multiplici collatione, correctis errorculis singularum observationum multo accuratius, satis certo cognosci status intervallorum ipsius laminae mobilis, & singularum ejus partium valor in particulis micrometri, ut inferius patebit.

Eadem per binas in eodem vitro lineas.

63. Sed quoniam ea longitudo cochleae impediret in fig. 5 binos illos alios nexus *M*, *M'* laminae mobilis cum fixis, & cum regula ferrea, & brevioris cochleae difficilius

lior est flexus; idcirco libuit cochleam ipsam breviorē adhibere, quæ nimirum per $\frac{2}{3}$ pedis ad summum excurrat. Nec id illam collationem partium majorum pedis impedit, quæ hac alia ratione admodum facile præstari potest. Ducatur in longiore vitro recta pluribus parallelis traversa, quarum secunda distet a prima per dimidium digitum ad sensum, tum tertia a prima per digitum, quarta a prima per 3 digitos, quinta per 6. Applicato ejusmodi vitro ita, ut prima parallela congruat ad sensum cum initio primi semidigiti, adeoque secunda cum fine, notetur diligenter appulsus initii ejus semidigiti ad primam parallelam, tum finis ad secundam. Si in eodem numero habeatur uterque appulsus; distantia binarum parallelarum æquabitur accurate ei semidigito, sin minus, innotescet discrimen, quod erit paucarum particularum micrometri. Restituto micrometro in eundem statum, promoveatur idem vitrum ita, ut jam congruat ad sensum cum secundo semidigito idem illud intervallum inter easdem illas parallelas: observetur eodem pacto ejus discrimen a secundo semidigito, atque ita porro. Constabit sane, quantum omnes semidigiti inter se differant, & apparebit, an differentia, eruta ex trientum binas continentium lineas comparatione inter se, congruat cum differentia eo pacto immediate definita. Eodem autem pacto ope intervalli inter primam, & tertiam parallelam conferentur inter se pollices, tum ope intervalli inter primam, & quartam terni pollices, ac demum ope intervalli inter primam, & quintam semi pollices, vel dimidii pedes.

64. Et quidem, quod maxime commodum accidit, hæc comparatio non pendet a statu cochleæ, & eo etiam non explorato adhiberi potest cum eodem fructu. Nam ubi singula binarum linearum intervalla explorantur methodo hîc tradita, per unicam vitri rectam; adhibentur quidem quinque conversiones integræ ipsius cochleæ, sed adhibentur semper eadem, & discrimen pendet ab illo

exces-

F. 5.

Ea tuta etiam
ignoto cochleæ
statu.

excessu unius intervalli supra alium, qui perquam exiguus est, ac error, qui in aliquo spirarum numero fortasse sensibilis est, in exiguo numero particularum effugit omnem sensum. Deinde in reliquis omnibus comparationibus per binas vitri rectas parallelas adhibetur perquam exiguus particularum numerus, qui nimirum indicet differentiam intervalli rectarum earundem a parte pedis explorata, in quo itidem nullus sensibilis error timeri potest. Et quidem hac ipsa methodo singuli etiam pollicum sextantes inter se conferri possunt, quod laborem contrahit, cum cochlea non debeat quinque circumagi, & quinque aliis conversionibus in priorem statum restitui.

Ufus rectæ transverse summus.

65. In omnibus hisce comparationibus illa transversa recta, quæ parallelas omnes fecat, maximum habet usum, si congruat semper cum media laminæ mobilis linea; quia determinat intervallum inter parallelas, quod debet esse idem collationis terminus; non esset autem, si rectæ illæ non essent accurate parallelæ, & in diversis sui partibus adhiberentur, vel si jam oblique magis adhiberentur, jam minus.

Nova forma circini habentis vitrum alterum fixum, alterum mobile.

66. Maximum itidem usum haberet hic circinus ille, quem supra innui, qui alterum haberet vitrum fixum, alterum mobile, quorum utrumque suam haberet tenuem lineam margini proximam, ut adeo altera ad alteram accedere posset quamproxime; nam lineæ tenues, & politæ, ac parallelæ ad datam distantiam non ita facile ducuntur in vitro, & mihi quidem, antequam ei ductui assuescerem, plurimorum vitrorum superficies deformandæ fuerunt, nec vero etiam nunc satis tuto ducuntur, ac plures, contracta interea cuspide silicis, mota regula, manu in transversum acta, crassiores obveniunt, asperioresque, inflexæ, & contortæ, vel sinuatæ.

Circini forma similis limbo sectoris.

67. Is circinus deberet habere binas laminas e metallo, ut in fig. 4 $GG'I'I$, $OO'C'C$, fatis a se invicem distantes, & ad capita GC , $G'C'$ inter se connexas. Inter eas deberet inter-

interjacere lamina mobilis amplior, sed per totam fere longitudinem perforata ampliore crena, capitibus tantummodo cohærentibus, & in utroque ejus margine secundum longitudinem deberent haberi plura foramina cavas cochleas continentia, ad exiguas a se invicem distantias. In fine ut in *O'I* deberet haberi vitrum firmissime, adhærens laminis fixis, in cujus superficie exteriori versus marginem interiorem respicientem *GC* esset recta linea perpendicularis alteri per medium vitrum traductæ in eadem superficie in directione laminarum ipsarum. Deberet autem intra lamellam ipsum amplectentem ad tres tantum margines, ut *o*, *i*, & *OI*, nec excurrentem in longum ultra latitudinem laminæ mobilis, includi vitrum alterum, quod prope marginem quartum respicientem *OI* haberet rectam lineam tenuem perpendicularem rectæ parallelæ *GG*: in ipsa autem lamella id vitrum amplectente in *i*, & *o*, deberent haberi foraminula, per quæ traduci posset cochlea, quæ id vitrum adnecteret laminæ mobili in ea proxime distantia ab *o'i'*, qua opus est ad comparationem intervallorum quæsitam. Id quidem facile præstari posset ope foraminum illorum frequentium in laminis fixis; magis autem accurata distantia binarum rectarum designatarum in binis superficiebus exterioribus binorum vitrorum obtineretur ope cochleæ *E*, quæ laminam mobilem promoveret.

68. Possent autem etiam sine tot foraminibus laminarum fixarum ita inferi caput *i* lamellæ deferentis secundum vitrum inflexæ introrsum in crenam excavatam secundum longitudinem laminæ mobilis, & caput *o* in crenam ex altera parte excavatam, ut vi tantum adhibita posset id vitrum excurrere per laminam mobilem ac accedere ad aliud vitrum sine ullo spontanei motus periculo: posset & aliter ope cochlearum adstringi, ubi liberet: sed hæc innuisse sit satis.

69. Possent huic circino & micrometrum addi, sive in *E* circulus, ut ille figuræ 7 cum indice. Sed tum quidem

Facilior excursus vitri mobilis

Micrometrum circino adjectum

Tab. 2. F. 7

dem cursor *P* figuræ 5, & cochlea *EF* collocari deberent in majore distantia ab anteriore superficie, ne circuli *GC* periphæria excurreret supra superficiem anteriorem ultra vitrorum facies, & eorum applicationem impediret ad planam quamvis superficiem. Ut etiam cum lamina mobilis per totam suam longitudinem & perforata esse debeat, & libera, non per unicam lamellam *M*, vel *M'* in medio sitam adstringi deberet, sed per binas hinc, & inde a medio connectentes binos margines oblongos laminæ ipsius mobilis cum laminis fixis.

Ejus usus ad comparandas divisiones laminæ mobilis.

70. Ope hujus circini possent vitrorum lineæ adduci ad distantiam semipollicis, & comparari inter se semipollices; tum ad distantiam pollicum, & comparari pollices, deinde ad reliquas distantias, & reliqua intervalla referri. Nec vero necessarium esset ad nostros usus micrometrum in ipso circino, cum habeamus micrometrum in limbo sectoris. Adhuc tamen micrometrum ipsum ad ad plures alios usus esset utilissimum.

Præstat circino recenti instructo binis micrometriis.

71. Inventus est recens circinus, qui constat virga longiore, & ad caput alterum habet microscopium fixum, ad alterum vero caput microscopium alterum mobile, quod illi fixo potest admoveri, quantum libet, & ea bina microscopia habent sua micrometra. Eo instrumento ad rectificandas quadrantis divisiones utitur P. Pezenas e Soc. Nostra celeberrimus Massiliæ Regius Hydrographiæ Professor, & Astronomus, ut ex ejus litteris cognovi; in quo tamen illud est maxime incommodum, quod valor partium micrometri mutatur plurimum, si vel tantillo jam magis, jam minus distet limbus a micrometro ipso. Meus hic circinus, qui sponte fluit e mei limbi constitutione, quam perficiendam curavi multo ante, quam de eo circino quidquam exaudissem, habet omne commodum microscopii augmentis distantias, & motum in immensum, sine ullo ejusmodi parallaxeos incommodo, cum linea in vitri superficie designata contingat ipsum limbum, in quo sint divisiones ad examen revocandæ.

Pate-

Patebit autem in secundo capite, quo pacto per bina vitra connexa cum ipsa quadrantis regula, in ipsius quadrantis divisiones inquisierim, methodo ubique iisdem prorsus principiis innixa.

72. Porro ut ad examen redeamus nostri limbi, ubi jam constiterit, de accurata conditione cochleæ, & tam de integrarum conversionum micrometri, quam partium quarumcumque statu, facilius aliquanto per unicam unici vitri lineam comparantur inter se quivis semipollicum trientes efficiendo per 15 conversiones cochleæ, ut transeant omnes 4 divisiones ad singulos ex iis pertinentes, & notando singularum appulsum, qua methodo usi sumus, ubi constitit nostram cochleam satis accuratam esse, & conversiones integras ad sensum omnino æquales.

Determinatio trientum semipollicum in partibus micrometri.

73. Explorato statu lineæ per mediam traductæ laminam mobilem, videndum, quot micrometri partibus respondeat sectoris radius, sive distantia centri a linea ipsa media laminæ mobilis ejusdem. Id in fig. 4. fit comparando distantiam puncti d a media linea laminæ mobilis cum uno pede, sive pollicibus 12 insculptis eidem mediæ lineæ, tum dd' , tum $d'D$ cum eadem. Deinde intervallum DD' , & $D'C$ cum distantia puncti D ab eadem media linea. Hæc comparatio fieret admodum facile ope circini vitris instructi, quem descripsi superius a num. 67. Nam applicando ad alterum caput intervalli comparandi lineam vitri immobilis, & ad alterum lineam vitri mobilis adducendo ope cochleæ, si in ipso circino adesset index, & circellus, qui micrometri vices expleret, admodum accurate ope microscopii videri posset, in quo micrometri numero haberetur accurata congruentia.

Determinatio longitudinis sectoris, qui haberi possit ope novi circini instructi micrometro.

74. Quod si in ejusmodi circino non adesset micrometrum, adhuc comparatio ejus ope admodum facile institui posset, adhibendo lamellam mobilem EE' : Ubi enim intervallum non majus ipsa lamina, ut dd' , comparandum esset cum pede insculpto in lamina mobili, collocatis

Eadem ope ejusdem carentis micrometro per micrometri laminæ mobilis.

Ff

binis

binis vitris ita, ut accurate eorum lineæ congruerent cum d , & d' , applicari posset ad laminam mobilem ipse circinus ita, ut ad sensum congruerent lineæ ipsæ vitrorum binis extremis ejus pedis, tum ope cochleæ E promota lamina mobili donec alterum pedis extremum congrueret cum linea vitri alterius, & notato indicis statu, ac deinde ita promota eadem, ut alterum pedis caput congrueret cum alterius vitri linea, si numerus ab indice notatus idem esset, haberetur æqualitas intervalli illius cum pede, secus vero innotesceret accurate discrimen.

Eadem in intervallis longioribus regulâ mobili.

75. Si vero conferenda essent inter se bina intervalla ampliora, ut ea, quæ ternos continent pedes; adhuc res hoc pacto confici posset. In directione EE' in eodem ad sensum plano in distantia majore, quam pedum duorum notari posset tenue punctum, seu acu rotunda foraminulum excavari in lamella metallica, vel etiam in ligno, vel charta. Tum priore e binis intervallis comparandis capto ope circini armati vitris, applicari posset alterius vitri linea foraminulo illi, alterum vero vitrum limbo sectoris, & promoveri lamina mobilis, donec aliquod ejus punctum congrueret cum linea vitri alterius, ac notari status indicis. Deinde eadem ratione capto ope ejusdem circini altero intervallo, & prioris vitri linea collocata supra illud idem foraminulum, ac promota lamina mobili, donec idem illud ejus punctum congrueret accurate cum linea secundi vitri, & notato statu indicis, pateret illico, quot particulis promoveri debuisset eadem lamina pro altero intervallo magis, quam pro altero; unde statim innotesceret eorum intervallorum discrimen.

Quo pacto ea determinatio sit facta: primum ejus circini supplementum.

76. Hanc ipsam perquisitionem paullo aliter instituimus sine ejusmodi circino, sed admodum diligenter. Nimirum illa etiam intervalla DD' , $D'C$ divisimus singula in partes tres tabellis interpositis, & notatis ad æquales ad sensum distantias punctis, ut adeo haberentur jam 9 intervalla in ipso radio singula ad sensum unius pedis. Ea ab uno pede laminæ

laminæ mobilis discrepabant nonnihil. Hoc discrimen duplici via investigavimus, cum illo circino vitris instructo careremus. Primo quidem ut ejus circini usum supplerem, paravi binas lamellas aurichalchicas longiores, quas binis brevioribus tranversis ita connectendas curaveram, ut tamen a se invicem satis distarent. His affigebam ope ceræ tenacis bina vitra cum illis lineis, & quod ope cochleæ multo certius, & facilius fieri potuisset, vi ceræ illata præstabam, ut alterum vitrum alteri admoveatur, & linearum in vitris descriptarum intervalla cum intervallo conferendo congruerent, quo instrumento in limbum sectoris translato, conferebatur quovis ex illis pedibus cum pede laminæ mobilis, ut supra.

77. Deinde hac etiam alia ratione idem præstabatur Circino fideli binis instructo tenuissimis cuspidibus assumebatur intervallum illud, ex: gr: *dd'*, & transferebatur in laminam mobilem ita, ut cuspis altera accurate caderet in initium pedis, altera lineolam tenuissimam designaret prope finem ejusdem pedis. Tum vero quot particulis hæc lineola distaret a fine pedis facile definiebatur affigendo laminis limbi fixis vitrum transversum cum lineola tenui, & laminam mobilem promovendo, ut appelleret ad eam lineam & finis pedis, & lineola circini cusptide notata prope ipsam, quo pacto distantia illa in partibus micrometri accuratissime definiebatur.

Supplementum
alterum circini
ipsius.

78. Atque jam vel hinc satis patet, quantæ utilitatis illa sit lamina mobilis ad hunc etiam usum intervalla quæcumque accuratissime inter se comparandi, & determinandæ vel minimæ eorum differentiæ in particulis per quam exiguis magnitudinis notæ. Sive enim intervallorum differentia notetur in ipsa lamina, iis intervallis in eam translatis ab aliquo puncto intra eam assumpto, ubi minora sunt, quam ea, extra eam vero, ubi majora, & tum promovendo laminam mobilem, ut utriusque intervalli extremum transeat sub eadem recta incisa in eodem vitro interea immoto, obtinetur differentia. Sive inter-

Summa utilitas
laminæ mobilis,
& sui microme-
tri.

vallorum differentia habetur in vitro eodem simul per binas rectas in eo incisas, vel successive per binas distantias unicæ ejus rectæ, a recta in altero vitro incisa, cui prius illud admoveatur jam magis, jam minus; & tum promovendo laminam mobilem, ut eadem aliqua ejus linea transeat sub utraque linea ejusdem vitri, vel sub utraque positione ejusdem lineæ ejusdem vitri, idem obtinetur accuratissime, ut patet.

Idem supplementum utile idem in alia rectificationis methodo: vitrum fissis multo aptius.

79. Porro & in alia methodo rectificandi divisiones sectoris in observatione adhibitas comparando earum intervallum cum parte aliquota radii, ad quam mox faciemus gradum, idem prorsus accidit, ut nimirum res admodum facile obtineri possit per circinum vitris munitum, quem proposui, ejus autem vices supplere possint vel vitra binis laminis conjunctis agglutinata ope ceræ, vel circinus fidelis habens binas cuspides acutas virgæ oblongæ perpendiculares, quarum altera alteri admoveri possit, & adstringi, cuiusmodi supplementum utrumque nos quidem adhibuimus. In omnibus autem hisce methodis, potissimum, ubi præscribitur, ut lamina mobilis transeat sub vitro lineam habente tenuem, adhiberi quidem possit & capillus tenuis, vel filum sericum, vel argenteum transversim ductum supra laminam mobilem, & affixum cera laminis fixis hinc, & inde, quam ipsam methodum initio adhibui, & sæpe cum successu. Sed in eo id incommodi inveni, quod si filum sit satis proximum laminæ mobili, admodum facile a pulvisculo in eam illapso possit in transversum agi nonnihil; si autem remotius sit, admodum difficulter oculo immoto, vel eadem prorsus positioni restituto evitetur effectus parallaxeos. Vitrum autem si satis firmiter laminis fixis adhæreat, immotum manet, cum lineola sibi insculpta, dum lamina mobilis ipsum contingens sub eodem sublabitur, sine ullo parallaxeos periculo.

Lens adhibita, & aliquando microscopium.

80. Sed nec illud ommittendum, in hisce observationibus, ut & in sequentibus, ope vitræ lentis admodum acutæ,

acutæ, & objecta plurimum augmentis inspectas semper fuisse hæcæ lineas, & divisiones, aut puncta, quæ quidem lens filis, & lamellis elasticis ita alligata erat, ut applicari posset ad limbum, & per sese maneret in ea distantia a loco observando, quæ ad distinctionem maxime necessaria censebatur. Aliquando autem & microscopio sum usus.

81 Porro in hoc examine inventum est senos pollices a medio ad levam aspicientis sectorem, sive versus micrometrum, habere particulas micrometri 32716, quarum una conversio habebat 180, ad dexteram vero 32734, adeoque illum pedem 65450. Singuli autem 9 pedibus radii sectoris superabant hunc ita, ut differentia omnium media esset particularum 35, adeoque continebant particulas 65485, & radius integer particulas 589365.

Examini exitus: longitudo radii in partibus micrometri.

82. Inde autem facile deducitur, singula minuta requirere particulas 171. 446 quamproxime. Nam tangens unius minuti ad radium 10000000 est 2909, & est 10000000 ad 2909, ut 589365 ad 171. 446, quod quidem vix mutatur in tota sectoris nostri amplitudine, in quo nimirum dimidius pes hinc, & inde a medio ad radium pedum 9 subtendit angulum paullo majorem gradibus tribus, & incrementum tangentis pro uno minuto adjecto est adhuc in fine arcus unius gradus 2909, in fine arcus duorum graduum 2913, in fine trium 2917. Quare error trium fere particularum requiritur in tangente ortus, vel ubi observatur stella, vel ubi in divisiones sectoris inquiritur, ad committendum errorem unius minuti secundi.

Errorem trium particularum in tangente requiri ad errorem unius secundi in angulo.

83. At in radii totius longitudine requiritur error multo major. Facile enim demonstratur, ut in angulo committatur datus exiguus error, debere esse errorem radii ad radium, ut est error tangentis ad tangentem. Quare si fiat, ut tangens graduum trium 524078 ad errorem pro uno minuto 2917 (quæ sumuntur ad communem radium 10000000 ex tabulis), ita noster radius 589365 ad quartum prodeunt pro uno minuto particulæ 3284, adeoque pro

In radii longitudine requiri errorem multo majorem.

pro uno secundo particulæ 55 . Imminuto autem angulo, cum error tangentis perseveret ad sensum idem, tangens autem minuatur fere in eadem ratione anguli, augetur error requisitus in radio fere in eadem ratione anguli reciproca, ut idcirco ad hoc, ut committatur error unius secundi in angulo gradus unius, requiratur in determinatione totius radii error particularum 165, qui tantus est, ut nullo sane pacto timeri possit.

Qui error ex errorum summa provenire possit: quo pacto minuendus.

84. Ubi investigatur valor singularum partium nostræ divisionis, quarum habentur 36 hinc, & 36 inde, si in singulis partibus committatur error unius particulæ micrometri, in summa committi posset error partium 36, qui quidem errorem 12 secundorum secum ferret, quod quidem accideret, si omnes errores simul conspirarent. Sed is casus nunquam sane accidit, cum errores hinc, & inde fortuito evagari soleant, & se mutuo vel penitus, vel magna ex parte corrigere. Verum præter hanc ipsam correctionem, quæ habetur semper, error idem minuitur quamplurimum, si methodo exposita conferantur inter se bini semipedes, tum in eorum singulis bina intervalla ternorum pollicum, in horum singulis terna singulorum pollicum, in horum autem singulis bina singulorum semipollicum, tum in horum singulis terna binarum linearum. Demonstrari enim facile potest, rite facta correctione per hujusmodi comparisonem, nusquam committi posse errorem majorem quintuplo ejus, qui in singulis intervallis supponitur commissus, licet omnes errores conspirarent, qui error ipse maximus possibilis imminuto angulo, minuitur in ejus ratione ita, ut posito in singulis intervallis, quæ comparantur, errore unius particulæ, non possit in angulo unius gradus committi error, nisi dimidii secundi, erroribus etiam conspirantibus, quod ad rem præsentem plurimum conducit.

Demonstratio methodi traditi.

85. Nam si in toto pede assumatur quivis numerus particularum ad libitum, ut is, qui e singulis intervallis observatis utcumque provenit, tum is dividatur in binos semi-

semipedes in ea ratione , quam exhibet eorum comparatio , & idem præstetur in sequentibus subdivisionibus , error in singulis committi poterit æqualis ei , qui in altero semipede deprehenditur , sive subdivisio fiat in partes duas , sive in partes tres , dummodo in hoc secundo casu non assumatur valor duarum partium immediate , sed valor tertiæ , in quo admittitur unicus error , dematur ex valore intervalli subdividendi . Ac generaliter demonstrari potest , si divisio fiat in partes 4 , vel 5 , quæ inter se comparentur , errorem evitari posse majorem duplo errore singularum partium , si in 6 vel 7 triplo , & ita porro .

86. Et quidem hoc pacto , ubi divisiones satis sint nitidæ , potissimum si rotundis , politisque foraminulis constant , repetita pluribus vicibus observatione , & microscopio adhibito , omnino mihi persuasum est , errores evitari posse omnes ita , ut ubique certi simus infra unum minutum secundum errorem maximum possibilem cohiberi . Adhuc tamen est & alia methodus multo adhuc tutior , & quæ eodem fere recidit cum methodo adhibita a Bouguerio , & Condaminio , qua vel divisiones omnes sectoris , vel ex tantummodo , quæ in observatione adhibitæ sunt , ad examen revocentur , & corrigantur accuratissime . Hanc methodum , cujus mentionem fecit Maiorius in opusculo secundo , hinc paullo diligentius exponam , ac fusius .

Quousque promoveri possit correctio . Methodus rectificatio- nis alia.

87. Si quidem notata utcumque proximè distantia a zenith Fixæ , quæ observanda erat , notabant , quæ pars aliquota radii assumpta pro circuli chorda subtenderet arcum proximum ei , qui duplam ejusmodi distantiam metiretur . Eam partem tot vicibus transferebant a sectoris centro ad limbum minore fideli circino , tum majore circino ad intervallum radii sic definiti aperto , & altero ejus crure applicato ad ipsum sectoris centrum ducebant in limbo arcum circuli , & in eo abscindebant arcum respondentem illi ipsi parti aliquotæ ita , ut axis telesco-

Methodus divisionis limbi per partes aliquotas.

lefcopii ad fenfum effet in medio ejus arcus, notabantque bina puncta eum arcum terminantia, & ante obfervationem ita instrumentum aptabant, ut filum penduli per alterum punctum transfret quadrantis limbo occidenti obverfo, per alterum vero eodem obverfo orienti, ac ope micrometri investigabant differentiam duplæ distantiae a Zenith ab ejus arcus amplitudine.

Cur ea non fit
hic adhibita.
Eadem ad recti-
ficationem tra-
ducta.

88. Idem & in casu nostro fieri poterat, ducendo non arcum, sed rectam tangentem, & assumendo in ea partem aliquotam. Verum eo pacto sectoris limbus semel præparatus pro unica stella in unico loco observanda usui esse potest, & pro aliis delendi sunt circuli, vel tangentes, & puncta, & novi pro singulis observationibus parandi. Libuit autem potius sectorem nostrum omnibus aptare stellis, quæ non multum a zenith recederent, ut eæ, quæ pro varia anni tempestate aptiores essent, ne nimirum a nimia Solis vicinia obruerentur, seligi possent, ac ut, ubi ad præsentem usum esset adhibitus, & semel rectificatus, posset etiam imposterum, ubicumque, & quandocumque adhiberi. Id autem eo potiore jure præstare licuit, quod in ipsa divisionum rectificatione methodus omnino similis tuto admodum, & multo facilius poterat adhiberi, quam & adhibuimus; multo autem adhuc & accuratius, & facilius adhibuiffemus, si adfuisset circinus ille vitris armatus altero fixo, altero mobili, & micrometro, quem quidem circinum descripsi superius, cujus tamen usum supplevinus.

Exemplum ejus
methodi.

89. Quærendum sit ex. gr., quem angulum in nostro sectore subtendat intervallum laminæ mobilis, quod ad levam intercipiat 17 e nostris illis 72 partibus, & ad dexteram 13, cum quarum altera contulimus Arimini positionem μ Urfæ limbo Occidenti obverfo, cum altera vero limbo obverfo Orienti, & distantiam penduli ab iis divisionibus determinavimus ope nostri micrometri, promotâ, quantum opus esset, nostrâ laminâ mobili ita, ut filum cum ea divisione accurate congrueret, ut inferius iterum

expo-

exponam . Earum partium simul habetur in toto intervallo numerus 30 . Cum autem earundem contineat pes partes 72 , & pedes 9 , sive radius partes 648 , dividatur numerus 648 per 30 , obveniunt proxime 21 . Quamobrem conferendum erat id intervallum cum una e partibus 31 æqualibus radii .

90. Quoniam diviso 648 per 21 obveniunt $30\frac{6}{7}$, assumptum est hoc intervallum proxime in ipsa lamina mobili , & ad eam distantiam in longiore polita vitrea lamina ductæ binæ lineæ parallelæ , & certa earum loca notata sunt transversis lineolis . Tum sector horizontaliter constitutus super binis fulcris ita , ut ejus quadrantes fere utrinque ultra fulcra procurrerent ; nec vero ob tubum ferreum & ampliorem , & ita arcte adnexum regulæ ferreæ , ullum erat flexionis periculum ; & ea ipsa superficie ejus laminæ vitreæ , in qua lineæ designatæ fuerant , applicata limbo ita , ut altera linea ad sensum congrueret cum termino partis decimæ septimæ ad levam sitæ , adeoque altera non longe distaret a parte decima tertia ad dexteram sita , motu cochleæ facile determinabatur metodo supra exposita , quot micrometri particulis differret intervallum linearum in vitro designatarum ab intervallo illarum 30 partium laminæ mobilis .

Intervalli adhibiti comparatio cum intervallo inter binas ejusdem vitri rectas.

91. Paratæ autem erant etiam tabellæ quædam lignæ tantundem crassæ , quantum laminæ aurichallicæ limbi supra regulam ferream elevantur , ac levi , & nitida papyro agglutinata obductæ . Tum prima tabella *D* cerâ molli adnectebatur regulæ ferreæ in ea distantia ad sensum a centro sectoris *S* , quam exposcebat illa pars assumpta pro una e 21 æqualibus . Inde vero applicato vitro ita , ut altera e lineis parallelis transfiret accurate per centrum sectoris *S* teste lente satis convexa , ita promovebatur tabella *D* versus *S* sub ipsa vitrea lamina , ut ejus foraminulum notatum accurate responderet & mediæ crassitudini regulæ , & alteri lineæ in vitro designatæ . Cera mollis permittebat hunc motum vi adhibita , qua cessante , positi-

Comparatio intervalli inter vitri lineas cum parte radii assumpta pro aliis quora.

Tab. 2. F. 3.

tio semel accepta prorsus accurate servabatur. Eodem pacto collocabatur secunda tabella sub tertia, & ita porro, donec superesset unicum intervallum postremum a puncto E' ad mediam lineam ED' .

Comparatio
partis postremæ,
& inde veræ ali-
quorū determi-
natio.

92. Id autem postremum intervallum non poterat cum reliquis conferri ope ejusdem laminæ vitreæ; conferebatur autem facile ope circini fidelis cuspidibus tenuissimis armati, quem habebamus. Translato enim & eo postremo intervallo, & uno ex æqualibus DD ex eodem quoque puncto lamellæ mobilis in ipsam laminam mobilem, ac binis lineolis eo centro descriptis, facile erat promota eadem lamina mobili utriusque lineolæ, sub eadem transeuntis immota vitri applicati linea intervallum cognoscere, quo intervallo per omnes distributo partes 21, cognoscebatur, quot micrometri particulis una ex iis partibus differret ab illo intervallo partium illarum 30 laminæ mobilis, cum quibus Fixæ positio inter observandum collata fuerat. Patebat igitur quantum is numerus differret a partibus 30 earum, quarum radius sectoris continet 648, & quæ proinde correctio divisioni laminæ adhibenda esset; vel si liberet immediatius, patebat facile, quem angulum subtenderet ad centrum sectoris id intervallum, cum pateat, quem angulum requirat tangens, quæ ad radium est, ut 1 ad 42, cujus duplum subtenditur a parte vigesima prima, a qua deinde quantum differat intervallum illarum 30 partium laminæ mobilis, constat ex noto particularum numero, quibus id intervallum differt ab ea parte aliquota.

Ex ultima parte
inæquali cæteris
nullus error.

93. Patet itidem nullum fuisse opus accurate assumendi partem ipsam aliquotam, cum postremi intervalli haud æqualis reliquis differentia dividenda sit in partes 21, adeoque erroris admissi vigesima prima pars habeatur tantummodo, quæ penitus insensibilis esse debet, cum trium particularum error uni secundo æquivalet, ac diligentia adhibita duarum etiam particularum error evitari possit, qui secum trahet trigessimam unius minuti secundi

di partem pro errore. At illud accidebat maxime incommodum, quod nimirum tabellæ aliæ post alias collocandæ erant, & ad locum sibi debitum deducendæ, quod & diuturnum tempus, & laborem fane molestum requirebat.

94. Ei quoque malo remedium hoc pacto allatum est. Circino fideli assumpta est pars proxime vigesima prima, & tabellæ dispositæ ad eam ad sensum distantiam a se invicem, quam ejusmodi intervallum requirebat, & filum tenue tractum a centro *S* ad medium laminæ mobilis *EE'*. Tum applicata circini cuspidè altera in *S*, alterius ope excavatum est tenuissimum foraminulum in prima tabella in *D* sub ipso filo; deinde, prima cuspidè immissa in idem foraminulum, excavatum est foraminulum ejusmodi in secunda tabella, & ita porro usque ad postremam tabellam. Iis præstitis, prius una e partibus æqualibus comparata est cum intervallo illarum 30 partium laminæ mobilis, ac postrema pars inæqualis cum ea; atque id ipsum duplici methodo.

Alia methodus minus molesta per circinū habentem cuspides.

95. Primo quidem ipsius circini cuspidè altera infixæ est alteri extremo ejus intervalli, & altera cuspidè notata tenuissima lineola in lamina mobili, ac distantia hujus lineolæ ab extremo altero intervalli ejusdem capta more solito, promovendo laminam mobilem: ultima vero pars inæqualis diligenter capta eodem circino, & translata itidem in lamellam mobilem ex eodem loco, ac inventa distantia binarum lineolarum notatarum, ut prius. Deinde pro unico vitro adhibita sunt bina agglutinata ope ceræ longiori perforatæ aurichalchicæ laminæ, de qua mentio superius injecta est, & quæ circini muniti vitro mobili, & micrometro vices supplet utcumque. Tum ejusmodi instrumento binis proximis tabellis applicato, lamina altera, vi adhibitâ, ad alteram adducebatur, donec distantia binarum linearum iis insculptarum accurate æquaretur uni e partibus æqualibus, ac translato in laminam mobilem instrumento conferebatur cum intervallo

Comparatio ultimæ partis eodem circino: tota hæc investigatio ope duplicis vitri.

explorando distantia ipsa, & notabatur, quot particulis ab eo differret, ac eodem instrumento capiebatur postrema illa inæqualis pars, & conferebatur cum eodem intervallo; quo quidem pacto obtinebatur eadem comparatio, quæ prius ope circini, sed sine ulla lineola ducta in lamina mobili, quæ deinde delenda esset.

Hujus methodi comparatio cum parte aliquota insculpta in limbo.

96. Supervacaneum autem hic est omnino monere illud, ope circini superius propositi, qui vitro constaret mobili, & suo micrometro, multo facilius comparationes hæscæ omnes fieri posse; ut & illud in omnibus hæscæ tentaminibus lentem a nobis adhibitam esse admodum acutam, quæ objecti auget imaginem. Illud omittendum non est, hæc quidem duas comparationes institui, positionis Fixæ cum intervallo illo 30 partium, & ejus intervalli cum parte aliquota, dum ipsa parte aliquota translata in laminam mobilem immediate confertur positio Fixæ cum parte ipsa aliquota. Sed id quidem periculum inducit erroris unius, aut ad summum alterius particulæ micrometri, qui error ipse microscopio adhibito evitari potest, & infra minutum secundum descendit. Compensatur autem tum ex eo, quod tam multis methodis liceat examen instituere, & quoties libeat repetere, tum ex eo, quod eadem ratione comparando numerum partium quemcumque a medio cum aliqua parte aliquota, vel numerum ejus duplum acceptum hinc, & inde a medio, possit haberi constans accuratissima divisionum omnium rectificatio, sine periculo erroris, qui trientem minuti secundi excedat, sectore ubique deinceps, & pro Fixis omnibus vertici proximis æque futuro usui.

Quid ubi pars aliquota nimis distaret ab intervallo necessario.

97. Eodem pacto & in aliis examen divisionum institutum est, verum aliquando, ubi pars aliquota satis distabat ab intervallo comparando, idem æquæ accurate obtinere licuit assumpto dimidio. Ejus exemplum proferre licet in intervallo adhibito pro α Cymi. Ad ejus positionem adhibitæ sunt Romæ partes 30 ad levam, & 26 ad dexteram, summa est 56. Per hanc divisio numero partium totius

totius radii = 648 , proveniunt partes 11 $\frac{2}{3}$ quam proximè . Liceret igitur partem unam e 23 bis transferre in id intervallum hinc, & inde a medio, sed una observatio cum novo erroris periculo adderetur . Liceret adhibere partes 11 , per quem numerum diviso illo 648 , habetur ferè 59 quod ab intervallo comparando differt per partes 3 , adeoque per conversiones 15 cochleæ , in quibus majorem aliquem errorem suspicari licet . Potest igitur operium vitrorum res ita perfici . Distet medium ab extremis ad fensum per unam e 23 partibus æqualibus, sive per 28 . Distabunt extremæ partes per 56 . Circino transferantur partes ejusmodi 11 in tabellas , & relinquetur proximè pars dimidia ejus . Aptentur extrema vitra, ut accurate congruant cum una e prioribus , tum vitrum medium aptetur ita , ut cum altero extremo congruat accurate dimidiæ illi parti reliquæ . Illa pars major comparetur cum illo intervallo adhibito in observanda Fixa illarum 56 partium , tum & distantia primi vitri a secundo comparetur cum aliquo laminæ mobilis intervallo , & distantia secundi a tertio comparetur cum eodem , ut innotescat, quot particulis eæ binæ partes a se invicem differant . Ejus differentiæ dimidium exhibebit , quot particulis differat postremum intervallum a dimidio unius ex illis 12 . Quare hæc semidifferentia divisa per 23 exhibebit , quid addendum, vel demendum sit singulis reliquarum dimidiis ad habendam accuratam æqualitatem . Hinc innotescet , quantum debeat augeri , vel minui una ex 11 partibus æqualibus , ut accurate contineat $\frac{2}{3}$ radii , & proinde innotescet quantum differat ab hac ipsa mensura nempe a $\frac{2}{3}$ radii intervallum illud adhibitum partium 56 .

98. Hæc omnia exemplis illustrare infinitum esset . Illud unum hic monuisse sit satis , plurima nos & Arimini, & Romæ tentamina instituisse , donec usu ipso paulatim exercitiores evasimus , & plurimarum observationum consensu evidentissime nobis constitit de nostri instrumenti statu ; ut proinde mirum esse non debeat , si

Summa cura adhibita in rectificatione ; inde Observationum consensus .

tan-

tantus inter ipsas Astronomicas observationes nostras consensus habeatur. Patet autem, quanto præsidio sit illa mobilis regula ad correctionem divisionum; sed paullo inferius patebit itidem, quanto usui eadem sit in observationibus ipsis instituentis. Eadem autem theoria & sequenti capite iterum obveniet in rectificatione quadrantis.

Collocatio filorum micrometri.

99. Expositis iis, quæ pertinent ad rectificationem divisionum, dicemus nunc de recta collocazione filorum micrometri. Ea in primis collocanda sunt ita, ut angulum contineant accurate rectum. Id pendet plurimum a diligentia Artificis, qui in fig. 13 ita debet & exilia parare foramina *MLNK*, & rite disposita, ut filum fericum, vel potius argenteum traductum contineat angulum rectum. Id quidem noster Artifex accuratissime præstitit, & facile ad examen revocari potest applicata ad orificium ejus tubuli papyro cum binis rectis ex multo majore distantia ductis ad angulos rectos, & ut fila videri possint, charta oleo affuso pellucida adhiberi potest, si oculus applicetur ex parte ipsa filorum. Ut autem semel acceptam positionem servant, id vero præstat lamina illa elastica, sine qua facile admodum laxari possent, & positionem suam mutare.

Eorundem situs in foco lætis objectivæ: error in hoc sectoris genere facile evitandus.

100. Deinde ita collocandus est tubulus ille, qui fila habet, ut sit in ipso foco lentis objectivæ, ubi nimirum pingitur imago objecti. Radii quidem ab eodem objecti puncto devenientes non habent omnes unicum focum, ut supra innui, sed disponitur series quædam focorum, quæ occupat partem $\frac{1}{2}$ distantia foci propioris a lente objectiva, quod intervallum in casu nostro, in quo ea distantia est pedum 9, esset quatuor pollicum, & violaceorum quidem focus est omnium proximus ipsi lenti objectivæ, rubeorum remotissimus. De erroribus, qui inde oriri possunt satis multa Bouguerius. Ego notabo pauca quædam tantummodo. In primis id spatium contrahitur plusquam duplo, si consideremus radios vividiores, ut est flavus cum

cum aurei parte , & viridis . Deinde si vitrum accurate centratum sit , & oculus collocetur in recta transeunte per intersectionem filorum , & medium aperturæ lentis objectivæ , per quod transeat ejus axis verus , nullus error in nostro instrumento timeri potest , licet etiam fila non sint in ipso foco lentis objectivæ . In hoc enim nostro instrumento nullum habemus filorum motum , qui angulos metiatur , quod itidem hoc nostri instrumenti genus reddit multo præstantius , sed solum requiritur ille unicus , quem supra diximus telescopii axem , & appellatur etiam linea fiduciæ , qui rectam exhibeat ab intersectione filorum tendentem ad objectum . Potest autem , ut mox dicemus in instrumento , quod huic nostro simile sit , cognosci , & admodum accurate , punctum illud , per quod transit verus axis lentis objectivæ , & oculus collocari in recta , quæ transit per id punctum , & intersectionem filorum , cum post constitutum situm , & lentis objectivæ , & filorum , possit lens ocularis , & ultimum ejus foramen oculo applicandum collocari , ubicumque libeat , immotis illis .

101. Præterea monendum mihi est & illud , Mairium , & me æque prorsus myopes esse , & æquali prorsus oculorum constitutione , ut idcirco focus lentis ocularis utriusque idem fuerit semper ; ac proinde illo nos incommodo caruisse , quo Condaminus , & Bouguerius laborarunt ob oppositum oculorum vitium , ut idcirco eodem die ambo alius post aliam eandem stellam observare possemus . Porro si fila posita sint citra , vel ultra eum focum objectivæ lentis , a quo pendet maxima densitas radiorum in macula effecta in oculi fundo a diversa refrangibilitate radiorum , & figuræ sphericæ vitio non omnes in unico puncto radios colligentis , habetur parallaxis objecti , & oculo moto , movetur imago ejusdem respectu filorum in primo casu in eandem plagam cum oculo , in secundo in plagam oppositam ; ac illud est optimum filorum in sua sede collocatorum indicium , quod parallaxis ejusmodi

Mairius , & Augor æque myopes : parallaxis filorum numquã observata .

modi non habeatur. Jam vero nobis facile fuit ita collocare fila, ut nulla haberetur ejusmodi parallaxis, educendo tubulum *OIKN*, vel protrudendo introrsum, quod quidem majore vi adhibita fieri poterat motu continuato, & sine ullo subsultu ita, ut positione ejusmodi semel inventa, sine ingenti itidem vi eadem eommutari deinceps non posset. Et quidem semel collocatis filis ejusmodi in sua sede, nunquam mihi contigit, ut illam aliam mutationem foci, & parallaxim viderem, quam Condaminus & Bouguerius observarunt pendentem a Cæli diversa temperie, adeo ut sine ulla parallaxi Fixam, quam sub ipso filo collocaveramus mediam, mutato per totam ocularis tubi aperturam oculo, eodem semper loco observaverimus.

Filorum directio
ejusmodi, ut alterum
plano sectoris perpendi-
culare sit.

102. Collocatis filis in debita distantia a lente objectiva danda erat iisdem directio debita, cum alterum deberet esse parallelum plano sectoris, sive plano transeunti per limbum, & centrum, alterum ipsi plano perpendiculare. Id quidem facile obtinuimus, collocato, ut fieri afolet, sectore in plano horizontali, teste libella, quæ aeris bullulam tubo liquore pleno innatantem habebat, tum acto in gyrum circa proprium axem tubulo *OIKN* in eodem situ, donec filum alterum acquireret positionem parallelam filo penduli ante ipsum libere demissi. Quoniam autem & axis tubi *QAOR* erat ad sensum parallelus regulæ ferreæ oblongæ sustentis tubos omnes, facile inde consequitur, fuisse illud filum plano sectoris ad sensum perpendiculare. Inde autem & illud sponte fluit, fuisse filum alterum parallelum plano ipsi, & quidem mediæ lineæ laminæ mobilis. Atque hæc quidem pertinent ad fila.

Illuminatio fi-
lorum.

103. Illuminatio filorum fiebat facile ope lucernæ collocatæ post ipsum Observatorem, ne lumen in oculos incurreret, per illam aperturam in *QRb* figuræ 14, quod ne ipsi Observatori officeret, curatum fuerat, ut & tubus ex interna parte e regione ejus aperturæ circum-
qua-

quaque, quantum maxime fieri posset, nigresceret, & ipsa lucerna obduceretur ex anteriori potissimum parte impedimento quodam conicæ formæ, in quo fenestra exigua lumen nonnisi ad exiguum tractum circa aperturam illam *iQrh* emitteret. Sed & illud nobis commodum accidit, quod pleræque e nostris observationibus tam Romæ, quam Arimini institutæ sunt in ipsa diei, vel crepusculi luce, quod & illuminandorum filorum, summovebat necessitatem, & imaginem Fixæ reddebat magis distinctam.

104. Ex iis, quæ ad sectoris ipsius constitutionem pertinent, superest, ut agamus de parallelismo axis telescopii cum plano instrumenti, de quo tam multa Bouguerius. Illud ego quidem omnino affirmare possum, ubi primum de hujusmodi expeditione, & instrumento ad eam necessario cogitare cœpi, antequam Bouguerii liber ad nos perlatum esset, quem advehendum curavit e Gallia aliquanto post ipse Eminentissimus Cardinalis Valentius, qui quidem quidquid præsidii ad operis nostri perfectionem comparare posset, curavit semper, statim me cogitasse & de hoc parallelismo, cujus omnes Astronomos in longioribus hisce instrumentis ad astrorum vertici proximorum observationes adhibitis curam habuisse arbitror, ut de minoribus etiam quadrantibus Condaminius videtur omnino evincere, & potissimum de plano sectoris collocando in directione lineæ meridianæ, quod si diligenter præstetur, nec multum sane de illo ipso parallelismo est laborandum, & admodum facile ex ipsis observationibus colligi posse, jam tum deprehendi, quanta sit deviatio a parallelismo, siqua est, ut siquis error inde timeri debeat, possit facile innotescere, & corrigi.

105. Porro ubi telescopium post regulam ferream apponitur, aliquanto difficilior est prima objectivi vitri collocatio ejusmodi, qua axis accurate parallelus evadat plano sectoris. Idcirco ego quidem illud curavi, ut ex

Cura parallelismi axis telescopii cum plano sectoris semper habita ab Astronomis.

Eccentricitas vitri objectivi cum capsâ, qua includitur, parata hic in eum finem.

altera parte punctum illud vitri objectivi, per quod axis transire debet, posset ad planum sectoris accedere, vel ab eo recedere ita, ut ingenti motu facto is accessus esset perquam exiguus, & ex altera parte motu ipso facto firmissime immotum deinde perstaret vitrum ipsum. In eum usum omnem illam disposui eccentricitatem thecæ continentis vitrum objectivum in fig. 11, respectu capsæ ipsam thecam continentis, de qua superius egimus. Quoniam enim eccentricitas *ab* respectu semidiametri *aE* in fig. 11, & 12 est satis exigua, ingenti motu puncti *E* exiguus admodum fit motus puncti *b*, nec is omnino totus, ut *bb'*, vel *bt* ad accessum pertinet, vel recessum, sed ejus pars *bd*, vel *bz*.

Methodus inve-
stigandi punctum
axis in lente ob-
jectiva.

106. Et quidem ope ejusmodi conversionis illud etiam inveniri potest, ubi sit potissimum in ea objectiva lente punctum illud, per quod transit ejus axis, quod accurate nosse plurimi interest potissimum, ut innotescat, an ejusmodi lens sit satis bene centrata, & ut possit id punctum collocari in centro aperturæ, ac centrum aperturæ tubi ocularis, & ipsius ocularis lentis axis in ea recta, quæ inde transit per intersectionem filorum. Id quidem pluribus aliis methodis inveniri potest. Si ex. gr. collocetur lens ejusmodi e regione puncti lucidi satis remoti, ut per noctem foraminis rotundi ante majorem flammam constituti prope ipsam, cujus imago excipiat in charta tenui rotundo foramine perforata ita, ut imago ipsa ei foramini concentrica sit; ipsi autem lenti objectivæ applicetur proxima tabella, vel crassior charta perforata foramine satis amplo, ut satis magnam radiorum copiam transmittat lentis ejusdem, noteturque positio lentis ad ipsam tabellam, vel chartam ternis in ejus margine punctis notatis, quæ congruant cum totidem punctis tabellæ, vel chartæ, punctum illud axis jacebit in recta, quæ jungit foramen lucidum cum foramine, in quo ejus imago excipitur. Quare si summoveatur lens, & per aperturam relictam oculo collocato post foramen illud, quod imaginem antea exci-

excipiebat, aspiciatur nudo oculo foramen lucidum, mota interea per tabulam illam, vel chartam, quæ lenti adiacebat, regula aliqua, donec foramen lucidum dimidium tegat, noteturque a socio eam regulam interea movente is regulæ situs in eadem tabula, vel charta; binis huiusmodi positionibus regulæ notatis, & reddita lente objectiva loco suo, designari in ea poterunt bini ductus regulæ suo itidem loco restitutæ, in quorum intersectione erit omnino quæsitum punctum.

107. Idem etiam obtineri potest ope telescopii habitis in foco lentis objectivæ micrometrum filo mobili instructum. Si enim theca, quæ objectivum vitrum continet, & solet esse concentrica in communibus telescopiis vitro ipsi, circumagatur circa proprium axem ab altero socio, dum alter objectum remotum intuetur per intersectionem filorum; ubi lens objectiva punctum axis habeat accurate in centro thecæ ipsius, ad idem semper objecti punctum filorum intersectio dirigetur; ubi id ab eo distet, ea intersectio evagabitur per objectum, & notatis objecti punctis per quæ illa intersectio excurrit, facile deinde ope fili mobilis determinabitur & quantitas totius excursus, & plaga respondens cuivis positioni thecæ, ac ejus ope & magnitudo excursus puncti axis circa centrum thecæ invenietur, quæ erit æqualis excursui intersectionis filorum per objectum, & plaga, quæ erit opposita plagæ, in quam fertur intersectio filorum respectu objecti, ac proinde punctum ipsum, cui respondet is axis.

Alia methodus
ejusdem rei ope
micrometricum
filo mobili.

108. Verum quoniam in hoc meo instrumento non utor filo mobili in foco lentis ocularis, ut id ipsum ejus ope præstari accurate possit, & simul, si libeat, obtineri accuratus parallelismus axis cum plano sectoris, illam adhibui lentis objectivæ eccentricitatem, cujus ope, si in tribus thecæ positionibus innotescat, qui habeatur ex binis ejusmodi mutationibus accessus ad centrum, vel recessus (quo autem pacto id ipsum inde deduci possit

Problema id ipsum
inveniendi
ope hujus sectoris.

dicam paullo inferius), innotescet etiam accuratè, ubi sit ipsum axis punctum in lente objectiva. Sint enim in fig. 12 tres positiones b' , t , t' habitæ per tres positiones thecæ E' , e , e' & bini accessus dz , zz' inde orti ponantur cogniti, quæratque ipse locus b' , t , t' puncti axis in iis tribus positionibus.

Ejus solutio.

109. Quoniam datur motus $E''e$, & ee' , innotescunt ii arcus facili observatione ope circini, adeoque & angulus $E''ee'$, quem metitur dimidius arcus residuus $E''EE'e'$, cui æqualis cum sit angulus $bt'tt''$ ob chordas circulorum concentricorum in iisdem a centro angulis parallelas, si chorda $t't$ occurrat rectæ db' in c , angulum $b'tc$ metietur dimidium complementi arcus $E''ee'$ ad totum circulum. Dabitur etiam ratio chordæ $b't$ ad tt' , quæ erit eadem, ac $E'e$ ad ee' , ratio itidem $t't$ ad tc dabitur, quæ erit eadem $z'z$ ad zd . Quare dabitur & ratio $b't$ ad tc . Cum igitur detur & angulus $b'tc$, dabitur specie id triangulum, adeoque dabitur angulus $cb't$, & proinde angulus $b'tz$, qui est ipsius alternus. Ducta igitur $b'i$ parallela dz , cui & æqualis erit, dabitur $b't$, quæ nimirum ad datam $b'i$ erit, ut radius ad sinum anguli inventi $b'ti$, sive $b'tz$. Quare si fiat ut data $E''e$ ad $E''a$ datam, ita $b't$ inventa ad quartum, prodibit ab' distantia puncti b' quæsitæ ab a , sive eccentricitas, & ea datâ, ob data puncta $E''ee'$, dabuntur positiones ipsæ punctorum b' , t , t' , & solutum erit problema.

Methodus crassior
Dauguerii explorandi
parallelismum axis.

110. Quo autem pacto id ipsum innotescere possit, quantus sit ex mutata positione thecæ ab E'' in e accessus dz puncti b' abeuntis in t , id vero hîc exponam, ac simul docebo illud, quo pacto & sciri possit, quanta sit in quavis positione inclinatio axis ad planum sectoris, & qui inde error timeri possit, quo pacto vel ipsa inclinatio tolli, si libeat, vel error inde profluens cognosci, & corrigi. Varias Astronomi methodos tradunt ad cognoscendum, an axis sit parallelus plano sectoris, & quanta sit inclinatio, si forte sit aliqua. Admodum sane crassa est

est illa, quam Bougerius proponit, ut collocato sectore horizontaliter aspiciatur per limbum, & centrum objectum aliquod satis remotum nudo oculo, pinnulis utrobique etiam ad majorem determinationem appositis, & æque extantibus supra idem planum, ut determinatius collineare liceat, tum per telescopium transpiciatur objectum idem. Si enim id punctum, quod in filorum intersectione jaceat, deprehendatur in plano limbi, & centri, habebitur quæsitus parallelismus; secus, si id objecti punctum jaceat supra id planum, vel infra. Ea quidem methodus est satis crassa, ut bene omnino id ipsum notavit Condaminus, cum illa æstimatio loci objecti facta nudo oculo per planum sectoris crassior sit, & plurimum etiam minorum errorem permitat. Adhuc tamen ad dandam utcumque inclinationem veræ proximam opportuna omnino est.

III. Ut alias omittam methodos, ea, qua & Bougerius, ac Condaminus sunt usi, ad investigandam magnitudinem deviationis, est quidem accurata, sed admodum molesta, & sæpe etiam ob loci, in quo observatio habetur, importunam positionem, impossibilis. Collocatur nimirum limbus sectoris accurate in plano meridiani, tum ex pluribus binariis altitudinum æqualium ejusdem stellæ observatis ante, & post ejus culminationem, vel si ipsius stellæ ascensio recta sit cognita, & horologii constitutio ad Solem itidem cognita, ex differentia temporis, quod debeat intercedere inter Meridiem, & appulsus Fixæ ad meridianum, determinatur momentum ipsum culminationis, quod si congruat cum momento, quo Fixa appellit ad filum micrometri parallelum limbo sectoris, habetur quæsitus parallelismus; sin minus, habetur differentia horaria inter appulsus ad id filum, & ad planum meridiani, quo in partes æquatoris ritè converso, habetur in partibus paralleli Fixæ distantia puncti, ad quod tendit linea fiduciæ, quam supra diximus axem, a plano meridiani, quæ ad partes circuli maxi-

Alia methodus
ejusdem tutior,
sed operosior.

ini reducitur more Astronomis usitato, minuendo numerum minorum, & secundorum in ratione radii ad cosinum declinationis Fixæ ipsius, nimirum semidiametri circuli maximi ad semidiametrum paralleli ejusdem Fixæ.

Ejus metho di
difficultas.

112. At præter quam quod ubique illa altitudinum observatio aliquanto operosior est, sæpe contingit, ut ex loco observationis nullus in orientalem, & occidentalem plagam prospectus pateat, quod nobis quidem & Romæ contigit, & fere etiam Arimini, ubi ad Orientem quidem patebat prospectus, sed admodum difficilis, ad Occidentem autem ex ipso loco patebat nullus, & ad ejusmodi altitudines observandas oportebat temporis reductione uti, altitudinibus in remotiore loco observatis. Accedit, quod ejusdem stellæ binæ altitudines æquales sæpe numero haberi non possint, cum interdiu minoribus quadrantibus ipsa stella inconspicua sit, ut idcirco ad aliunde cognitam ejus ascensionem rectam sit confugiendum.

Aliam habere
methodum Au-
gorem, quam
hic proponat.

113. Mihi quidem, ubi primum in ejusmodi observationibus me exercere cœpi, posita accurata limbi positione in plano meridiani, quam & illa alia methodus omnino supponit, & quæ, qua ratione haberi possit, videbimus paullo infra, se sponte obtulit methodus admodum expedita, quam innui in primo opusculo, determinandi accuratissimè ejusmodi deviationem axis a parallelismo, atque id ipsum ignota penitus ascensione recta ipsius Fixæ, ignota horologii constitutione ad Solem, ignota hora culminationis, quam methodum hic aliquanto diligentius exponam.

Methodus ipsa
per horam ap-
pulsus ad filum
micrometri no-
tatam ter cum
binis conversio-
nibus sectoris.

114. Sit in fig. 19 G centrum sectoris AB , limbus constitutus cum ipso centro in plano meridiani, GD pendulum demissum e centro sectoris, & radens limbum in E . Sit autem GF linea fiduciæ, sive axis telescopii, qui hic concipitur motu parallelo translatus ita, ut ejus vertex congruat cum centro G . Si is fuerit inclinatus ad planum secto-

sectoris, distabit ejus imum punctum F a limbo AB per intervallum aliquod ipsi perpendiculare FR , aberrationis angulo existente FGR . Concipiatur jam centro G sphaera caelestis, in qua polus P , meridianus PQ transiens per zenith Z , ad quod tendet pendulum DG productum. Axis FG tendet ad punctum L horarii cujusdam PL inclinati ad meridianum PQ , & producta RG usque ad meridianum in M , erit angulus LGM aequalis inclinationi FGR axis ipsius, & Fixa ad intersectionem filorum deveniet non in appulsu ad meridianum in M , sed in appulsu ad horarium illum in L . Quod si sequenti die observetur eadem stella limbo sectoris in contrariam plagam obverso, axis GF abibit in contrariam positionem GF' , & horarius PL abibit ad partem oppositam PL' respectu meridiani: conversione autem iterum facta tertio die redibit axis ad pristinum locum in GF , & horarius ille ad PL .

115. Jaceat PL ad Orientem respectu Meridiani PQ , & Fixa appellet ad L ante, quam ad M . Sequenti die integra conversione peracta redibit ad L (motus enim proprios Fixae debitos uni, vel alteri diei tuto negligimus, quorum etiam si rationem liberet habere, liceret id quidem admodum facile), sed ut deveniat ad telescopium directum ad L' debet praeterea percurrere arcum LOL' sui paralleli habentis polum in P a Meridiano PQ sectum bifariam ad angulos rectos in O . Tertio autem die ante quam integram conversionem perficiat, devenient Fixa ad L , & intervallum temporis erit brevius integrae conversionis tempore per tempus debitum itidem illi eidem arcui LOL' duplo arcus LO . Quare intervalla temporis a prima observatione ad secundam, & a secunda ad tertiam different inter se per duplum tempus debitum arcui LOL' , vel quadruplum arcui LO , quorum nimirum primum erit longius, secundum brevius tempore unius conversionis per tempus debitum arcui LOL' . Eadem autem differentia haberetur si PL esset occidentali-
lior,

Inclinationis
axis mensura pe-
tenda a quarta
parte differen-
tia binorum in-
tervallorum te-
poris.

lior, & PL' orientalius, quo casu primum intervallum esset e contrario longius, secundum brevius eadem quantitate, nimirum quadruplo tempore debito arcui LO .

Ejus determinatio in minutis, & secundis paralleli Fixæ.

116. Jam vero tempus horologii, ut cumque non congruentis cum Solis, aut Fixarum motu, sed tamen accurate æquabilis, debitum binis conversionibus, habetur ex prima, & tertia observatione; adeoque si fiat, ut id intervallum ad quartam illius differentię partem, ita duo circuli, sive gradus 720 ad quartum, prodibit arcus LO . Verum si horologium non multum abluat a Fixarum motu ita, ut paucis tantummodo minutis differat una conversio Fixarum ab ejus horis 24, licebit multo facilius arcum LO ex illa temporum differentia invenire, reducendo more solito id tempus in minuta, & secunda, attributis 15 secundis circuli paralleli cuivis secundo horario, & singulis minutis circuli quibusvis quatuor secundis horariis.

Reductio ad partes circuli maximi, & reductionis demonstratio.

117. Porro quoniam tam arcus LOL' , quam LML' habet communes terminos L, L' , habebit communem chordam, adeoque communis est & sinus arcuum LO, LM , sed radii eorum circulorum diversi erunt. Circuli LOL' radius est recta perpendicularis axi PG , nimirum sinus PO distantię Fixæ a polo, radius autem arcus LML' est ipse radius spheræ. Cum igitur in quovis arcu sit radius sui circuli ad sinum ei perpendicularem, ut sinus totus in tabulis ad sinum anguli, quem is arcus subtendit in suo centro, adeoque sinus anguli subtensi in centro, sive numeri arcu minorum, & secundorum debiti ipsi arcui est directe ut ille suus sinus in suo circulo, & reciproce ut radius, hęc ubi ille suus sinus communis est, erit sinus partium sui circuli in arcu LO ad sinum partium sui in LM , ut est e contrario radius circuli LML' ad radium circuli LOL' , nimirum, ut radius ad sinum distantię PO a polo. Quoniam autem exigui anguli sunt ut sinus, erit proxime ut radius ad sinum distantię a polo, ita numerus partium arcus LO ad numerum partium LM ,

LM, qui exhibebit angulum LGM, sive inclinationem quæsitam FGR.

118. Idem facilius hoc pacto obtineri poterat. Tam arcus LML', quam LOL' sunt proxime æquales communi suæ chordæ. Igitur & ipsi, & eorum dimidia LO, LM æquantur proximè inter se, adeoque continent numerum partium reciproce proportionalem totis circumferentiis, divisus nimirum in eundem numerum graduum 360. Et ea est notissima illa Astronomis reductio partium paralleli cujusvis in partes circuli maximi, quæ in usu micrometrorum constitutorum per fila ad angulos semirectos se decussantia, & alibi frequentissime occurrit. Quamobrem hic jam habetur demonstrata illa methodus, quam opusculo primo tradidi, & methodus ipsa huc reducitur. *Observetur Fixa eadem tribus consequentibus diebus conversione bis facta. Si intervallum temporis inter primam, & secundam observationem æquatur intervallo inter secundam, & tertiam, axis telescopii est accurate parallelus instrumento. Si illa intervalla inæqualia sunt, capiatur quarta differentie pars, & reducatur in partes paralleli fixæ tribuendo quaternis quibusque secundis horariis singula minuta prima paralleli ipsius: tum fiat, ut sinus totus ad sinum distantie Fixæ a polo, sive ad cosinum declinationis ejusdem, ita numerus inventus ad alium, qui exhibebit ipsam inclinationem quæsitam axis telescopii ad planum sectoris.*

Reductionis demonstratio alia: methodus inveniendi inclinationem axis.

119. Exemplum in casu nostro facile desumemus ab observationibus μ Ursæ habitis in posterioribus Romanis observationibus. Eam contigit tribus consequentibus diebus observare Romæ 8, 9, 10 Decembris cum binis conversionibus sectoris. In primo appulsu horologium notabat horas 5.9'.25" in secundo 5.5'.55", in tertio 5.1'.25". Quare primum intervallum temporis præter horas 24 habet 3'.30", secundum 4'.35". Differentia est 1'.5' $\frac{3}{4}$, quarta ejus pars 16". Ea redacta ad partes paralleli exhibet 4'.4", sive 244". Ea tum distabat a vertice Romano versus polum minutis fere 50. Zenith Romanum a Po-

Exemplum in observationibus Romanis posterioribus.

lo $48^{\circ}. 6'$. Quare ejus distantia a Polo erat $47^{\circ}. 16'$. Factis, ut sinus totus 100 ad sinum $47. 16' = 735$ ita numerus 244 secundorum paralleli ad quartum, prodit 179 numerus secundorum circuli maximi, sive inclinatio que sita axis $2'. 59''$.

Aliud ex observationibus Ariminensibus alia methodo.

120. Nec vero illud est necessarium, ut habeantur tres observationes ejusmodi ejusdem Fixæ tribus diebus continuis. Satis est etiam si habeantur binæ, conversione facta, & tertia sine conversione. Posteriores exhibent tempus unius conversionis, priores tempus multatum, vel auctum duplo, non quadruplo tempore debito arcui LM ; vel binæ sine conversione, ac binæ aliæ cum conversione a prioribus disjunctæ, dummodo interea ingens calor mutatio horologii æquabilitatem nequaquam turbet. Exemplum licet desumere in observationibus Ariminensibus ex ipsa μ Ursæ. Ea observata est Aprilis 29, & 30 limbo Orienti obverso, & die 1 Maii obverso occidenti. Hora appulsus fuit in prima observ. $7. 43'. 26''$, in secunda $7. 39'. 27''$, in tertia $7. 35'. 3''$. Primum intervallum præter horas 24 fuit $3'. 59''$, secundum $4'. 24''$. Differentia est $25''$, cujus dimidium $12''. \frac{1}{2}$ ductum in 15 exhibet $187. \frac{1}{2}$ paralleli Fixæ, quæ eadem ratione redacta ad partes circuli maximi relinquunt inclinationem $138''$ sive $2'. 18''$.

Aliud e prioribus Romanis alia.

121. Quod si etiam habeantur binæ observationes post dies quotcunque, limbo obverso eidem plagæ, & aliæ binæ vel ejusdem Fixæ, vel alterius cujuscunque, limbo obverso plagis oppositis, pariter erui potest inclinatio, cum ex prioribus binis observationibus habeatur tempus horologii pro dato conversionum numero, adeoque & pro unica, inde vero eruatur tempus pro numero conversionum inter posteriores binas observationes, cujus differentia a tempore observato duplum itidem exhibet deviationis. Cavendum tamen, ne nimium remotæ observationes assumantur, ne nimirum interea mutatio aliqua in horologio accidat, ubi id non omnino perfectum fit

fit. Habuimus in observationibus Romanis prioribus ejusdem Fixæ observationes 4 Martii limbo obverso Occidenti 7, & 9 Martii limbo Orienti obverso. In prima observatione tempus erat 11. 3'. 0", in secunda 10. 50'. 39", in tertia 10. 42'. 27". Ex posterioribus habetur pro binis conversionibus 8'. 12", adeoque pro singulis conversionibus 4'. 4". Hinc pro ternis inter primam, & secundam haberi debuit 8'. 12". Habitum est autem 8'. 21". Differentia est 9", cujus dimidium 4' $\frac{1}{2}$, exhibet secunda, ejus paralleli 67. $\frac{1}{2}$, quæ redacta ad partes circuli maximi præbent inclinationem 50" tantummodo.

122. Plurimæ aliæ determinationes conspirant intra admodum pauca secunda, ac discrimen debetur mutationi exiguæ in horologio, & exiguo errori alicui in collocatione plani sectoris in plano meridiani, sive limbus inclinetur nonnihil ad meridianæ lineæ directionem, sive planum a verticali plano nonnihil deflectat, de quibus omnibus agemus paullo inferius. Sed allata exempla satis sunt ad methodum illustrandam; atque id eo magis, quod errorem trium etiam minorum in deviatione axis telescopii a parallelismo errorem inducit in loco Fixæ non excedentem exiguam admodum fractionem minuti secundi. Interea notetur, illud in prioribus Romanis observationibus maximè fuisse propinquam parallelismo positionem axis, tum maxime mutatam Arimini, inde vero nonnihil, usque ad Romanas posteriores mutatam itidem. Prima illa major mutatio accidit, quia loco dimovimus objectivum vitrum in priora illa translatione, & restituimus Arimini in alia positione, quæ ob eccentricitatem illam thecæ ipsum includentis satis discessit a prima positione. In secunda translatione ipsum loco suo reliquimus, nec alia mutatio contigit nisi secundorum temporis 3. $\frac{1}{2}$, quam itineris jactatio induxit.

123. Si hæ tres diversæ positiones habitæ fuissent eodem in loco, licuisset methodo exposita n. 109. definire locum ipsum puncti axis *b*" figuræ 12. Nam accessus ejus

Unde discrimen trium earum inclinationum.

Methodus definiendi per eas locum axis lentis objectivæ.

ad planum sectoris est ipsa inclinationis imminutio, quæ cum fuerit in prima positione $2'. 59''$, in secunda $2'. 18''$, in tertia $0'. 50''$, haberetur excessus in prima mutatione $41''$, in secunda $1'. 28''$, qui excessus exhiberent lineolas dz , zz' ; esset enim, ut radius ad sinum eorum angulorum, ita distantia vitri objectivi a filis micrometri, quæ hicerat pedum 9 , ad eam lineolam. Inventa autem positione punctorum b' , t , t'' , admodum facile fuisset definire motum thecæ necessarium ad conciliandum parallelismum accuratum. Sed is ipse labor supervacaneus fuisset, ut paullo inferius patebit, cum exigua illa inclinatio nullum errorem sensibilem pariat in distantia Fixæ a zenith, quæ per eas observationes investigatur.

Correctio inclinationis in plano ipso meridiano cognoscenda per conversionem.

124. Præter parallelismum axis cum plano sectoris illud etiam est omnino cognoscendum, cui puncto R limbi AB in fig. 19 respondeat ipse axis. Optima ejus positio esset, si accurate responderet medio limbo. Sed si inde non mini deflectat, nihil omnino turbantur observationes, dummodo innotescat, quantum inde discedat. Id autem admodum facile definitur conversione sectoris, ut est Astronomis notissimum. Nam differentia distantiarum, quas in binis ejusmodi positionibus habet filum penduli a medio illo, exhibet duplam distantiam puncti R ab ipso medio. Sit enim AB positio sectoris, ubi limbus occidenti obvertitur ejusque radius terminetur ad C punctum limbi medium inter A , & B . Sit autem axis telescopii seu linea fiduciæ GR , vel etiam GF respondens puncto R , & distantia puncti medii ipsius limbi a filo penduli GED erit CE . Convertatur sector, ut jam limbus Orientem spectet. Linea fiduciæ si fuerit RG manebit in eodem situ, si FG abibit in $F'G$ ita, ut adhuc idem respiciat punctum R . Punctum autem A abibit in a , B in b , C in c , E in e jam nova distantia fili penduli a medio erit ce . Erit autem ce eadem illa prior distantia CE . Quare dempta communi cC erit & Ce æqualis ce , adeoque binarum distantiarum differentia erit Cc , semidifferentia vero RC , nimirum

rum distantia puncti, cui axis telescopii respondet a medio limbo, & proinde etiam angulorum ad G definitorum per tangentes cE , ce semidifferentia erit correctio ipsis adhibenda, nimirum addenda majoribus demenda minoribus, ut habeatur angulus RGE , sive MGZ , nimirum in casu parallelismi axis accurata distantia Fixæ ad Meridianum appellentis a polo, & in casu inclinationis exiguæ eadem proxime, ut infra videbimus.

125. Interea notandum illud, in ea dispositione vitri objectivi, qua ego sum usus, hanc correctionem, quam exhibet conversio instrumenti, mutari, dum conversione thecæ figuræ 12 punctum b' axis admovetur plano sectoris, vel ab eo removetur. Recedit enim punctum b' a recta EE' respondente centro sectoris, vel ad eam accedit, cum distet inde per spatium db' ; unde fit, ut si axem telescopii concipiamus motu parallelo translatum ita, ut b' abeat in centrum sectoris r , quod in fig. 19 præstitimus, ubi G est idem punctum, ac r in fig. 12, inum ejus punctum R in eadem figura distabit tantundem a medio puncto C , ad quod accedet, vel ab eo recedet. Hinc autem fit, ut mutari nequeat directio ipsius axis respectu plani sectoris, quin simul mutetur distantia ab R motu continuo. Atque idcirco in observationibus Ariminensibus correctio a conversione sectoris orta evasit major, quam in prioribus Romanis, ut videre est in opusculo 2. num. 43.

126. Potest autem facile ita objectivum vitrum applicari regulæ ferreæ ut alter e binis motibus axis ipsius ab altero non pendeat. Si nimirum includatur vitrum objectivum thecæ quadratæ, quæ intra aliam quadratam includatur, & hæc intra aliam itidem quadratam, & hæc quidem tertia adhæreat regulæ ferreæ, illa secunda ope cochleæ moveri possit motu perpendiculari ipsi plano sectoris secundum rectam EE' figuræ 12, prima vero intra secundam alterius cochleæ ope motu perpendiculari huic priori, sive plano sectoris; utique poterit motu secundæ thecæ intra tertiam promoveri ita objectivum

Incommodum hujusce sectoris augmentis sæpe unam aberrationem dum alteram minuit.

Methodus, qua omnes aberrationes auferri possent.

vitrum, ut acquirat positionem parallelam plano sectoris, tum motu primæ intra secundam promoveri ita, ut idem axis respondeat accurate radio sectoris tendenti ad mediam laminam mobilem, ac proinde evitetur inclinatio axis, & evitetur conversionis correctio, quæ omnium optima est telescopii constitutio. In ea constructione non potest ita facile ope ipsius instrumenti definiri punctum axis ipsius lentis objectivæ. Sed tamen potest idem aliis methodis prius cognosci, ut illis quas tradidi supra num. 106; quo cognito, potest & ejus circularis apertura parari ita, ut aperturæ ipsius centrum cum vitri axe congruat, & axis lentis ocularis dirigatur per rectam jungentem id axis punctum cum interfectione filorum, quod ubi fiat, nullum in nostro hoc instrumento incommodum timeri potest a parallaxi imaginis Fixæ respectu filorum, a diversa constitutione oculorum, aut aeris, a diversa refrangibilitate radiorum. Quam quidem ob causam hanc aliam vitri objectivi constitutionem ego quidem non improbarim, immo etiam fortasse probarim magis, ad evitandum utut leve incommodum correctionis per conversionem sectoris determinandæ.

Proponuntur;
quæ ad colloca-
tionem perti-
nent.

127. Hactenus diximus de iis, quæ pertinent ad rectam dispositionem partium sectoris ipsius. Nunc agendum superest de iis, quæ ad ejus collocationem pertinent, sive suspensionem. Ea ita fieri debet, ut planum sectoris in plano meridiani accurate constituatur, ut in eo plano inclinari possit ad libitum, & inclinationem, quamcumque libuerit accuratissimè acquirere, ac acquisitam firmissime retinere. Collocatio autem in plano meridiani duo requirit. Primo quidem, ut planum sectoris sit in aliquo verticali plano, secundo vero, ut limbus meridianæ lineæ ductum sequatur accurate. Iis binis habitis habetur collocatio in plano meridiani. Ante autem quam hæc ipsa accurate definiremus, disponebamus sectorem in debita positione proxima utcumque, ipsum inclinando ita, ut filum penduli distaret a medio limbo, quantum

tum requirebat distantia Fixæ a zenith utcumque cognita, adeoque brachium *NOV* ex ea parte affigebatur in quam pondere suo deberet deferri sector, ac cochleæ *IF*, *IF'* positionem ei inclinationi respondentem haberent, ita autem promotæ essent, ut & positio in plano verticali, & directio limbi meridianæ lineæ parallela utcumque obtineretur proximè, si minus accuratè.

128. Tum vero, ut ab hoc postremo ordiamur, id ut, quam accuratissime obtineretur, nos quidem facile præstitimus, ducta in pavimento sub ipso puncto, ex quo sector pendebat meridianæ lineæ accurata. Oculo enim applicato supra limbum *EE'* figuræ primæ circiter versus *FF'*, ipsum ita movebamus ultro, citroque, ut oculus collocaretur in plano transeunte per ipsum limbum, & per aliquod inferioris meridianæ lineæ punctum. Si limbus accurate constitutus esset in directione ejusdem meridianæ, motu oculi limbus ipse in unicum lineam definens appellebat simul totus ad meridianam eandem; si quidquam ab ea positione deflecteret, eam opticè intesecabat. Tum vero altera e binis cochleis *IF* promotæ, vel retractæ, ut res ferebat, inclinabatur limbus ipse, donec cum eadem meridianæ lineæ accuratè congrueret. Et quidem cum limbus ipse ingentem in pavimento meridianæ lineæ tractum occuparet, minima deviatio fiebat admodum sensibilis, & cochleæ illius ope admodum facile eadem momento temporis tollebat. Solebamus autem alter post alterum de ipso parallelismo judicare, in fellam eVecti, ut ex alto commodius limbum, & eam lineam despiceremus.

Comparatio
limbi cum linea
meridiana.

129. Porro meridianæ lineæ aderat constrata marmore in cubiculo Musei Collegii Romani, cui admodum facile fuit alteram parallelam sub ipso sectoris loco ducere, supra quam, quo evidentior esset, filum nigricans interdium, albicans per noctem distendebamus, faculis etiam per noctem admotis. Arimini in ea ædium Garampianarum parte, in qua sub tecto observationes astronomicas instituimus, filarem Meridianam lineam accuratè duximus,
Solis

Meridiana Ro-
mana, quæ ad-
erat: altera Ari-
mini ducta, qua
ratione.

Solis radio excepto per foramen exiguum, ut moris est, in metallica lamina excavatum, & horizontaliter applicatum in fenestra exigua ad id ipsum in summa parte muri forte fortuna supra reliquum tectum affurgentis ad meridiem. Porro meridianam lineam ipsam horologii etiam constitutione utcumque ignorata, dummodo ejus horæ non ita enormiter ab horis veris discreparent, ut in paucorum secundorum numero error inde timeri posset, per observationes unica etiam die factas sic ibi duximus, ut ego quidem ducere soleo.

Ratio meridia-
nam lineam du-
cendi.

130. Antemeridianis horis altitudines Solis aliquot cœpimus in loco, haud ita inde remoto, ut vox numerantis minuta secunda alte ad horologium exaudiri non posset. Circa tempus Meridiei utcumque proxime cognitum ita collocavimus in pavimento chartam amplio-rem, in qua designatæ fuerant plures rectæ inter se ad sensum parallelæ, & æque a se invicem distantes, ut earum media respiceret filum penduli ex centro foraminis demissi. Sublato penduli sustentaculo, & ipso pendulo, observavimus appulsum Solaris imaginis ad omnes ejusmodi lineas notato tempore horologii in singulis appulsibus. Post meridiem notavimus tempora, quibus Sol ad easdem altitudines descendit. Medium inter tempora altitudinum æqualium, quod miro observationum consensu idem ex pluribus binariis non ita a se invicem remotis profluxit, nam majore quadrante ad eam observationem usi sumus, correctum de more, ob declinationem interea mutatam, exhibuit tempus horologii, quo meridies contigit. Quoniam autem ex utriusque limbi appulsibus ad eas lineas innotuerat circa meridiem horologii hora, qua centrum ad singulas appellebat, habita jam hora meridiei, facile constitit, inter quas e lineis parallelis meridies contigerat, quarum intervallo ibi, ubi fuerat via centri imaginis proxime definita, diviso in ea ratione, quam exposcebant bina intervalla temporum ab appulsu ad priorem ad meridiem, & a meridie ad

ad appulsum ad posteriorem ; habebatur punctum , in quo meridies contigerat ; quod punctum etiam cæteri appulsus ad cæteras rectas confirmabant . Eo puncto invento , & pendulo iterum demisso ex centro foraminis , extendebatur filum , quod pendulum ipsum perraderet , & per id punctum transiret , & alligabatur binis ferreis uncis infixis in oppositis parietibus , in quibus tenui incisura ducebantur lineolæ , quæ debitam fili positionem definirant , ad quod filum per easdem lineolas tensum insequentibus diebus jam habebatur meridiana linea ad accuratam meridiei determinationem aptissima . Ejusmodi igitur lineam filarem definivimus in ipso Garampiannarum ædium loco , & ipsi parallelam duximus sub fectore .

131. Disposito limbo ea ratione ita , ut meridiana lineæ positum obtineret , tum vero præstabatur illud , ut etiam in plano verticali jaceret sectoris planum , quod quidem fiebat facile . Nam filum penduli *CM* figuræ r tenuissimum , ut capilli etiam tenuitatem superaret , sericum crudum libere demittebamus , & fulchro supposito , cum cyato aqua pleno , in quod pondusculum plumbeum immitteretur , sustinebat autem filum ipsum in aqua pondus non ita leve , quo id quidem maxime tendebatur . Scala lignea sectori proxima aderat , per quam liceret ascendere , & explorare an id penderet ex ipsa extrema acus cuspide prope ipsum lamellæ aurichalchicæ planum , an quidpiam , ut aranæ tela aliqua , vel aliud ejusmodi , ductum ejus impediret , an aliquod ejus filum transversum tenue in regulam ferream , vel aurichalchicas laminas incurreret ; ac impedimentis omnibus sublatis observabamus an filum ipsum pene limbum perraderet , promotis cochleis si forte distaret , retractis si ipsi adhæret , utrâque nimirum æqualiter , quo pacto fiebat , ut directione limbi nihil mutata , positus verticalis haberetur accuratissime . Eo autem demum præstito , adhuc iterum oculo supra limbum collocato ejus congruentiam

Dispositio limbi
parallela ductui
meridiana lineæ

cum meridiana linea subjecta explorabamus, ne quid inter movendas cochleas peccatum esset.

Inclinatio Telescopii, quam requirit distantia Fixæ a zenith.
Tab. 2. F. 1.

132. Reliquum est, ut ea inclinatio detur telescopio intra ipsum meridiani planum, quam requirit distantia Fixæ a zenith. Id jam supra diximus obtineri ope cochleæ *PE* figuræ I. Firmitas autem positionis semel acquisitæ habetur ab ipsa cochlea *PE'*, quæ impedit descensum in plano meridiani versus *P*, quo pondus suum sectorem trahit, ubi is inclinatur, accessum ad *GG'* impediunt cochleæ *FI*, *F'I'*, recessum ab eadem pondera *L*, *L'*. Illud autem experiundo comperi, ipsa pondera plurimum prodesse immobilitati sectoris ipsius, si fila *EK*, *F'K'* non ponantur in directione perpendiculari regulæ *GG'*, sed obliqua versus eam partem, in qua est cochlea *PE'*. Sectorem enim oblique trahent etiam versus eam cochleam, & recessum ab ipsa adhuc magis impediunt.

Usus in observando.

133. Atque ita descriptis accuratissimè omnibus sectoris partibus, expositis iis, quæ ad rectam ejus constitutionem, & collocationem requiruntur, delapsi sumus ad ipsius usum, de quo satis itidem multa dicenda jam fuerunt identidem. Usus ipsius in eo situs est, ut accuratè determinetur distantia a zenith Fixæ cujuscumque in gradibus, minutis, & secundis. Ubi instrumentum collocatum est accurate in plano meridiani, Observator assidet ad caput *H'* telescopii, quod ut commode fieri posset, curaveramus, ut sector penderet in ea altitudine a pavimento, quæ sedentem Observatorem exciperet, & vultu in Cælum directo applicantem oculum ad telescopium, supra quod in ipso tecto fenestra aperiebatur, per quam in Cælum suspectus pateret. Idem expectabat ingressum Fixæ in telescopium, quem post unam, vel alteram observationem jam habitam intra pauca secunda prodebat horologium, si positio non multum abluderet a debita; curabatur autem, ut nonnihil abluderet, ne in ipso ingressu filum meridiano perpendiculare interdum occultaret Fixam. Ingressu cognito applicabat manum ad caput

caput cochleæ *E'P*, cujus ope ita movebat sectorem totum, ut filum illud ipsum ad Fixam appelleret.

134. Porro cum Fixarum omnium diameter apparetur fit non solum multo minor uno minuto secundo, ut in cosmotheo Hugenus prodidit, sed ut in recenti dissertatione de lentibus, & telescopiis evincere conatus sum, multo minor uno tertio, deberent ipsæ apparere instar puncti, quod quidem satis incommodum esset, tegerentur enim a filo ita, ut non liceret nosse, an in medio essent ejus tractus, quem filum ipsum intercipit, quod est aliquot secundorum. Verum aberratio luminis, de qua etiam superius injecta est mentio, illud præstat, ut imago Fixæ cujuslibet circellum quendam occupet, qui eo majore tractu est sensibilis, quo majus est lumen Fixæ, & quo minor est Cæli lux. Inde fiebat, ut per noctem imago utriusque nostræ stellæ non ita parum hinc, & inde a filo excurreret, cujus nigricantem tenuissimum tractum licebat intueri in ea ipsa luce, in crepusculis parum admodum eadem imago superaret fili crassitudinem, interdum ea quidem α Cyni æquaretur ad sensum, tenuissimo fulgore hinc, & inde vix aliquod aliquando Fixæ latentis vestigium relinquente, aliquando vero nullum, altera vero nimirum μ Ursæ lateret penitus semper interdum, sed ita, ut minimo motu cochleæ in partes oppositas jam hinc, jam inde a filo appareret. Quare tuto illud semper præstari poterat, ut medium imaginis Fixæ cum media fili crassitudine apprimè congrueret.

Incommodum ex diametro apparente exigua correctum a radiis aberrantibus.

135. Hinc autem, ut liceret observare momentum temporis, quo Fixa appellebat ad filum plano sectoris parallelum, aliquando opus erat ipsam ad filum perpendiculare adducere tantummodo post eum appulsum. Id autem fiebat tuto, nam filorum ejusmodi accuratissimam positionem prodebat illud, quod Fixa, quæ semel per medium filum ferri cæperat, semper usque ad finem cum ipso medio congruebat, & si forte penitus ab eo tegetur initio, nunquam deinde prodiret in conspectum.

Qua ratione observatus sit appulsus ad filum parallelum limbo.

Observatio di-
stantiæ fili pen-
duli a medio
limbo.

136. Hac observatione peracta notabatur positio fili penduli CM respectu laminæ mobilis EE' , determinando ejus distantiam a medio limbo, sive a sectoris radio. Statim autem patebat, quot partibus integris ex illis 72, in quas divisus fuerat pes ipsius lineæ, distaret. Sed quoniam nunquam accidit, ut distantia aliquem earum partium numerum accurate contineret, promovebatur ipsa lamina mobilis, donec proxima divisio accurate cum filo penduli congrueret, notando diligenter, quot conversiones integræ, & quot ex illis 180 partibus conversionis, quas exhibet figura, requirerentur ad ejusmodi congruentiam. Is conversionum, & particularum numerus addendus erat numero partium integrarum, ubi filum caderet versus plagam E' , inquam medium lamellæ mobilis procurrit ultra medium limbi, & demendus ubi ipsum filum caderet versus E , cum in primo casu eo numero conversionum, & particularum unius conversionis distet filum penduli magis a medio limbi, quam a medio laminæ mobilis, in secundo minus.

Præcautiones ad
accuratam ejus
determinationem.

137. Quo certius cognosceretur de hac congruentia, in primis adhibebatur lens admodum convexa, & limbo adnexa ita, ut in eo situ, in quo opus esset, maneret immota: apponebatur autem ad perpendiculum supra filum penduli. Deinde quoniam filum erat quidem limbo quamproximum, sed ita, ut ipsum non contingeret, ut libere nimirum penderet, ut omne parallaxeos periculum evitaretur, oculo prius in latus retracto notabatur & filum, & imago fili ex reflexione in levi aurichalchica limbi lamina, quæ filum ipsum duplicabat, tum oculus versus medium movebatur, donec ipsum filum imaginem suam penitus tegetet; tum enim certo constabat rectam ab oculo per filum ductam esse ipsi limbo perpendiculari, nec ullum parallaxeos haberi effectum. Demum aliquando alter e nobis per lentem transpiciebat filum, & divisionem laminæ, alter lento, sed continuo motu promovebat laminam mobilem, donec ab altero congruentiam

tiam notante juberetur motum sistere, aliquando vero movebat ipse cochleam, & sistebat, ubi congruentiam observasset. Semper tamen alter observabat post alterum, & observatio pluribus vicibus iterabatur, assumebaturque medium ex omnibus observationibus, quarum pleræque intra duas, vel tres particulas congruebant inter se, nimirum discrimine vel non majore uno minuto secundo, vel etiam minore. Sæpe autem & alios adhibuimus determinationis testes, qui forte adessent, nobiscum itidem consentientes. Observationem hujusmodi multo etiam tutiorem reddebat occlusum cubiculum, & a ventorum vi immune, quod maxime cavendum fuit, cum compertum nobis fuerit vehementiorem etiam respirationem nonnihil commovere penduli filum. Sæpe vero nobis contigit relicto instrumento regredi post plures horas, & lamina promotâ, donec divisio cum filo congrueret, eundem prorsus invenire numerum, usque adeo firmis innixum fulcris instrumentum diu perstabat immobile.

138. Cognito numero conversionum, & particularum, quibus promovenda erat lamina mobilis, ut filum penduli cum data divisione congrueret, & correctâ methodis, quas fusc exposuimus, cujusvis divisionis distantia a medio, jam habebatur tangens, quæ exhibebat distantiam a zenith non correctam per deviationem axis telescopii a radio sectoris cognoscendam conversione sectoris, ut supra itidem est expositum, & ejusmodi correctione adhibita habebatur distantia Fixæ a zenith correctâ, & respondens tempori observationis, cujusmodi sunt eæ, quæ habentur in tabellis opusculi secundi. Ea tamen adhuc indigent correctione refractionis, quæ cælestia objecta ita elevat, ut in exiguis distantiiis a zenith habeantur pro singulis gradibus singula secunda, quibus augenda est distantia a zenith observata, ut habeatur vera. Sed id augmentum fieri potest post omnes reductiones.

Deductio distantie a zenith & ejus correctio.

139. Hanc distantiam a zenith poterat reddere erroneam

Tria quæ poterant reddere erroneam ejusmodi determinationem.

Initium investigationis effectus quem parit deviatio axis a parallelismo.
Tab. 2. F. 19.

Ejus effectus determinatio generalis.

neam inclinatio illa axis telescopii ad planum sectoris, quam invenimus a num. 120, ut etiam nonnihil erroneam reddidissent bina vitia, quæ in sectoris collocatione poterant subrepere, si nimirum vel non esset collocatum planum sectoris accurate in plano verticali, vel etiam limbi directio a meridianæ lineæ ductu aberraret. Inquirendum est in hujusmodi errores diligentius, ut constet, nec ab illa inclinatione axis ullum sensibilem errorem timeri posse (quam ipsam ob causam de ea corrigenda nequaquam solliciti fuimus), & industriam, quam adhibuimus ad obtinendam positionem in plano verticali, ac dirigendum limbum in directione meridianæ lineæ, nostras observationes ab omni erroris periculo immunes præservasse. In eos autem inquiremus seorsum singulos.

140. Si inclinatio axis in fig. 19 est RGF , sive LGM , sector exhibet distantiam a zenith ZM definitam ab arcu LML' circuli maximi pro distantia ZO definita ab arcu LOL' paralleli Fixæ habentis polum in P . Quare error est MO , qui minuit distantiam, ubi Fixa, ut figura exhibet, distat a polo magis, quam zenith, & eam auget, ubi eadem sit polo propior. Ut eam inveniamus, patet PO æqualem esse PL basi trianguli spherici rectanguli PML , adeoque erit MO differentia basis PL , & lateris PM . Porro ex Trigonometria spherica est, ut radius ad cosinum lateris ML , ita cosinus lateris PM ad cosinum basis PL . Quare ut radius ad suum excessum supra cosinum lateris ML , nimirum ad sinum versum ipsius lateris, ita est cosinus lateris PL ad differentiam cosinum.

141. Est autem theorema notissimum, quod in infinitesimali etiam Geometria frequentissimi est usus, ubi bini arcus parum admodum inter se differunt, esse sinum majoris ad radium, ut est differentia cosinum ad differentiam ipsorum. Sic in fig. 12. si arcus bb' , bt parum admodum inter se differant, angulus $b'ta$ parum admodum differet a recto, & $b'ri$ parum admodum a complemento anguli zta , adeoque ab angulo taz ; quamobrem erunt
ad

ad sensum similia triangula $b'it$, zta , eritque $b'i$, sive dz differentia cosinum ad , az arcuum bb' , $b't$ ad bt differentiam arcuum ipsorum, ut est tz sinus majoris bt ad radium at ; adeoque erit in fig. 19 sinus PL ad radium, ut est differentia cosinum PM , PL , ad differentiam MO arcuum ipsorum. Collatis hisce inventis, altera hic altera in fine numeri præcedentis binis rationibus, erit ex æqualitate perturbata sinus PL ad cosinum PM sive proxime ipsius PL , ut est sinus versus lateris ML ad differentiam MO . Cum igitur in quovis arcu sit sinus ad cosinum, ut radius ad cotangentem; sit autem PL distantia Fixæ a polo, cujus complementum est declinatio ejusdem Fixæ habens pro tangente cotangentem ipsius PL , & ML metiatur inclinationem axis ad planum sectoris, assumpto itidem sinu arcus exigui pro arcu, habebitur hujusmodi theorema. *Ut radius ad tangentem declinationis Fixæ, ita est sinus versus anguli, quo axis telescopii inclinatur ad planum sectoris, ad sinum erroris inde orti in determinanda distantia a zenith.*

142. Porro ex hoc theoremate patet, fore errorem directe conjunctim ut est tangens declinationis Fixæ, & sinus versus inclinationis axis, qui sinus versus, cum sit ut quadratum chordæ (est enim tertius post diametrum, & chordam) chorda autem in arcu exiguo sumi possit pro sinu, habebitur itidem, esse errorem in ratione composita ex simplici tangens declinationis, & duplicata sinus inclinationis axis; unde constat in stellis proximis zenith, quarum declinatio prope æquatorem evanescit, accedendo vero ad polum, accedit ad quadrantem, tangente ipsius in primo casu evanescente, in secundo crescente in infinitum, in regionibus æquatori proximis eum errorem evanescere, in regionibus polo propioribus augeri plurimum; quod quidem alia methodo deduxit Bouguerius.

143. Ut videamus, quantus error in casu nostro oriri potuisset ab inclinatione axis minorum etiam trium, qua nostra inclinatio semper extitit minor in Fixa, quæ tribus etiam gradibus a nostro zenith distitisset polum versus, & de-

Ratio in qua is error crescat, vel decrescat.

Calculus pro eo errore in casu nostro, qui evadit nullus.

& declinationem habuisset graduum 45, qua minorem habuit ipsa α Cynci, & multo adhuc minorem μ Ursæ, res admodum facile definitur, cum tangens graduum 45 sit æqualis radio. Nimirum sinus erroris æquabitur sinui verso inclinationis axis, sive in casu nostro minorum trium. Sinus versus minorum trium ad radium 10000000 est 4, & sinus unius secundi est 48. Quare error, qui committi potuit, fuit in omnibus observationibus minor, quam $\frac{4}{48}$, sive $\frac{1}{12}$ unius minuti secundi.

Error ejusmodi ad sensum nullus etiam sub polari circulo.

144. Quod si sub polari circulo observetur stella, quæ adhuc uno gradu, & dimidio accedat ad polum magis, ut idcirco ejus declinatio sit graduum 68, deviatio autem axis a parallelismo sit minorum etiam 6, adhuc tamen error infra minutum secundum continebitur. Est enim radius 10000000 ad tangentem graduum 68 = 24750869, ut sinus versus minorum 6 = 16 ad 39.6, quod est minus sinu 48 unius secundi. Porro deviatio minorum 6 in sectore pedum 9 removisset alterum caput axis telescopii a plano sectoris magis, quam alterum, per lineas 22. $\frac{1}{2}$, sive fere per duos pollices, qui quidem error in instrumento cum mediocri etiam diligentia constructo timeri omnino non potest, ut adeo constat, in hujusmodi observationibus, quæ fieri solent per instrumenta longiora, ibi etiam, ubi maximus error deberet esse. Nam ultra polarem circulum nullæ huc usque observationes ejusmodi sunt institutæ, ipsum omnino timeri non posse. Quanquam in quadrantibus minoribus negligentius constructis, in quibus inclinatio axis multo major esse potest, error itidem possit hic etiam apud nos multo major evadere, ut & alii errores ex pravo usu sectoris eo vitio laborantis oriri possunt.

Error ex declinatione plani sectoris a plane verticali.

145. Et hæc quidem de axis inclinatione constituto sectore in plano meridiani; quod si axis quidem inclinat non sit, sed planum sectoris inclinetur non nihil, limbo retinente directionem lineæ meridianæ, limbus quidem habebit in eadem fig. 19 positionem $A'B'$ parallelam AB ,
sed

sed pendulum GD distabit ab ipso limbo $A'B'$ per rectam EI æqualem RF' , & collineando per $F'G$ in L' , referendo autem filum perpendiculariter ad I , metiemur angulum a tangente $F'I$, sive a tangente RE , adeoque habebimus distantiam a zenith ZM pro distantia ZO . Quare cum in hoc casu angulus $F'GR$ metiatur inclinationem plani sectoris ad planum meridiani, pro hac inclinatione habebitur eadem prorsus proportio, quæ prius habebatur pro inclinatione axis. Nimirum si planum illud tribus etiam minutis hîc apud nos inclinatum fuisset, quo casu filum penduli debuisset distare a limbo fere per unum pollicem, adhuc error inde committi potuisset minor duodecima parte minuti secundi. Tam immanis error in inclinatione plani sectoris, immo ne is quidem, qui filum penduli removeat a limbo per unam lineam, timeri omnino non potest, ne ab oscitante quidem Observatore, qui tamen adhuc nullum in distantia Fixæ inde definita errorem parere potuisset. Illud tantummodo in eo casu timendum fuisset, ne nimia distantia parallaxim effugere, & filum penduli satis accurate perpendiculariter referre ad planum limbi, impediret. Adhuc tamen in nostris observationibus nulla unquam distantia fili a limbo fuit major ea, quæ necessaria erat ad id tantummodo, ut limbus a filo nequaquam contingeretur, sed libere penderet.

146. Reliquum est, ut videamus, quid secum ferat declinatio limbi a ductu lineæ meridianæ. Sit igitur $a'b'$ limbus sectoris jacens quidem in plano verticali ita, ut filum penduli GD transeat per ipsum in E , sed is declinet a ductu lineæ meridianæ AB angulo AEF' . Pro distantia $Z'O$ a zenith habebitur distantia ZL' , sive, si polo Z concipiatur arcus LQL' occurrens meridiano in Q , habebitur ZQ , & OQ erit error, qui erit differentia ipsarum MO , MQ , si Fixa jacet ad partes oppositas polo P , ut figura exhibet; esset autem earum summa, si jaceret versus polum, & in utroque casu augetur distantiam a zenith,

Error, quem
parit deviatio
limbi a directio-
ne lineæ meri-
dianæ.

Ejus determina-
tio generalis .

147. Porro , utcumque magna sit differentia arcuum PL' , PZ , & angulus $A\acute{E}F'$, sive $L'ZQ$, quo declinat sector a plano meridiani, definiri potest error OQ . Nam in triangulo PZL' datis PZ , PL' , & angulo ad Z , qui est complementum deviationis $L'ZQ$ ad duos rectos in primo casu, quem exhibet figura, & esset ipsa deviatio in secundo casu, habetur ZL' , nimirum ZQ , & ejus differentia a ZO excessu ipsius PL' supra PZ in primo casu, defectu in secundo, relinquit errorem quæsitum OQ .

In casu distan-
tia a zenith exi-
guæ, & devia-
tionis exiguæ,
principium in-
vestigationis .

148. In casu autem, in quo exigua sit ZL' , & angulus $L'ZQ$ exiguus, id inveniri poterit facilius hoc pacto. Habeatur superficies $L'ZQ$ pro plana, & erit ZL' distantia a zenith observata per sectorem ad MQ , ut est radius ad sinum versum anguli $L'ZQ$, sive deviationis limbi. Præterea est ZL' ad $L'M$, ut radius ad sinum anguli ipsius $L'ZQ$, & per num. 141 est radius ad tangentem declinationis, ut sinus versus arcus $L'M$ ad sinum MO , cujus differentia ab MQ , vel summa exhibet errorem quæsitum.

Ejus determina-
tio pro hoc ca-
su .

149. Patet inde ipsam MQ esse directe, ut est ZL' distantia a zenith, & ut est sinus versus deviationis limbi, qui est, ut quadratum sinus recti ejusdem, nimirum, donec is est exiguus, ut quadratum ipsius anguli. Adeoque MQ est in ratione composita ex directa simplici distantia a zenith, & directa duplicata deviationis penduli. Ipsius quoque MQ ratio ad MO facile eruitur hoc pacto. Sit distantia a zenith $ZL'' = d$, sinus rectus deviationis limbi $= s$, radius tabularum $= r$, cui ponatur æqualis radius sphaeræ GM , tangens declinationis dicatur t , erit $L'M = \frac{ds}{r}$, & sinus versus anguli $L'ZQ$ exigui proxime $\frac{ss}{2r}$, adeoque ut r ad $\frac{ss}{2r}$, ita $ZL' = d$ ad $MQ = \frac{ssd}{2r}$. Sinus autem versus $L'M$ tertius post $2r$, & chordam $L'M$, erit $\frac{dds}{2r^3}$. Quare sinus MO erit $\frac{ddsst}{2r^4}$, quæ erit expressio ipsius MO æqualis proxime suo sinui. Hinc MQ ad MO , ut $\frac{ssd}{2r}$ ad $\frac{ddsst}{2r^4}$, nimirum

mirum ut rr ad dt , vel ut $\frac{rr}{t}$ ad d . Cumque sit $\frac{rr}{t}$ cotangens declinationis, cujus t tangens, nimirum tangens distantiae Fixae a polo, sumpta quoque pro ZL' sua tangente, erit MQ ad MO , ut tangens distantiae Fixae a polo, ad tangentem distantiae ejusdem a zenith, quod quidem theorema haud difficulter demonstraretur habita lineola MOQ pro recta, & producta donec occurrat rectis GZ , GP , & determinet tangentes arcuum ZQ , PO , sive ZL' , & PL' ; demonstrari enim posset esse MQ proxime tertiam post duplum prioris, & ML' , at MO tertiam post duplum posterioris, & eandem ML' , adeoque esse illam ad hanc, ut est tangens PL' ad tangentem ZL' ; unde patet & illud, esse MO admodum exiguam respectu MQ .

150. Hinc jam facile est pro data quavis distantia Fixae a zenith, & deviatione limbi definire aberrationem OQ . Sed videndum prius, qui error in deviatione limbi a positione lineae meridianae timeri possit. Si alterum extremum A congruat cum linea meridianae, & alterum B ab ea distet per unam lineam, ea distantia in linea meridianae pavimenti est maxime notabilis. Saep̄ enim experti sumus etiam dimidiam conversionem unius e cochleis IF figurae 1 accessum, vel recessum gignere admodum sensibilem; erant autem singulae spirae ejus cochleae minus crassae, quam per unam lineam. Porro cum digiti 14, quae est longitudo AB , contineant lineas 168; figurae 19, si fiat ut 168 ad 1, ita radius 100000 ad quartum 595, prodit sinus deviationis, quae remanet minutorum 20. Igitur error 20 minutorum in ejusmodi deviatione ab Observatore non penitus oscitante timeri non potest.

Quae deviatio limbi timeri possit.

151. Sit jam distantia Fixae graduum trium, sive secundorum 10800, angulus autem deviationis sit 20'. Erit ut radius = 1000000 ad sinum versum 20' = 170, ita arcus ZL graduum trium, vel secundorum 10800, ad MQ , quae prodit 0. 18. Factis autem ut tangens distantiae a polo nobis minimae graduum 45 ad tangentem gr. 3,

Calculus pro errore, qui inde oriri posset, qui est hic perquam exiguus.

sive ut 1000 ad 5, ita 0. 18 ad quartum, prodit pro MO fractio insensibilis, adeoque error $\angle O$ utralibet ex parte assurgeret ad 18 centesimas unius secundi, sive ad sextantem ejusdem circiter. Sed imminuta distantia a zenith, & angulo deviationis adhuc magis, omnem hic itidem error sensum effugiet.

Posse tamen ex-
crescere.

152. Patet tamen vel hinc illud, ab hoc errore cavendum multo magis, quam a reliquis binis prioribus; si enim meridiana ducta a vero situ deflectat aliquanto magis, & aliquanto magis distet limbi positio ab ejus ductu, potest error excrescere ita, ut contemni non possit; cum nimirum sit in ratione duplicata anguli deviationis, adeoque in deviatione triplo majore, quam eam supposuimus, quæ nimirum assurgat ad unum gradum, & quæ ob brevitatem transversæ regulæ, unius nimirum pedis, minus est sensibilis, quam sit deviatio axis telescopii longi pedes 9 a plano sectoris, error potest unum minutum secundum excedere, & is error semper auget distantiam a zenith. Deinde patet & illud, in stellis remotioribus a zenith hunc errorem multo magis augeri; augetur enim, donec spheræ superficies sumi potest pro plana, in ratione distantiae ipsius, & in majoribus etiam distantis non quidem in ea ratione, sed tamen augetur plurimum, dum contra in distantis exiguis minuitur plurimum.

Quid maxime
cavendum in Fi-
xis propioribus
zenith, quid in
remotioribus.

153. Ex utroque capite colligitur facile illud, ubi observandæ sint Fixæ polo proximæ, curandum, ut limbus instrumenti habeat ad sensum positionem meridianæ lineæ prius ductæ, non expectandum, ut Fixa ad filum appellat momento suæ culminationis; contra vero, ubi observantur Fixæ remotiores a zenith, curandum hoc secundum magis, quam illud primum. Nam exiguus error in momento culminationis, sive determinando per calculum, sive observando in Fixis proximis zenith, quæ celeriter azimuthum mutant plurimum, potest in deviatione limbi parere aberrationem admodum ingentem, quæ ingentem errorem secum trahit, & contra exiguus error in angulo,

lo, quo limbus inclinatur, ingentem in remotioribus Fixis errorem secum trahit, ut vidimus, sed is ingens etiam inducit discrimen inter appulsum ad filum telescopii, ac appulsum ad meridianum, adeoque, cognito culminatio- nis momento, etiam deviatio limbi multo minor evita- tur, ac una cum ipsa evitatur error, quem ea inducit.

154. Et hoc quidem pacto videor mihi aliquanto dili- gentius hoc argumentum pertractasse, quam alii, qui huc usque in eodem versati sunt, præstiterint, & nostras observationes astronomicas ab omni errorum periculo vindicasse. Illud nunc supereft, ut innuam, quo pacto ob- servationibus ipsis institutis ope sectoris utendum fit, ubi eæ adhibentur ad determinandam mensuram gradus, quod nos præstitimus. Si eodem momento bini Obser- vatores ad bina extrema puncta arcus cælestis definiendi in gradibus, minutis, & secundis definiant ejusdem Fixæ distantiam a suo zenith, summa distantiarum, si ea in loco australiore jaceat ad Boream, in borealiore ad Au- strum, differentia vero, si utrobique ad eandem jaceat cæli plagam, exhibebit arcum ipsum cælestem, ut pa- tet. Id quidem Condaminus demum, atque Bouguerius præstiterunt una cum ipso, quanquam oportuisset sane plures adhuc ejusmodi simultaneas observationes pluri- bus noctibus peregrisse, si ex iis solis, ut inter eos convenit, arcus cælestis magnitudo definiri debuerit, ut alia- rum errorculos aliæ corrigerent.

Ufus observa- tionum contem- poranearum ad ma- gnitudinem ar- cus cælestis defi- niendam.

155. Et id quidem, quod nemo ex aliis Observatoribus ante ipsos præstiterat, omnino necessarium erat, ante quam omnes Fixarum motus cogniti essent, ut tum qui- dem eorum aliqui erant ipsis incogniti. Cum enim inte- rea, dum instrumentum ex altero in alterum transfertur locum, Fixæ, quæ suos itidem motus habent, locum mu- tent nonnihil, patet in errorem induci eum, qui distan- tiam unius zenith ab alio deducat per eorum distantiam a binis cæli punctis, in quibus Fixa eadem fuit, incognita eorundem punctorum distantia a se invicem. Fieri enim debet,

Ignoratis Fixa- rum motibus con- temporaneas ob- servationes esse necessarias.

debet, quod ipsis contigit, ut reductione rite facta per ejusmodi motus, & observationibus ad idem commune tempus reductis eæ maxime inter se discrepent, quæ prorsus congruere videbantur, & quæ congruunt, eæ sint, quæ maximè inter se discrepantes videbantur.

his cognitis id non esse necessarium, esse autem minus expeditum.

156. Verum cum ex una parte jam notissimos habeamus omnes Fixarum motus, & ex altera ad simultaneas observationes bini requirantur sectores, & vero etiam major Observatorum numerus, singulas enim observationes bini multo facilius, & accuratius perficiunt, quam singuli; supervacanea prorsus evasit ejusmodi cura, quam ob causam eodem nos sectore observationes peregimus & Romæ, & Arimini, ac observationes ipsas ad commune tempus redegimus, quod & Academici Parisienses omnes in postremis hisce perquisitionibus demum præstiterunt. Id vero etiam ex eo capite satis est opportunum, quod reductis ad idem tempus observationibus omnibus ejusdem loci, videre licet, an eæ ipsæ inter se consentiant, nec ne, quod in simultaneis, & non reductis ad idem tempus observationibus videre non licet.

Tres Fixarum motus hic considerandi: Primo quidem æquinoctiorum præcessio.

157. Tres autem sunt, ut & ego in primo opusculo innui, & Mairius in secundo, Fixarum motus, qui hic considerari debent, nam diurnus communis, qui fit circa axem æquatoris, nihil turbat locum appulsus ad meridianum, a quo pendet in appulsu ipso distantia a zenith adhibenda ad arcum cælestem determinandum. Primus, & omnibus Astronomis dudum cognitus, est is, qui dicitur Præcessionis æquinoctiorum, quo puncta æquinoctialia regrediuntur singulis annis per zodiacum per 50 secunda. Eo motu Fixæ omnes progrediuntur motu annuo secundorum 50 in Orientem per circulos parallelos Eclipticæ; quo quidem motu latitudinem non mutant, mutant tamen longitudinem, ascensionem rectam, & declinationem. Cæteræ mutationes nihil faciunt ad rem nostram, postrema sola mutat locum appulsus ad meridianum. Norunt autem Astronomi, quo pacto dato loco Fixæ, five

five data ejus longitudine, & latitudine, vel ascensione recta, & declinatione, ex progressu annuo in longitudinem per 50", derivari debeat mutatio annua declinationis, nimirum accessus ad polum, vel recessus. Quare, si observatio dato quodam tempore peracta reducenda sit ad aliud datum tempus, patet, quantum distantiae a zenith pro primo illo tempore per observationem definitae addendum sit, vel demendum, prout vel accedendo ad polum, vel recedendo ab ipso, recesserit etiam a zenith, vel accesserit.

158. Reliqui duo motus debentur incredibilis & patientiae, & solertiae Astronomo Bradleyo, cujus ob ea praclarissima sane nostri aevi comperta debet plurimum omnis posteritas, & cum Astronomicis elementis perennem etiam nominis celebritatem servabit. Alter dicitur aberratio luminis, alter nutatio axis. Et quidem prior ille, qui multo est major, multo itidem accuratius, tum per observationes, tum per theoriam definitus ita jam constat, ut nullus in definienda aberrationis magnitudine dato tempori debita error timeri possit. Eum motum praeter ipsum inventorem suum Bradleyum plures jam, & Astronomi, & Physici ita illustrarunt, ut notissimus sit. Eo nimirum Fixa quaevis apparet nobis delata motu annuo per circellum parallelum plano eclipticae, cujus diameter est secundorum 20, & in quo circulo ipsa Fixa occupat punctum, quod per quadrantem est orientalius eo, in quo in Eccliptica est Sol respectu Terrae, vel occidentalius eo, in quo est Terra respectu Solis. Is autem circellus e Tellure oblique visus, & ad superficiem relatus sphaerae Telluri concentricae abit in ellipsim, cujus axis major perpendicularis circulo latitudinis, & parallelus plano eclipticae est secundorum 40, axis autem minor congruens cum ipsa perimetro circuli latitudinis, est ad axem majorem, seu ad 40", ut est sinus latitudinis centri ad radium.

Aberratio luminis, & nutatio axis debita Bradleyo. Prioris idea.

159. Norunt jam itidem Astronomi, quo pacto vel per con-

Notum Astronomis quos prior effectus pariat.

constructionem, vel per calculum erui possint ex motu in eo circulo, vel in ea ellipsi mutationes omnes tam longitudinis, quam ascensionis rectæ, & declinationis, quem in usum & formulas exhibuit admodum opportunas in Parisiensis Academiae Commentariis ad annum 1735 summus nostri ævi Geometra Clerautius. Idem autem argumentum, & ego persecutus sum dissertatione edita anno 1742, ubi & parallaxeos annuæ seorsum considerata, & aberrationis considerata seorsum, & utriusque conjunctæ simul determinavi effectus, in quibus omnibus tribus casibus ejusdem prorsus formæ, & positionis ellipsis describitur, cum eo solo discrimine, quod ad idem ellipseos punctum in primo, & secundo casu appellitur intervallo trium mensium, in tertio vero casu tempore intermedio magis accedente ad alterum ex iis temporibus, prout parallaxis, vel aberratio luminis prævallet magis. Sed jam ex observationum consensu cum sola luminis theoria constat, parallaxim nullam haberi ad sensum, & solam hanc aberrationem luminis annuam deprehendi posse. Definita autem mutatione declinationis dato tempore debita per hujusmodi theoriam, patet definiti correctionem debitam altitudini dato tempore observatæ, ut reducat ad aliud itidem datum tempus.

Nutatio axis minus accurate cognita per theoriam unde ortum ducatur.

160. Bradleyanam hypothesim nutationis axis videre est in diario Trevulsiensi ad an. 1748. mense Octobri. Is motus haud ita facile satis accurate definitur ex theoria, quæ admodum sublimis est, ac principiis nondum satis notis innititur; pendet enim, ut & annua æquinoctiorum præcessio, ab actione Solis, & Lunæ in eam terrestris molis partem, quæ assurgit a polis ad æquatorem supra sphericam formam. Adhuc tamen, cum admodum exiguus sit, abunde, quod ad rem præsentem attinet, per observationes innotuit.

Ea ex observationibus satis ad rem præsentem definita.

161. Is motus ut eum Bradleyus deduxit ex observationibus, est hujusmodi. Ponit, locum verum poli æquatoris describere circa punctum quoddam, quod sit
ejus

ejus locus medius circulum, cujus diameter fit secundorum 9, quem quidem eodem tempore percurrat locus verus poli, quo absolvitur periodus nodi lunaris, nimirum proxime annis 18, fit autem in eo ejus circuli puncto, quod per tria signa fit promutius loco nodi ascendentis Lunæ, ut nimirum, id respondeat principio cancri, dum nodus Lunaris est in initio Arietis, ac proinde nodum Lunæ regredientem consequatur semper; & ab ipso dirigatur quodammodo & rapiatur post se. D'Alambertus, qui Præcessionis æquinoctiorum theoriam sublimi calculo investigavit, & ibidem de ipsa nutatione axis, quæ ad eam nimirum pertinet, egit calculi ejusdem ope, circulo ellipsim substituit non ita parum compressam, sed observationes Bradleyanæ motum exhibent vel circularem, vel parum admodum a circulari recedentem.

162. Quidquid de eo sit, si observationes non ita longo tempore a se invicem distent, nullus sensibilis error ex diversa circularis, vel elliptici motus hypothese poterit in eas unquam irrepere, cum tota per annos 9 mutatio loci sit tantummodo secundorum 18, ac variatio diversarum hypotheseum admodum pauca secunda pro annis 9 secum ferat. Eo autem motu fit, ut polus æquatoris quovis tempore accedat ad alias e Fixis, recedat ab aliis magis, vel minus pro diversa earum positione ad directionem arcus, qui tum describitur, plurimum nimirum ad eas, quæ sunt in circulo maximo tangente arcum, qui tum a poli loco vero describitur, ac minus, quo magis recedunt ab ipso cæteris paribus, ut si potius sint in circulo maximo transeunte per arcum descriptum, & perpendiculari ipsi arcui, ad eos tum nihil accedat, nec ab iis recedat ad sensum. Iis autem accessibus, vel recessibus fit, ut eæ Fixæ declinationem mutant, adeoque distantiam ab ejusdem loci zenith.

163. Hinc patet in nostro casu, nihil ab ejusmodi Fixarum motibus timeri posse. Nam priores binii accuratissime cogniti sunt, tertius ejusmodi est, ut si quod du-

Nihil timendum
inde ob motum
nimis exiguum.
Quid eo motu
fiat.

Nulla ejus motus ratio hic habita, habita utriusque e reliquis binis.

bium de accurato ejus valore superfit, nullum errorem in casu nostro secum trahat vel ex eo capite, quod Romanæ nostræ Observationes priores ab Ariminenfibus minus distiterint, quam duorum mensium intervallo, quo quidem motus poli æquatoris, ubi etiam maximum parit accessum ad Fixam, vel recessum ab ea, non nisi exiguam minuti secundi fractionem secum ferret. Sed in nostro casu illud etiam accidit perquam opportune, quod utraque e Fixis a nobis adhibitis fuit hinc, & inde a loco poli medio proxima circulo perpendiculari arcui ab eo descripto, ut distantia ejusdem ab iis Fixis per id tempus fuerit fere stationaria, ac proinde non tantum inter priores Observationes Romanas, & Observationes Ariminenfes nulla distantiae mutatio, cujus ratio duci debeat, sit facta, sed ne inter priores quidem, & posteriores Romanas mutatio ipsa exiguam minuti secundi fractionem excefferit. Ac eam ipsam ob causam in reductione observationum omnium ad diem 4 Martii Mairius correctionem ex nutatione axis jure omisit, ut ipse monet opusculo 2. num. 43, ubi dum affirmat se in ejusmodi reductione habuisse rationem solius aberrationis luminis, loquitur tantummodo de binis Bradleyanis motibus, non etiam de æquinoctiorum præcessione, cujus nimirum rationem utique habuit, & observationes reductas ad quartam Martii ab utroque hoc motu præcessionis æquinoctiorum, & aberrationis luminis correctas exhibuit.

Fixarum hic adhibitarum oportunitas.

164. Porro quod ad Fixarum, quas delegimus oportunitatem pertinet, accedit & illud, quod cum jaceant ad plagas fere oppositas respectu poli æquatoris, & æclipticæ, tam præcessio æquinoctiorum, quam aberratio luminis alteram, nimirum α Cygni, eodem tempore admovebat polo, alteram nimirum μ Ursæ removebat, ut & illud, quod hæc posterior Fixa interjacet inter bina zenith, illa prior respectu utriusque ad Boream jacet, & idcirco summa distantiarum a zenith in posteriore, differentia in priore distantiam exhibet binorum zenith.

Nam

Nam inde fit, ut consensus in eadem distantia, siue in arcu cælesti definiendo, duorum testium inter se adeo in omnibus suis affectionibus discordium, majorem fidem promereri videatur.

165. Porro quantus sit is consensus, patet omnino ex iis, quæ dixi sub finem opusculi primi, ubi plures exhibui combinationes observationum, quæ arcum cælestem nostrum definiunt. Eas hic iterum unico intuitu conspiciendas, & in tabellam digestas proponam, eruuntur autem ex iis, quæ in secundo opusculo habentur a num. 43 ad 46, si observationum, quæ Romæ secundo sunt habitæ sumatur medium, & refractionis correctio adhibeatur eadem, ac prioribus est adhibita.

Observationum consensus.

Distantia a Zenith		
Ex Observationibus	α Cygni	μ Ursæ
Romanis prioribus	2° 30' 20". 7	0° 50' 0". 8
Ariminensibus	20 34. 6	1 19 46. 6
Romanis posterioribus	2 30 23. 4	9 49 59. 4
Arcus ex {	1, & 2	2 9 46. 1
	2, & 3	2 9 48. 8
		2 9 47. 4
		2 9 46. 0

166. Hinc autem si sumatur media quatuor arcuum, quorum priores duo pertinent ad α Cygni, posteriores ad μ Ursæ apparet observationum consensus. Habetur enim.

Plura media, & medium omnium

Ex 1 & 2	2° 9' 47". 4
Ex 1 & 3	2 9 46. 7
Ex 1 & 4	2 9 46. 0
Ex 2 & 3	2 9 48. 2
Ex 2 & 4	2 9 47. 4
Ex 3 & 4	2 9 46. 7
Ex omnibus simul	2 9 47. 0

Quam parum di-
stent reliqua ab
omnium medio.

167. Ab hac nimirum determinatione omnium media, reliquarum sex binæ tantum distant per unum minutum secundum (quarum quidem etiam sine hoc dissensu ratio minima habenda esset, cum eæ nimirum & diversas stellas, & diversa observationum tempora contineant, reliquis vel stellam habentibus communem, vel tempus,) reliquæ omnes per minuti secundi fractionem, quod quidem, & nostras observationes omnes, & sectorem nostrum, quibus habitæ sunt, & Bradleyanam theoriam, cui consensus innititur, mirum in modum confirmat.

Quid & observa-
tiones, & secto-
rem commendat.

168. Verum quod observationes per nostrum sectorem habitas commendat plurimum, est & illud, quod in singulis seriebus observationum sive Arimini, sive Romæ habitarum semel tantum habetur unius secundi dissensus a medio. Quod autem sectorem ipsum & a reliquis distinguit, & plurimum commendat, est illa mobilis regula in limbo, qua fit, ut & observatio, & rectificatio multo accuratius, quam in ullo alio sectorum genere, æque accommodatorum ad omnes Fixas vertici proximas observandas, & quidem facile præstari possint. Accedit illud, quod in aliis sectoribus, in quibus telescopio adjungitur micrometrum, duplex habetur scala rectificanda, altera divisionum in limbo designatarum, vel arcus assumpti per partem aliquotam, dum comparantur cum radio sectoris, altera partium micrometri, dum comparantur cum axe telescopii; dum hic per unicam partium laminæ mobilis scalam omnia perficiuntur. Accedit autem & suspensionis, ac dispositionis simplicitas, & firmitas, qua fit, ut per cochleas illas figuræ primæ admodum facile positionem debitam acquirat sector, & brevissimo tempore converti possit, ac debitam positionem recuperare, quam semel acquisitam ope binorum illorum ponderum tenacissime servet. Sed de ipso sectore, & observationibus per ipsum habitis jam satis.

C A P U T S E C U N D U M .

De Quadrante.

169. **I**N iis, quæ ad quadrantem pertinent aliquanto minus immorabor, quam in sectore describendo fecerim, tum quod in ipso quadrante minus multa sunt, quæ a communi quadrantum usu discedunt, tum quod observationes, quæ ipsius ope instituuntur, minus delicatæ sunt, ut nimirum errores etiam aliquanto majores admissi ibidem, multo minorem secum trahant errorem in determinando meridiani gradu. Eâdem tamen methodo utar, ut primo loco describam ea, quæ in ipso quadrante notatu digna esse censeo, tum agam de ipsius rectificatione, ac demum de observationibus habitis ejus ope, quæ quidem omnia nec adeo brevi evolvi possunt.

Capitis argumentum.

170. Quadrantem exhibeo in tabula 3. Nimirum ipsum quadrantem cum pede suo habet figura 1 in positione obliqua. Ibi autem deest & machinula, quæ in centro excipit filum penduli pro positione ejus verticali, & regula, quæ mobile telescopium circumfert in positione horizontali, vel obliqua. Figura 2. continet machinulam ipsam, quæ centro apponitur, & filum penduli sustinet, ac impedimentum etiam, quod apponitur ante ipsum pendulum, ut id a vento protegatur. Figura 3. refert primum limbi gradum divisum in minuta. Figura 4. machinamentum, quod ad omnes quadrantis motus conducit habendos expeditissimè, & accuratissimè. Figura 5. quadrantem refert cum sua regula mobili, & machinamento quodam ipsi adjecto tum ad ipsum rectificandum, & divisiones limbi inter se conferendas, tum ad observationes ejus ope accuratius instituendas.

Quid referant priores quinque figurae.

171. Quoniam autem figura ipsa quinta ita exiguas exhibet ejus machinamenti partes quasdam, quas ego quidem & novas arbitror, & admodum utiles, ut

Quid tres inferentes.

fatis

satis discerni non possint, idcirco eas seorsum delineatas propono in fig. 6, 7, & 8. Sexta quidem continet tubulum lentis ocularis, quem converto circa axem quandam ita, ut eo summoto apparere possit vitrum in media regula ita positum, ut limbum contingat, & per rectam lineam in inferiore sui superficie designatam denotet minuta, ac secunda: septima continet machinulam, quæ ope cochleæ promovet regulam mobilem, & easdem hic vices gerit, quas in sectore cochlea laminam mobilem promovens. Utrobique autem habetur circulus cum indice micrometri munus habens. Octava clarius exprimit, qua ratione hæc ipsa machinula quadrantis limbo adnectatur.

Quadrantis de-
scriptio
Tab. 3. F. 1.

172. Exprimit igitur figura 1 quadrantem, in quo limbus *ADIKFEB* est ex aurichalcho superinducto ferreæ regulæ, cui ferruminatus adhæret, divisus in gradus, & dena minuta, ac ope transversalium rectarum, & circulorum concentricorum in singula minuta de more. *AC*, *IC* sunt binæ ferreæ regulæ, quarum posterior & longior est aliquanto, & telescopium habet affixum cum micrometro mobili in *M*. In *C* habetur foramen rotundum, ut monui excipiendæ regulæ ferreæ, vel machinulæ sustinenti filum penduli. *EGHF* est regula, qua totus quadrans connectitur, & innititur fulcro *TVX*. Ea ad majorem firmitatem habet tam ad latus *EG*, quam ad latus *FH*, regulam transversam, quarum posteriorem, figura exhibet in *FHbf*. Est autem *TrQ* cylindrus, qui ope verticuli cujusdam in *t*, quem fig. 4. exhibet, connectitur cum regula *GEFH*, & ope trium elasticarum laminarum quibus inseritur, & quibus adstringitur per tres cochleas in *t*, *u*, *s*, & connectitur cum recipiente *TVS* connexo cum mole aurichalchica *TV*, quam excipit caput fulcri lignei *TVX*. Tres autem habet ipsum fulcrum pedes cum cochleis *YZ* de more, quibus nonnihil elevatur, aut deprimitur, vel inclinatur.

173. Radius AC est pedum parisiensium proxime trium: Plurium partium mensura. regularum ferrearum crassitudo linearum s , latitudo regulæ AC , & IC linearum 30, regulæ EH 36, limbi ADK 33, transversalium $HbfF$ 20. Porro limbus quidem accurate complanatus est, nec ipse, nec tota machina, quidquam inflectitur. Inflectebatur nonnihil in t , antequam transversas regulas $HbfF$ adjecissem. Iis idcirco additis, firmissimus evasit quadrans, & omnis flexionis penitus expers.

174. Fulcrum TVX e durissimo, & compacto ligno crassitudine semipedali firmissimum fieri curavi, ut per montes impune posset vagari. Pedes tres Zz itidem crassissimi cum media columna TXV arcte connectuntur ope plurium cochlearum, ita tamen, ut ad faciliorem transportationem avelli possint, laxatis cochleis, ut & cochleæ YZ e crassiore ferro itidem extrahi possunt, & seorsum deportari. Nexus singulorum pedum cum columna media est duplex, alter ope clavi ferrei longioris rotundi quadratum habens caput in z , cujusmodi unum figura exhibet, & ex parte opposita procurrentis, ut in x , ubi convexam habet cochleam, quæ ope alterius cavæ adstringitur, alter in z' ex inferiori parte. Ex anulo ferreo, quo infra x adstringitur columna lignea, excurrunt ferrea brachiola cum foraminibus rotundis, quæ respondent spiræ cavæ ferreæ immissæ in ipsum pedem supra z' : in eam per id foramen immittitur cochlea convexa, & pedem columnæ adstringit ita, ut totum fulcrum evadat firmissimum. Totum machinamentum TtQ & PQR exponam in fig. 4.

175. Telescopium LO cum regula IN curavi longius Telescopium cur radio longius. radio quadrantis excursu fere pedali, quia ex una parte in exiguo illo excursu, & regulis ferreis crassioribus flexionem, quæ angulos erroneos redderet timere non poteram; ex altera vero parte erat animus ingentibus triangulis uti, quod & contigit, latere inter Sorianum, & Perusinum montem accedente ad milliaria 60. Aliquanto longius telescopium volui, quo certius dignosci possent signa in summis montibus ad collineandum disposita.

Ob-

Objectivum vitrum in *O* adnexum est firmissime summæ regulæ *N*, ut & micrometrum in *M*. Tubus omnis ex aurichalchi lamina tenui constat, sed in *O*, ubi est objectiva lens, & in *M*, ubi micrometrum excipitur, massa aurichalchica regulæ ferreæ adnexa est admodum crassa ad firmitatem.

Micrometrum telescopii fixi.

176. Micrometrum in *M* alteri ex iis massis ope 4 cochlearum arcte adstringitur, ejusmodi autem est ibi, ut habeantur 4 fila tenuissima argentea se ad angulos semirectos decussantia, intra tubulum immissa, respectu cujus moveri non possunt, quæ filo lamella elastica immissa crenæ circa tubulum excavatæ distenta tenet, prorsus ut in figur. 13 tab. 2 in sectoris micrometro factum esse exposui num. 45. Habetur autem & filum uni ex iis 4 filis parallelum, quod ope cochleæ *M* promoveri potest motu parallelo, notante interea indice conversionis partes ope circelli, de more, quæ quidem figura exhibet. Ab omni eo machinamento describendo supersedendum censeo, quia Artifex, qui cætera omnia summa & simplicitate, & dexteritate præstitit, id unum, quod tamen plurimi intererat, executus est methodo admodum composita, & partes ita disposuit, & ejusmodi cochlea est usus, ut prima itineris jactatione motus fili evaserit maxime inæqualis ita, ut per dimidiam conversionem cochleæ vix quidquam promoveretur, nec extra Urbem nancisci potuimus satis idoneum Artificem, qui machinamentum, quod nobis maximo usui futurum fuisset, restitueret. Adhuc tamen usui nobis fuit summo in quadrantis rectificatione pro altitudinibus, ut docebo inferius.

Micrometri motus circularis axem telescopii fixi.

177. Illud autem admodum accurate præstitit Artifex, ut tota machinula habens fila fixa, & filum mobile converti posset circa telescopii axem ita, ut axis cochleæ *M* vel parallelus esse posset plano limbi, vel perpendicularis, vel utcumque obliquus, ut liberet, quod restituto micrometro utilissimum reddit quadrantem pro ob-

observationibus astronomicis pluribus, ut ex. gr. pro capienda differentia declinationis Planetæ cujuscumque & Fixæ, cum possit micrometrum disponi ita, ut filum mobile sit perpendiculare directioni motus diurni, adeoque ejus distantia a filo fixo uno ex illis 4 immobilibus differentiam declinationis exhibere, quem quidem in usum illud præceperam, ut machinula tubo inserta facile converti posset circa axem telescopii.

178. Porro in *M* prope ipsa micrometri fila adest alterum objectivum vitrum, & illud alterum in *O*, non est infixum summo vertici, sed immixtum intra ipsum, & alteri tubo insertum, quem licet nonnihil admove-
 vere micrometro *M*, vel inde remove-
 re. Ipsi autem proximum adest micrometrum constans anulo aurichalchico cum binis filis se ad angulos rectos decussantibus, & eodem pacto distentis ope lamellæ elasticæ immixtæ in crenam exteriorem ipsius anuli. Is anulus est interpositus binis laminis aurichalchicis, inter quas aptari potest, ut libet, ac elevari, deprimi, & in gyrum agi, ut debita positione semel accepta, cochleis adstrictis, firmissime in eadem retineatur. Ut autem ipsam positionem ante adstrictas cochleas accuratius acquirat, ope lateralium quarundam cochlearum impellitur, ut libet. Sed hæc innuisse sit satis.

Alterum obiectivum vitrum cum altero micrometro.

179. Eo pacto duplex habetur telescopium, ut nimirum lente oculari ad *L* objecta videantur per objectivum vitrum immixtum infra *O*, ac ipsa lente apposita ad *O* videatur per objectivum vitrum positum prope *M*. Nec vero alterius telescopii objectivum vitrum quidquam ad sensum officit alterius distinctioni, ut ex principiis optice fatis constat. Porro, ut, quæ ad micrometra pertinent, jungamus hæc omnia, regula mobilis, quam in fig. 5 exprimit *DCEF*, & quæ telescopium adnexum habet, ea itidem in *Ff* in foco lentis objectivæ habet micrometrum ejusdem generis, constans anulo habente bina fila

Telescopium fixum duplex: micrometrum telescopii mobilis.

se decussantia ad angulos semirectos ope similis lamellæ elasticæ bene tensa.

Machinula in
centro pro pen-
dulo sustinendo.
Tab. 3. Fig. 2.

180. Figura secunda exhibet machinulam collocandam in *C* ad suspendendum inde filum penduli. Tota ex aurichalcho constat. *LM* est cochlea adnexa cylindro *IKON*, qui immittitur in foramen *C* figuræ 1, & si libeat e posteriore parte adstringitur ope ejus cochleæ. *GH* est crassa amplior circularis lamina crenam habens in *GH*, ex qua ope fili suspenditur machinula filum penduli a vento protegens. Eminent superficies *AF* minus ampla nonnihil elevata, & convexa, in qua est foramen tenuissimum in *C*, quod excipit acum *BC*, trajectam per foramen in brachiolo *ADE* excavatum e regione ipsius *C*. Potest acus extrahi de more in *B*, & inserta ejus cuspide in nodum fili sustentis pendulum iterum immitti in foraminulum *C*.

Ejus constructio
accurata.

181. Porro hanc machinulam summa cura ita perfecit Artifex, ut nihil ulterius desiderari possit. Nam cylindrus *INOK* ita accurate tornatus est, ita accurate æqualis foramini *C* figuræ 1, ut licet expeditissime moveri possit circa proprium axem, nihil prorsus intra ipsum trepidare possit, & nihil omnino in latus moveri. Ipsum autem foraminulum *C*, circa quod ille ipse cylindrus *INOK* tornatus est ante affixum brachiolum *ADE*, ita accurate respondet axi ejus cylindri, ut tota machinula gyrante circa eum axem post adjectum pendulum, quadrante in positione verticali constituto, accuratissime ipsum filum eidem semper limbi puncto respondeat, quod quidem est maxime necessarium, cum & circularum in limbo ductorum centrum sit in ipso itidem axe foraminis *C* figuræ 1.

Alia ei similis
pro circulis in
limbo describē-
dis, alia pro re-
gula mobili.

182. Machinulam alteram huic simillimam sine brachiolo *ADE* figuræ 2 perfecit Artifex, in qua foramen in *C* aliquanto amplius erat, & profundius in acutissimum tamen apicem desinens, itidem accuratissime responden-
tem

tem axi sui cylindri *INOK*, in quod altera cuspis circini ferrei fidelis immittebatur, altera designante circulos concentricos in limbo figuræ 1, & hac etiam machinula circa proprium axem conversa cuspis circini eidem descripto circulo accuratissime respondebat. Regula quoque mobilis figuræ 4 cylindrum habet, quem ipsa figura non exprimit, similem prorsus huic *INOK* cylindro figuræ 2, eodem pacto accuratissime elaboratum ad tornum, quo immisso in idem foramen *C* figuræ 1 regula nullum alium habet motum, nisi circularem circa axem eundem, & iis suis punctis ubique tangit limbi circulos, ut adeo punctum, ex quo suspenditur filum penduli, & punctum, circa quod regula mobilis convertitur, congruat accuratissime cum centro circulorum concentricorum. Acum quoque esse rotundam accurate prope cuspidem constat, ut in sectore num. 53. ex eo, quod ejus conversione circa proprium axem nihil prorsus mutetur fli positio.

Tab. 3. Fig. 2

183. Figura 3 exhibet primum gradum divisum in minuta ope transversalium linearum, & circulorum concentricorum de more. *AB* est circuli intimi gradus primus, *CI* primus gradus extimi. Extimum circulum Artifex summa cura in gradus divisit, & ejus divisionis peractæ ope etiam intimum. Primo quidem eodem intervallo, quo extimum circulum descripserat, centro facto in ejus puncto, quod responderet mediæ crassitudini regulæ *ACGB* figuræ 1. abscidit arcum graduum 60 versus *I*, quo bifariam secto adjecit ejus dimidium, & habuit tres arcus tricenorum graduum quadrantem complentes. Hos primum trisecuit de more, tum bissecuit, ac demum inquinas secuit partes, & omnes 90 gradus habuit, quibus binos adjecit hinc citra initium, inde ultra finem, cum aliquot minutis, qui ad regulæ limbum supererant.

Divisio in gradus : schesma gradus primi.
Tab. 3. Fig. 3.

184. Gradus singulos divisit deinde in partes senas, ut hunc primum in fig. 3 in *lc Ca, ae, ef* &c. Applicata regula ad centrum, & ad puncta *C, a, e, f* &c. obtinuit puncta *A, E, F, G* &c. Quare recta *CA* ad centrum tendit, ut iti-

Divisio graduum in minuta per circulos concentricos, & lineas transversales: circulorum determinatio.

dem ad centrum tenderent, si ducerentur aE , eF , fG &c. Ducendas autem curavimus rectas Aa , Ee , Ff , transversas de more, & rectam AC divisam in partes decem certa quadam lege circulos etiam $1r1'$, $2s2'$, $333'$ &c. ducendos præscripsimus. Punctorum 1 , 2 , 3 , &c. determinatio ope Trigonometriæ est admodum facilis. Si e punctis A & a concipiantur ductæ ad centrum quadrantis binæ rectæ, eæ constituent triangulum, cujus omnia latera possunt haberi accurate ex scala aliqua, angulus autem in centro subtendit minuta 10 , quæ respondent arcui AE , vel Ca , & eo triangulo resoluto innotescet etiam ejus angulus in A . Ut habeatur punctum 1 , concipiatur arcus circuli $1r1'$, qui occurrat rectæ Aa alicubi in r ; & si concipiatur recta ex r ad circuli centrum, habebitur triangulum, cujus latus ab A ad centrum datur, angulus in A inventus est in priore triangulo, angulus in centro erit unius minuti. Eo triangulo resoluto innotescet latus ab r ad centrum, sive ab 1 ad centrum, a quo si dematur radius intimi circuli ab A ad centrum, habebitur residuum ab A ad 1 , & punctum 1 . Pro puncto 2 , vel 3 determinando per punctum s , vel t , satis est retento latere ab A ad centrum, & angulo ad A assumere angulum in centro minorum duorum, vel trium, & habebitur distantia a centro punctorum s , vel t , nimirum $2'$, & 3 & ita porro, donec deveniatur ad punctum 9 . Hunc calculum trigonometricum diligenter instituit Mairius, & assumpta in levi charta, ac rite divisa recta AC æquali illi, quæ in quadrante interjacebat inter intimum circulum, & extremum, eam Artifici tradidit, qui ejus ope inventis punctis 1 , 2 , 3 &c. circulos duxit reliquos prioribus binis concentricos, quorum intervalla accurata esse deinde diligenti iterum instituto examineprehendimus.

Methodus ducendi transversales rectas.

185. Et hæc quidem ad circulos pertinent; ut autem transversales lineas facilius duceret, regulæ mobili aliam regulam nonnihil inclinatam in directione primæ transversalis Aa , & firmissime adjunctam adstrinxit. Tum regulam

lam mobilem circumduxit ita, ut transversalis illa adjuncta regula transiret per *e*, tum per *f* &c., ac duxit acu ipsi innixa transversales omnes, in quibus ducendis, ut & in reliqua divisione omni peccavit nonnihil, nullus enim ferre Artifex ita divisionem perficit, ut nulla correctiuncula sit opus, sed parum admodum, ut inferius patebit, ubi agam de methodo mihi saltem nova, qua in ejusmodi divisiones inquisivimus instrumento, quod ad ipsum excogitavi, & perficiendum curavi, & in figura 5 pluribus exponam.

186. Figura 4 exhibet machinamentum pertinens ad facilem quadrantis totius motum, & nexum cum fulcro. *COVP* est massa aurichalchica satis crassa, quæ ex inferiore parte *COV* habet anulum infra circularem patinam demissum, patina autem ipsa longiorem habet crassum cylindrum. Is immittitur in foramen fulcri lignei *PX*, & proinde hinc latet, caput vero fulcri inseritur in eum anulum per vim, qui ope trium cochlearum, quarum binas figura exhibet hinc, & inde ab *O*, ipsi adstringitur firmissime. Supra inferiorem eam patinam, & anulum, adest alia satis itidem crassa *P*, quæ versus *T*, & versus *VS* habet segmentum cujusdam canalis excipientis cylindrum *TD*. Tam ejus pars illa interior in *T*, quam exterior in *V*, & *S* habet adnexas chalybeas laminas elasticas, quæ immisso in eas cylindro *TD* adstringuntur cochleis *t*, *u*, *s* ita, ut cylindri motum circa proprium axem vi tantum aliquanto validiore adhibita permittant. Cylindrus ex interiore parte in *T* adhæret massæ aurichalchicæ satis crassæ, & ea denticulos habet ternos cum æqualibus intervallis, quibus inseruntur totidem denticuli massæ *B* itidem amplioris, crassiorisque ex aurichalcho, quæ per 8 cochleas, quarum quaternas videre est hinc, & inde a *B*, quaternæ post *T* latent, adstringitur regulæ ferreæ *EGHF*, quæ eadem est, ac regula *EGHF* figuræ 1. Denticulos autem omnes axis trajicit, cujus ope cylindrus *TD* firmissime adhæret toti quadranti, & facile admodum circa eum axem convertitur.

Machina pro
inclinando qua-
drante utcum-
que.
Tab. 3. Fig. 4.

Arcus circularis
cum cochleis pro
quadrantis posi-
tione stabili.

187. $GgeE$, $Hhff$ sunt transversæ illæ regulæ ferreæ, quæ regulam mediam $GHFE$ figuræ Γ inflexilem reddunt. Eæ ipsi uniuntur hic per cochleas plures A, A , quæ ipsi mediæ regulæ adstringunt ferreos vectes ipsis tranversis regulis adhærentes: Demum KLM est arcus quidam ferreus. Is adhæret regulæ ferreæ K per binas cochleas adstrictæ ad regulam $GEFH$, sed cohæsiō ejusmodi fit per axem, circa quem libere convertitur ipse arcus: immittitur autem in aperturam inter bina ferrea parallelepipedâ procurrentia e cylindro versus D , quorum alterum habet in I cochleam, quæ ipsum arcum LM premendo adstringat ad alterum, & omnem ejus ulteriorem procursum impediat, alterum vero in i habet cochleam versus extremum suum marginem, quæ ultra ipsum arcum jacet, eumque interius relictum impedit, ne laxata cochlea I , dum quadrans elevatur magis, vel minus, procurrat versus D , & elabatur.

Tres liberrimi
motus quadran-
tis.

188. Hic patet ope hujus machinamenti quadrantem habere tres liberrimos motus, primum circa axem verticalem infra P , secundum circa axem horizontalem TD , tertium circa axem in B collocatum, quorum motuum ope positionem quamcumque admodum facile acquirit, & acquisitam servat.

Machinamen-
tum pro rectifi-
catione.

Tab. 3. Fig. 5.

189. Figura 5 exhibet quadrantem ipsum cum telescopio fixo LCN , & regula mobili cum telescopio $DEff$. Porro in hac figura telescopium abrumpitur in Ff , initio divisionis limbi, ubi habetur micrometrum, ei regulæ adjecta sunt bina machinamenta. Primum est $GMA-BHEhbmG$, e ferreis regulis ita compactum, ut magna perimetri sui parte sequatur ductum quadrantis ab A ad M , a B ad H , & ultra, ac itidem ab a ad m , & a b ad h , & ultra, relinquit autem conspicuas limbi divisiones, & ab A ad a procurrat ultra 45 gradus. Totum id machinamentum quatuor cochleis adstringitur regulæ ferreæ binis inter E, F , & binis inter e, f , ita tamen, ut iis cochleis laxatis totum una demi possit, relictâ libera regula

gula, & telescopio. Secundum machinamentum est inter *li* versus *G*, quod itidem ope 4 cochlearum ipsi ferreae regulæ adstringitur, & in fig. 7, ac 8 evidentius patet majore scala expressum.

190. Id etiam auferri potest, quo ablato relinquitur regula ferrea prorsus libera inter *Ff*, *li* usque ad extremum limbi, quæ quidem habet ibidem fenestram cum vitro politissimo, in quo vitro medio est lineola recta, quæ ad centrum quadrantis dirigitur. Hanc fenestram tegit tubulus ocularem lentem ferens, qui quidem hic confusionis vitandæ gratia non exprimitur, sed jacet in directum cum reliquo tubo *DF*, cum quo ita connectitur in vertice inter *Ff* ope axis, circa quem converti potest, ut possit elevari, & converti supra reliquum tubum inter *Ff*, & *Ee* ea ratione, quam exhibet fig. 6. Ibi *EFfe* est idem tubus, ac in fig. 5, *IK*, *HL* sunt bina fila se ad angulos rectos decussantia: ea continentur anulo latente, post laminam, quæ cochleis *D*, *D*, *D*, *D* adstringitur cylindro extanti in *BGMF* supra tubum *Ee*, & anulum concludit. *G* est una e cochleis, quæ ante adstrictas cochleas *Deum* interiorem anulum fila continentem urgent, & in debita positione locant. *AB* est axis, circa quem convertitur tubus *F'Mf'O*, qui circa *Nn* habet interius ocularem lentem, & in *O* aperturam, ad quam oculus applicatur. Porro ubi observandum est per telescopium regulæ mobilis, convertitur tubus *F'f'O* circa axem *AB*, ut partes *F'M'f'* congruant cum *FMf*, & is ipse tubus jaceat in directum cum tubo *FfEe*. Observatione peracta, ubi per regulæ fenestram videndum est, quos gradus minuta, & secunda indicet linea illa recta designata in superficie inferiori vitri additi regulæ ferreae figuræ 5 inter *Ff*, & *li*, tum hic tubulus lentem ocularem ferens convertitur ita, ut positionem acquirat figuræ 6, & liberam relinquat fenestram ipsam.

191. Exponendum est nunc machinamentum illud inter *li*, & *G*, quod in fig. 5 ægre conspicitur, in 7, & 8 multo

Fenestra regulæ mobilis cum vitro motus tubi ocularis inde removendi.
Tab. 3. Fig. 5.

Machina pro regula mobili promovenda cū micrometro.

Tab. 3. Fig. 5
7
8

multo est evidens magis, sed ob partium plurium varios situs admodum difficulter verbis exprimitur. In fig. 7 est *AabB* facies superior limbi, quam videmus oculo supra ipsam collocato, *BC*, *bc*, *ab* ejus crassitudo; in fig. 8 *BC*, *bc*, *ab* est crassitudo eadem, & *Cch'H'* facies limbi inferior, quam videmus oculo collocato infra ipsum: utrobique autem ita designata sunt schemata, ut viderentur oculo in infinita distantia constituto oblique nonnihil, projectione instrumenti facta per lineas parallelas, quod & in superioribus est præstitum, alterata aliquando projectione ipsa nonnihil, ubi id ad clariorem partis cujuslibet descriptionem necessarium esse censuimus.

Plures ejus ma-
chinæ partes.

192. *TY*, *ty* sunt utrobique bini, ut eos in Italia vocant, morsus, quos inter se necit lamina crassior ferrea, quam in fig. 8 videre est in *I'L'h*, qui morsus ope binarum cochlearum *M'm'* urgentium inferiorem limbi faciem ipsi limbo, ubicumque libet, tenacissime adstringuntur. Ne autem superiores eorundem morsuum partes *Tt* superiorem lædant limbi faciem politam, dum adstringuntur, easdem pelle obduximus circumquaque. Morsui *ty* utriusque figuræ adhæret circulus, per quem, trajicitur cochlea *uV*, cujus manubrium *Zu*, index *ux*, qui quidem index in ejus circuli peripheria singularum conversionum partes designat. Trajicitur ea cochlea per parallelepipedum longius aurichalchicum habens spiras cavas exacte æquales convexis ejus cochleæ, ac deinde per foramen *V* brachioli adnexi alteri morsui *T*, ubi anulo *D* excipitur, & cochlea *E* cogitur eadem semper sui parte fulcris *u*, *V* interjacere. Illud parallelepipedum habet binos cylindros in fig. 8 *P*, *p*, qui in fig. 7 inseruntur binis laminis. Superiorem *MNOPonm* figura exprimit, inferioris exhibet initium in *L*, & *l*, tum solum dexterum limbum in *lqrs*, quæ quidem in *lq* supponitur regulæ ferreæ *QFq* deferentis telescopium mobile, & fenestram *EDde* armatam vitro cum linea recta media *GH*: inflectitur autem in *q* ad angulos rectos, & crassitudinem
limbi

limbi comitatur, tum iterum in r ad angulos rectos inflectitur, ut planum rs parallelum sit plano $mnoP$ regulæ, & limbo, ac inter ea plana parallela concludatur parallelepipedum ipsum insertum alteri per cylindrum P , alteri per p figuræ 8.

193. Lamina superior cum inferiore connectitur per cochleas M, m , inferior cum regula ferrea per cochleas L, l , utraque cum eadem per cochleas N, n . Inde fit, ut adstrictis cochleis $M'm'$ figuræ 8, movendo cochleam uV ope manubrii Z , moveri debeat in fig. 7 regula $FQqf$ per limbum cum fenestra $DEed$, & linea recta GH , quæ quidem per divisiones excurret, ac index ux indicabit partes singularum conversionum, a cujus appulsibus ad initium numerationis ejus circuli numerari possunt integræ conversiones. Porro ut cochlea uV converti possit, debet esse accurate recta, punctum autem P debet ferri motu circulari circa centrum quadrantis. Id in causa est, ut instrumentum ejusmodi adhiberi non possit nisi pro eo exiguo arcu, qui haberi possit pro rectilineo; cujusmodi fere est etiam arcus unius gradus, curvaturâ gradus dimidii hinc, & inde a medio nihil ad sensum removente punctum C a centro quadrantis, vel limbo; removetur enim per sinum versum gradus dimidii, qui continet e partibus radii 100000 minus, quam 4.

Reliquæ ejus partes.

194. Verum quoniam interea præter distantiam a limbo prorsus insensibilem mutatur directio rectæ tendentis a P ad centrum quadrantis, ut parallelepipedum $A'a'$ possit habere positionem quamcumque ad eam rectam, idcirco is non est adnexus immediate ipsi regulæ ferreæ, sed ope cylindrorum P, p figuræ 8 inseritur ita laminis illis binis figuræ 7, ut intra earum foramina converti possit. Ut autem æquali motui indicis respondeat æqualis motus parallelepipedi cum suo cylindro P , & regula, ac vitri linea, illud in primis curandum fuit, ut præter accuratam spirarum æqualitatem, axis cochleæ uV esset accuratissime perpendicularis plano circuli,

Quid curandum ut æquali motui indicis respondeat æqualis motus regulæ.

li, planum ipsum accurate levigatum esset, & accurate congruens plano manubrii in u , ut itidem in V cochlea cohibeatur per similem congruentiam planorum perpendicularium axi cochleæ. Demum distantia inter u , & V nihilo major esse debet inter foramina cochleam excipientia, & cochleam ipsa, quæ excipitur, ne nimirum promoveri cochlea, & parallelepipedum, ac regula possit quidquam alia ratione, quam ipsius cochleæ conversione. Ea omnia tum demum obtinuit Artifex, cum post brachii TV foramen V apposuit anulum D' bene complanatum, & levigatum ad partes V , quem ipsi appressit opè cochleæ convexæ $F'E'$ inserta cochlea cava E' , qua ubi validissime appressit ipsum anulum D' brachio V , & ipsum brachium, quantum per metalli elasticitatem liceret, coegit accedere ad u , conversione continua cochleæ id effecit, ut illæ ipsæ facies, quæ se contingunt in D' , & u , se attererent, & attritu ipso acquirerent accuratissime positionem perpendicularem axi cochleæ circumactæ, cujus motui deinde idcirco motus regulæ accuratissime obsecundavit.

Qua ratione regula ferrea ab iis machinis liberari possit.

195. Laxatis autem cochleis $M'm'$ figuræ 8, tota machina una cum regula ferrea, & telescopio circumduci potest per quadrantem liberrime, & ibi demum adstringi ipsarum cochlearum ope, & affigi limbo quadrantis, ubi libuerit; sine qua affixione, motu cochleæ uV , non movetur regula, sed hæc ipsa machina, accedente ad regulam altero e morsibus T, t , altero recedente. Laxatis vero præterea cochleis L, l, N, n , tota hæc machina avellitur a limbo, & a regula, quæ cum suo telescopio circumducitur, ut in quadrantibus communibus.

Machinarum earundem constructio extra Urbem frustra tentata.

196. Hæc ad constructionem pertinent quadrantis, cui quidem binas machinas postremo descriptas loco, hanc nimirum expressam in figura 7, & 8, & illa ferrea septa AB figuræ 5 adieci Romam demum regressus, nullo Arimini, nec uspiam alibi satis idoneo Artifice reper-

reperito, qui primam illam machinam perficeret, quâ regula ope cochleæ promoveretur, indice partes singularum conversionum denotante. Pluribus enim methodis id ipsum Arimini conatus Artifex ceteroquin ingeniosus, nunquam obtinere potuit, ut promoveretur regula æquabiliter motu cochleæ æquabili, cum nec satis æquabiles spiras perfecit, nec cochleæ axem satis accurate collocarit unquam. Id ipsum autem Rufus Romanus noster machinamentorum Artifex admodum feliciter, & ingeniosissime præstitit.

197. Jam de recta partium omnium dispositione dicendum est, ubi de omni rectificationum genere agendum una, & in eo de usu postremæ utriusque machinæ, tum ad usum quadrantis, & observationes eo habitas faciendus gradus. Primo quidem, quod pertinet ad telescopia, curandum, ut eorum axes sint quam accuratissime fieri possit, paralleli plano quadrantis, de quo parallelismo pluribus egimus primo capite, ubi de sectoris telescopio, & innotescunt Astronomis methodi id ipsum præstandi. Id quidem Artifex noster satis diligenter curaverat; constabit autem inferius, nisi deviatio ejusmodi sit satis magna, in iis observationibus, ad quam adhibitus est quadrans, & quæ majoris momenti sunt, errorem haberi inde insensibilem. Porro ad id obtinendum facilius plurimum conduxit illa filorum micrometri mobilitas, quæ fila anulo inserta, mobili primum, deinde cochlearum ope affixo, ultro utroque ante affixionem moveri sinebat, donec recta transiens per filorum intersectionem, & punctum pertinens ad axem objectivi vitri debitam positionem acquireret.

Recta partium omnium dispositio: qui obtineri posset parallelismus axium telescopiorum.

198. Quod attinet ad ipsa fila, an ea se ad angulos rectos interfecerint in omnibus tribus micrometris, binis nimirum telescopii fixi, & unico telescopii mobilis, ac in illorum altera reliqua fila ad angulos semirectos, id vero, ut pariter in sectoris micrometro diximus, facile definiri potest, an rite perfectum sit, conferendo fila

Examen rectæ dispositionis filorum micrometri.

eadem cum rectis in charta ductis ad eosdem angulos, oleo etiam affusa, si opus fuerit. Debet autem alterum ex illis filis ad angulos capiendos, & altitudines observandas esse plano quadrantis parallelum, alterum perpendicularare. Id quidem an ita se habeat, facile definire licet pro telescopio fixo, constituendo quadrantem in situ verticali teste filo penduli, quod limbum perradat, tum videndo, an alteri pendulo libere demisso, respondeat unum e filis micrometri. Idem pro eodem telescopio fixo facile sæpe definivimus ad maris littus, constituto eodem pacto plano quadrantis in plano verticali, & notando, an adducto ad horizontem a mari definitum telescopio, filum, quod plano ipsius quadrantis perpendicularare esse debet, cum eodem horizonte congrueret accurate. Pro regulæ mobilis micrometro, cum qua in nostro quadrante pendulum e centro demissum conjungi non poterat, collocandus erat quadrantis limbus in plano horizontali, teste libella, tum videndum, an cum altero e filis ejus micrometri congrueret filum penduli ante ipsum micrometrum libere demissi.

Quæ sit optima dispositio filorum micrometri in omnibus iis telescopiis.

199. Optima constitutio filorum utriusque micrometri telescopii fixi ea est, in qua utraque recta per intersectionem filorum ducta, & punctum pertinens in utraque lente obiectiva ad ejus axem, quam hic itidem, ut in sectoris telescopio, dicemus axem telescopii, sit parallela extremo quadrantis radio, sive illi rectæ, quæ a centro quadrantis ad nonagesimum tendit gradum, & in telescopio regulæ mobilis est ea, in qua axis ipsius sit eidem primo radio parallelus, ubi linea in vitro regulæ ipsius designata congruit cum fine nonagesimi gradus quadrantis, nimirum, ut ejus axis sit parallelus rectæ in vitri superficie designatæ; ea autem ipsa recta debet accurate dirigi ad centrum quadrantis.

Accurata positio rectæ in vitro laminæ mobilis qui obtineri possit.

Tab. 3. Fig. 2

3

200. Porro hæc accurata ejus rectæ directio an habeatur, facile videri poterit, & facile obtineri poterit, ut habeatur. Satis erit adducere regulam mobilem ad quadrantem.

drantis initium ita, ut linea vitri appellat ad rectam *AC* figuræ 3 designatam a centro in quadrantis limbo in ipso quadrantis initio. An autem hæc ipsa recta tendat ad centrum, videre licebit apposita machinula figuræ 2 pro regula mobili, & filo acui inserto, quod si tensum ab acus cuspide ad *C* transeat per *A*, ostendet rectam *CA* dirigi ad centrum, quod Noster quidem Artifex accurate præstiterat. Apposita autem regula, ita vitrum in ejus fenestra aptandum erit, ut illa ejus linea accurate congruat cum ea recta *CA*, quam ipsam ob causam fenestra vitro ad margines oblique secto, ut in eam immissum possis limbum contingere, aliquanto amplior esse debet, quod quidem ubi obtentum fuerit, tum vero cera, vel gummi agglutinandum est ipsi regulæ vitrum.

201. Haberi possunt plures methodi, tum ad explorandum, utrum axes telescopiorum habeant illam directionem, quam optimam diximus, tum ad id præstandum, ut eam obtineant. Sed & molestiores aliquanto sunt eæ methodi, & facile admodum suppleri potest usus ejus directionis, ac effectus deviationis corrigi, habendo ejus rationem in observationibus. Quomodo autem id factum a nobis sit, dicemus infra, ubi de usu quadrantis tum ad determinandos angulos rectarum ad bina objecta tendentium, tum ad capiendas altitudines supra horizontem, vel depressiones infra.

Optimæ positionis filorum micrometri defectum suppleri posse.

202. Quo pacto videri possit, an centrum axis regulæ mobilis, cum puncto, ex quo pendet filum penduli suspensum ex cuspide acus, & cum centro circulorum in limbo designatorum congruat, vidimus aliquanto superius, quæ in nostro quadrante omnia accurate præstita fuisse diximus, ex quo pendet & illud, ut circuli in limbo nimirum *AEB*, *IRI'* &c. sint accurate descripti. Vidimus itidem, qua ratione circuli ipsi ducendi sint ita, ut debita a se invicem habeant intervalla, & explorandum, an eadem habeant re ipsa. Cæterarum divisionum explorandarum cura est operosior multo, quæ omnes ut admodum

Examen plurimum, qui fiat, expositum jam esse; examen divisionum difficilius.

dum accurate se habeant, vix ullus unquam perficiet Artifex, saltem citra aliquot secundorum errorem. Porro non est satis nosse tantummodo haberi aliquem errorem, sed pro singulis divisionibus, saltem iis, quæ adhibitæ sunt, oportet determinare accuratissime erroris ipsius magnitudinem. Ea dicitur rectificatio divisionum limbi, pro qua plures methodi inventæ sunt. Ea mihi res negotium ingens facessit, donec illud inveni demum instrumentum, quod habetur in fig. 5, cujus ope res ea præstari potest quam libuerit accurate.

Uſus quadrantis
ad angulorum
menſuram.
Tab. 3. Fig. 5.

203. Quæ ad ejuſmodi rectificationem pertinent, facilius intelligentur, ſi proponatur ob oculos methodus, qua ope regulæ mobilis anguli determinentur. Dirigatur in fig. 5 telescopium LN ad punctum quodcumque, telescopium autem GCD liberum ab omni machinamento $ABba$ ad aliud obiectum, & ſit C interſectio axium eorum telescopiorum. Si axes telescopiorum eſſent rite diſpoſiti, arcus inter finem quadrantis ad KI , & lineam vitri inter FI , ſi exhiberet angulum NCD , exhiberet enim angulum GCL ipſi ad verticem oppoſitum. In eo caſu ſatis eſſet notare, quem angulum deſignet linea ipſa mobilis ab initio numerationis, quod eſſe ſolet verſus AB ad ipſam ejuſmodi lineam, & eum numerum demere a gradibus 90; reſiduum enim exhibet angulum quaſitum.

Quomodo corri-
gendus defectus
parallelismi axis
telescopii fixi &
radii poſtremi
quadrantis.

204. Quod ſi axes illi non ſint rite diſpoſiti, ſed vel axis telescopii fixi, vel axis telescopii mobilis in ea poſitione, in qua linea vitri tranſit per finem gradus 90, habeat deviationem aliquam a radio tranſeunte per ipſum finem gradus 90, ſatis eſt ſemel adducere telescopium mobile ita, ut ejuſ ſilorum interſectio ad idem obiecti punctum dirigatur, ad quod dirigitur interſectio ſilorum telescopii fixi, & notare quot gradibus, minutis, & ſecundis procurrat linea vitri ultra gradum 90, vel contineatur intra ipſum, & angulo prius deſinito ſatis erit addere ſemper in primo caſu eum arcum, demere in ſecundo.

205. Quod si etiam axis telescopii fixi LN non esset parallelus plano quadrantis, esset tamen axis telescopii mobilis, quo casu non posset ad idem obiectum dirigi intersectio filorum utriusque, satis esset plano quadrantis disposito, ut per bina illa objecta transiret, dirigere regulam mobilem prius ad alterum, tum ad alterum ex iis obiectis, quadrante interea immoto, & assumere differentiam arcuum a vitri linea denotatorum in ejusmodi binis positionibus telescopii mobilis. Immobilitatem vero quadrantis potest interea denotare etiam telescopium fixum LN , notando, an idem semper cujuscumque alterius obiecti punctum sit in intersectione filorum ejusdem; licet enim ita moveri posset interea quadrans, ut axis ejus telescopii immotus maneret, is tamen casus esset in immensum improbabilior casu, in quo ipse etiam moveretur. Sed nos illum parallelismum axium eorum cum quadrantis plano curaveramus, quo fiebat, ut intersectio filorum utriusque telescopii ad idem obiecti punctum adduci posset.

Per solum mobile telescopium rem perfici, fixo aberrante, quantum libuerit.

206. In omnibus igitur hisce casibus videndum est semper, quem illa vitri linea designet numerum graduum, minutorum, & secundorum. Id quidem hoc pacto obtinetur. Exprimat in fig. 3 A initium gradus cujusvis, B finem. Si illa linea transeat per A , vel B , patet indicari numerum graduum accuratum. Si transeat, ut KL , vel $K''L''$ per F , vel G ; numero graduum pertinenti ad A addenda erunt 20, vel 30 minuta, quo quidem casu transibit itidem per e , vel f , si transversales lineæ accurate sunt ductæ, & divisiones primi, ac postremi circuli accurate præstitæ. Si transeat ut $K'L'$ inter F , & G per xx' , addendus erit præterea arcus Fx minutorum decadibus, qui quidem quot minutis primis valeat, ac secundis, ostendent transversales lineæ. Nimirum si transeat per intersectionem ipsius transversalis cum aliquo e circulis intermediis accurate, habebitur aliquis minutorum numerus accurate, ut si transeat per intersectionem Q cum

Quo pacto videatur, quem numerum designet regula mobilis graduum, & minutorum. Tab. 3. Fig. 3.

quar-

quarto, vel R cum quinto, addenda erunt 4, vel 5 minuta binis decadibus.

Quo pacto secundorum numerus aestimatione determinandus.

207. Quod si transeat inter binas ejusmodi intersectiones, ut Q , & R per punctum quoddam S , facile patet numerum secundorum, qui integris minutis addi debent, haberi quamproxime, si fiat, ut QR ad QS , ita 60 ad numerum quæsitum. Ea ratio immediate admodum difficulter solo oculorum judicio definitur, sed si ipsa recta $K'L'$ occurrat circulo superiori in T inferiori in V , & ope lentis fati convexæ aspiciantur QT , & VR , & numerus 60 in earum ratione dividatur, admodum accurate definiri poterit numerus secundorum debitus QT . Nam si QT videatur æqualis VR , erit ipsi tribuendus numerus 30 secundorum; si vero videatur dupla ipsius, habebitur numerus 40. Porro inter æqualitatem, & rationem duplam tantum intercedit discrimen, ut plurimas intermedias rationes liceat solo oculorum judicio discernere, adeoque cum illud ipsum discrimen secum trahat minuta secunda 10, patet intra admodum pauca secunda judicari posse de numero ipso secundorum.

Ejusmodi determinatio accuratior per micrometrum commune, vel novum.

208. Hujusmodi determinationem supplere potest micrometrum commune, ut inferius exponam, eandem autem accuratissime præstare potest meum micrometrum machinulæ, quam exhibet figura 7. Nam si ejus ope promoveatur regula, donec primo linea vitri transeat per Q , tum per R , & notentur numeri, quos index micrometri notabat in tribus positionibus Q , S , R , fieri poterit, ut intervallum inter primam, & tertiam ad intervallum inter primam, & secundam, ita 60 ad numerum quæsitum, vel facilius, si semel cognoscatur, quot particulis micrometri respondeat unum minutum, & fiat tabella, quæ partes ejus micrometri reducat ad minuta secunda de more, habebitur ex sola prima, & secunda positione numerus, qui exhibeat secunda debita QT . Nobis quidem & commune micrometrum labefactatum fuerat, ut supra monui, & qui ipsum restitueret, ac hoc novum, quod

quod tum excogitavi, satis accurate perficeret, nusquam ante quadrantem post observationes fere omnes peractas reportatum in Urbem idoneus Artifex est inventus.

209. Hinc superioris numeri methodo usi fumus, & semper observatione quavis peracta, seorsum ex ratione inter QT, VR , vel ubi punctum S ad alterum e punctis Q, R proxime accederet, e ratione inter arcum circuli superioris, & inferioris eodem puncto æstimabamus secundorum numerum, tum æstimationes nostras conferebamus, in quibus plerumque consentiebamus intra duo, vel tria secunda, vel aliquando ad summum 5, ac ubi satis consentiremus, assumebamus determinationem intermediam; ubi dissensus erat aliquanto major, iterum, atque iterum lente adhibita iudicium nostrum revocabamus ad examen, qua diligentia effectum est, ut exigui admodum ex eo capite errorculi in nostras observationes potuerint irrepere.

Methodus adhibita ad secundorum æstimationem.

Tab. 3, F. 3.

210. Hoc quidem iudicium in singulis angulorum determinationibus semel tantum instituendum nobis fuit, methodo adhibita, quæ rectificationis quoque laborem, & erroris metum in rectificatione ipsa imminuit mirum in modum. Nam ubi directo telescopio fixo in alterum objectum, & mobili in alterum, videbamus, qui angulus proxime obventurus esset, collocabamus regulam mobilem ita, ut linea vitri transfret accurate per initium gradus proximum, quo præstito movebamus totum quadrantem ita, ut intersectio filorum telescopii mobilis transfret per alterum objectum, ac telescopii fixi filum mobile (quod ut plano quadrantis perpendiculare esset, rite convertebamus totum micrometrum in ipso observandi initio, ac aderat perenne signum, quo ea positio dignosceretur) donec in ejus intersectione cum filo fixo sibi perpendiculari alterum objectum esset. Tum vero regulæ mobilis telescopium ita movebamus, ut ejus filorum intersectio ad idem objectum appelleret adhuc in eadem priore intersectione persistens, & notabamus

Æstimatio semel tantum in singulis observationibus necessaria.

in arcu postremi gradus, vel penultimi, locum quem linea vitri indicaret; ac notabamus numerum graduum integrum pro primo objecto, & numerum graduum, minutorum, ac secundorum pro secundo,

Rectificatio quadrantis inde longe facillior.

211. Id autem, satis patet, debuisse rectificationis necessitatem minuere mirum in modum. Satis enim erat ad ejusmodi angulos accurate habendos rectificare totum nonagesimum, & nonagesimum primum gradum, ac sola initia, & fines reliquorum, quanquam ad altitudines, & depressiones habendas bini etiam hinc, & inde ab initio divisionis gradus rectificandi fuerint toti. Porro pro initiis graduum, quæ ad faciliorem rei explanationem adhibui, nos & in observatione, & in rectificatione usi sumus potius initiis cum uno minuto, punctis nimirum r pro punctis A , quia usu deprehendimus, ubi divisio facta sit per lineas transversales, multo evidentius cognosci transitum rectæ lineæ, ut fili penduli, vel illius incisæ in vitro, per intersectionem duarum linearum, ut Ara , IrI' , quæ habetur in r , quam per concursum binarum Aa , AB , qui habetur in A , præterquam quod in nostro quadrante transversales lineæ sunt admodum nitidæ in omni suo tractu, & multo magis, quam in initio, vel fine, in primo nempe, & postremo circulo. Idcirco pro altero objecto semper notabamus certum graduum numerum cum uno minuto.

Quæ ad praxim pertinent fufius hic exposita, ut omnino fieri par est.

212. Hæc ita fufius hic exposui, ut quæ a nobis industria inter observandum adhibita sit, innotescat, nec in progressu eo in genere quidquam iterum addendum sit. Spero autem iis, qui practicam exercent Mathematicam, hæc ipsa minutiora fortasse, quam par esse fastidiosiores quidam credituri sunt, nec ingrata fore, nec inutilia, & illud maxime optandum censeo, ut quæ usu, atque exercitatione sibi quisque ad facilius accurate observandum præsidia parat, edat in publicum in aliorum utilitatem, qui eandem exercent artem. Sed hisce præmissis, multo jam pronior ad rectificationes exponendas se pandit via.

213. Et quidem hisce expositis maxime omnium & certa, & accurata methodus revocandi ad examen divisiones quadrantis esset hujusmodi. In aperta, & accurata planitie ope tigillorum, cujusmodi ea sunt, quæ adhiberi solent in basis dimensione, ut in primo opusculo exposui, & exponam iterum in hujus opusculi quarti capite tertio, capiatur mensura rectæ lineæ aliquanto longioris, ut 1000 hexapedarum. Tum in altero ejus extremo constituatur centrum quadrantis, ex altero determinetur directio ipsi perpendicularis, in qua collocentur tigilla ipsa situ horizontali, quæ quidem tigilla optimum esset, si aliquem continerent hexapedarum numerum accuratè, ut ternas singulæ, ipsarum autem latera verticalia ita divisa essent, ut singulæ hexapedæ in partes denas, harum singulæ in alias denas lineis, & numeris adscriptis divisæ essent. Collocatis primis tribus tigillis, quæ jam continerent partes centesimas millesimas 900, & ita dispositis telescopiis, ut filum verticale telescopii mobilis respiciat initium primi tigilli, linea vitri regulæ mobilis congruente cum initio divisionis, filum autem verticale telescopii fixi idem initium respiciat, retinendo semper telescopium fixum in hac positione, & movendo regulam ita, ut successivè linea in vitro designata denotet unum minutum, tum duo, tum tria, & ita porro, liceret determinare tangentes respondentes omnibus arcibus quadrantis usque ad dimidium gradum, translato autem primo tigillo post tertium, ubi ejus usus desit (quod ipsum indicari posset manu, vel linteolo, ab eo, qui ad quadrantem observat, iis qui tigillorum curam habent) & ita porro, liceret progredi labore continuato usque ad 1000 hexapedas, nimirum usque ad 45 gradus, ultra quem, limitem tangentibus excrescentibus, posset secundus semiquadrans eodem modo explorari simul & ipse; atque ita singuli arcus minores gradibus 45 haberentur immediate, majores autem per binorum immediate habi-

Ratio omnium accuratissima revocandi ad examen divisiones quadrantis.

torum summam, quin possent errores excrescere ex pluribus erroribus conspirantibus collecti.

Quam sit accurata.

214. Porro in hac methodo unius secundi error facile evitaretur. Nam in distantia mille hexapedarum telescopio pedum trium, vel 4 facile admodum discerni posset centesima hexapedæ pars, quæ uno pollice est paullo minor, quin & ejus dimidium, & unius ejusmodi partis error initio secum ferret errorem in angulo duorum circiter secundorum, in fine unius tantum, ut facile ex tabulis sinuum colligitur.

Ejus difficultas. Methodus altera.

215. Hæc methodus & operosior est, & campum requirit ad rem perficiendam idoneum, cujusmodi nos nusquam invenimus. Aderat altera methodus, qua diversæ quadrantis partes inter se conferrentur, totus autem quadrans quater circumductus in gyrum cum toto circum horizonte. Si enim comparentur primum bini semiquadrantes inter se, vel potius terni trientes, nimirum triceni gradus, tum trientes horum, sive gradus deni, tum horum dimidia, nimirum gradus quini, tum gradus singuli, dividendo prius gradus 90 in ratione inventa in tribus trientibus, tum singulos trientes in ratione inventa in denis gradibus, & ita porro ea methodo, quam pro sectore exposui supra n. 85, post 4 ejusmodi operationes habentur omnes arcus integris constantes gradibus, & in prioribus tribus singuli singularum determinationum errores committi possunt, in postrema duplex error. Eodem pacto & dena minuta, & singula inter se conferri possunt, sed singulorum collatio, si transversæ lineæ deprehensæ fuerint rectæ, supervacanea erit, nam collatis inter se denis minutis circuli intimi, & extimi, inde facile eruitur correctio pro mediis. Hoc pacto pro singulis arcibus obtinetur correctio ex hypothese, quod totus quadrans exactè quartam circuli partem contineat, a qua si quidquam discrepans inventus fuerit, & fiat, ut gradus 90 ad arcum quemvis, ita ea differentia ad quartum, invenietur id, quod in singulis arcu-

arcubus ex eo capite præterea corrigendum erit, & habebitur totius quadrantis accurata correctio.

216. Comparatio autem partium quadrantis inter se fieri solet, observando bina objecta, ad quorum alterum terminetur intersectio filorum telescopii mobilis, lineâ vitri monstrante initium numerationis, ad alterum eâdem lineâ monstrante finem arcus conferendi, ut finem graduum 45, tum iterum disponendo telescopium ita, ut centro ibidem manente primum objectum respondeat positioni secundæ priori, sive fini graduum 45, & videndo quantum secundi objecti positio discrepet a fine arcus posterioris comparandi, ut a fine graduum 90, obtinetur discrimen inter eos binos arcus, & eadem est methodus pro reliquis.

Qui soleant comparari inter se partes quadrantis.

217. Nos quidem hac methodo usi sumus & statim quadrante recepto Romæ, & deinde Arimini; sed multæ difficultates ab ea nos absterruerunt. Nam & objecta, quæ satis distincta essent, & ad arcum comparandum satis accederent, admodum difficulter inveniebantur, & in singulis observationibus ob fili, utut tenuis in utroque telescopio crassitudinem aliquam, ac ceteras difficultates observandi per telescopia, semper in singulis observationibus error aliquot secundorum committebatur, & differentia illa, micrometro mobili potissimum jam labefactato, ut diximus num. 176, debebat æstimatione incerta definiri, ex quibus omnibus fiebat, ut errores plus æquo multiplicati excrescerent.

Qualibus errorum periculis obnoxia.

218. Hinc relicta methodo comparandi inter se arcus diversos ope telescopii mobilis collineando per ipsum, illud tentandum duxi, ut divisiones quadrantis explorarentur ope divisionum laminæ mobilis sectoris, quam superiore capite fuse descripsimus. Collocabatur sector in plano horizontali, & in eodem plano quadrans ita, ut punctum medium arcus comparandi accurate responderet rectæ lineæ a centro sectoris ductæ per mediam laminam mobilem nihil excurrentem ultra fixas, distaret au-

Alia methodus ope sectoris.

tem

tem id punctum in circulo quadrantis extimo a linea media laminæ mobilis dato quodam intervallo, quod semel capiebatur ope circini communis. Erat aliquis labor in rebus ita disponendis, sed non ita magnus, & res feliciter succedebat, teste filo tenuissimo ducto ab acu quadrantis ad centrum sectoris.

Ejus ope quindenos gradus inter se conferri, & omnes singulorum partes definiri.

219. His autem ita dispositis, filum ab acu quadrantis tendebatur ita, ut transiret per initium arcus cujusvis graduum 15, & procurreret ultra laminam mobilem sectoris, quæ movebatur ope sui micrometri, donec aliqua ejus divisio esset accuratè sub filo, unde constabat ejus distantia a medio limbo sectoris. Idem fiebat filo traducto per finem primi gradus, tum per finem secundi, & ita porro, ac tanta est ejus laminæ mobilis amplitudo, ut eo pacto possent cum ea conferri omnes 15 gradus. Tum vero alii gradus 15 collocato in eadem prorsus distantia quadrante eodem pacto explorabantur, tum alii 15, & ita porro.

Cur ejusmodi labor cessarit irritus.

220. Hanc quidem methodum Arimini per aliquot dies adhibuimus, & ea futura erat satis accurata, adhibita potissimum lente vitreâ, si satis cognitus fuisset laminæ mobilis status, & locum aptum ad rem perficiendam nancisci potuissimus. At in toto Ariminenfi Collegio nusquam deprehendimus locum satis aptum. Nam vel ædibus, quæ paullo ante extractæ fuerant satis amplæ, adhuc impeditis, vel qua liberæ erant, non satis ad rem illuminatis, vel ubi abunde erat luminis, quod fere ubique abunde est, pavimento trabibus innixo non fornici, totus labor impediatur. Hæc postrema laboris nostri conditio fuit, ac minimus corporis motus, & ipsa etiam membrorum inflexio ad divisiones accuratius inspiciendas movebat pavementum, & positionem quadrantis respectu sectoris mutabat aliquantisper, ac totam operis rationem interturbabat. Iis autem difficultatibus accessit nondum satis tuto perspectus laminæ mobilis status, & justissimus sane metus conjungendi novarum observatio-

tionum errores, cum erroribus qui in cognoscendo statu laminæ mobilis admissi essent, quæ omnia eam methodum omittere demum coegerunt.

221. Mitto alia nonnulla tentamina, & ante quam devenio ad id, quod demum nobis successit, illud monendum duco, summo hinc nobis futurum fuisse usui circinum illum instructum binis vitris altero fixo, altero mobili, quem descripsi num. 66. Ejus ope licuisset arcus observatos conferre inter se satis accuratè, sed eo nos quidem caruimus, nec ejus constructio, & usus mihi, nisi aliquanto post, in mentem venit. Venit autem tum quidem instrumentum aliud, quod ipsi æquivalet, immo etiam ad rem presentem plurimum præstat. Id quidem, qui Arimini, vel uspiam Ariminum inter, & Romam accuratè perficeret, inveni neminem: Romæ demum, aliquanto etiam perpolitum magis perficiendum curavi. Perfecit autem noster instrumentorum Artifex Rufus, ac est illud, quod exhibent fig. 5, 7, & 8. Id quidem supra exposui a nu. 189; en autem ipsius usum ad hanc rem, qui satis congruit cum usu laminæ mobilis in sectore.

Missis aliis, methodus per novam machinam proponitur.

222. In primis sola etiam machinula figuræ 7, satis esse potest ad cognoscendum statum cochleæ ZuV , si nimirum vel unica linea vitri GH , traducatur ope diversarum spirarum ejus cochleæ per idem intervallum inter duo puncta notata in limbo quadrantis ad distantiam crassitudinis unius spiræ, vel intervallum inter binas lineas ad eandem distantiam ductas in vitro per unicum punctum notatum in limbo quadrantis. Id autem fieret adstringendo cochleas M' , m' fig. 8 ita, ut primo quidem initium ejus intervalli limbi congrueret cum linea vitri, vel initium intervalli vitri cum puncto limbi, constituto indice in initio spiræ, & ubi post indicis conversionem deventum esset ad finem spiræ, laxando eas cochleas, ac machinulam cum regula ita collocando, ut ejusdem intervalli initium eodem modo se haberet, quo prius, tum per

Ratio cognoscendi statum cochleæ ejusdem machinæ.

Tab. 3. F. 7.

8.

per secundam spiram indicem convertendo. Eo sane pacto, & singulæ spiræ, & plures simul, & singularum partes ad examen revocari possunt accuratissimè eodem prorsus pacto, quo diximus num. 56 ad examen revocari spiras cochleæ sectoris pertinentes ad laminam mobilem: & hic itidem hanc cochleam se bene habere deprehensum est.

Graduum singulorum comparatio mutua,

223. Cognita hujusce cochleæ constitutione jam singuli gradus inter se comparari possunt prorsus, ut n. 61 singulæ partes laminæ mobilis, atque id quidem vel promovendo lineam vitri *GH* per totum gradum quemlibet, ac restituendo in locum pristinum, vel potius ducendo in vitro regulæ mobilis, si ejus apertura sit satis magna, binas lineas ad intervallum fere æquale uni gradui, & faciendo, ut prius altera ad initium gradus appellat, tum altera ad finem. Et id quidem etiam ignorato statu cochleæ; eo autem cognito possunt etiam singula minuta ejus ope explorari, vel saltem decadum initia, & fines, vel, quod nos præstitimus, in singulis decadibus fines primorum, & initia postremorum minorum, ubi transversæ lineæ secant in fig. 3 secundum, & decimum ex *II* circulis concentricis. Notando nimirum, quot particule micrometri fig. 7 debeantur gradui medio, & quot habeant partes illius gradus quæcumque, tam illius gradus error, quam error singularum ejus partium sponte fluit. Id quidem congruit penitus cum iis, quæ de lamina mobili sectoris, & ejus micrometro diximus ibidem.

Idem correctio arcuum quorumcumque.

224. Hoc pacto gradibus omnibus inter se comparatis haberi posset rectificatio totius quadrantis prorsus, ut cognitis partibus singulis laminæ mobilis, totus ipsius status cognosci potest. Innotesceret nimirum numerus particularum micrometri debitus toti quadranti, & numerus debitus cuivis numero graduum, colligendo summam, tum factis, ut numerus particularum toti debitus, ad numerum debitum parti cuivis constanti ex quotcumque gradibus, ita gradus 90 ad quartum, invenire-

niretur, quid ille arcus contineret, & proinde quantum differret a debito. Verum hoc pacto error in singulis observationibus commissus augetur ita, ut posset multiplicari etiam per 45 juxta num. 84.

225. Hinc eadem methodo, quæ pro sectoris radio adhibita est num. 76, hic errorum summa minui potest quamplurimum ope instrumenti, quod exhibet figura 5 ab *AB* ad *ab*. In eo agglutinari possunt ope tenacioris ceræ bina vitra *Pp*, *Qq*, in quorum inferiori superficie sint rectæ lineæ directæ ad centrum quadrantis, quæ primo quidem ita constitutæ sint, ut altera congruat ad sensum cum initio divisionis, altera cum fine graduum 45, & ope cochleæ infra *i* promota tota machina cum regula mobili eam sustinente, donec primum altera ex iis vitrorum lineis congruat cum initio divisionis, tum altera cum fine, haberi discrimen eorum 45 graduum ab intervallo inter bina vitra. Translata deinde tota machina, donec prima linea primi vitri congruat proxime cum fine graduum 45, adeoque secunda proxime cum fine graduum 90, jam habebitur discrimen posteriorum 45 graduum ab eodem intervallo, adeoque & priorum a posterioribus; ac eodem pacto licet inter se conferre gradus tricenos, denos, quinos, singulos admotis nimirum vitris ad ea intervalla, errorum summa in graduum numero accurato ultra quintuplum erroris admissi in singulis determinationibus non assurgente.

Ufus novi instrumenti ad minuendum errorem.
Tab. 3. F. 5.

226. Porro nobis satis fuit, ut num. 211 supra monuimus, ad examen revocare pro angulis poligoni solum gradus integros, & præterea nonagesimi primi minuta singula, ac pro altitudinibus supra horizontem, & depressionibus infra etiam binos gradus hinc, & inde ab initio totius quadrantis, & binos hinc, & inde a fine, quod & diligenter præstitimus Romam regressi longo sane, & molesto labore, sed admodum necessario. Ac ubi singula minuta ejusdem gradus explorantur per cochleam factis exacte elaboratam, & motu continuo promotam,

Unde labor hic contractus, & error adhuc magis imminuetur.

notandum diligenter illud, errorum summam non crescere, sed pro arcu quovis unicum postremæ observationis errorem cum primo collatum turbare magnitudinem arcus totius, unde fit, ut illi quintuplo erroris, hîc unicus novus error accedere possit; verum is casus, in quo errores omnes in unicum summam coalescunt, nunquam in praxi accidit, aliis alios fere semper ex parte elidentibus.

Posse adhuc mi-
nui rectificatio-
nis errorem, sed
errorem obser-
vationis manere.
Cur hoc instru-
mentum cæteris
aptius.

227. Quoniam quadrantis nostri radius subtripulus ad sensum est radii sectoris, motus indicis, qui in sectore secundum minutum exhibet, hîc exhibet tria secunda. Hinc, ut ibi ope micrometri secundorum trientes ope lentis facile dignoscuntur, ita hîc secunda itidem. Verum si foraminulis constet divisio, & microscopium adhibeatur, nullus dubito, quin & decimæ secundorum partes, & vero etiam tertia ipsa minuta deprehendi possint, ut adeo hac methodo rite adhibita, & perfecta deveniri possit ad evitandum errorem in summa etiam errorum omnium possibilium majorem exigua fractione minuti secundi; sed id in re nostra supervacaneum est, ubi in angulis deinde determinandis per fila telescopiis inserta error duorum, vel trium, vel etiam 5 secundorum aliquando committitur. Aptiorem autem hanc methodum jure superius appellavi methodo circini instructi microscopiis, vel vitris, altero mobili, altero fixo, quod hîc motus machinæ, & intervalli inter vitrorum lineas fit circa centrum quadrantis per ipsam regulam mobilem, per quam observationes instituuntur angulorum, quod quidem plurimi interest, ad accuratiorum eorum ipsorum angulorum determinationem per divisiones ita correctas.

Prima metho-
dus explorandi
totius quadran-
tis mensuram eo
per totum hori-
zontem circum-
ago.

228. Explorato statu partium quadrantis, & habita pro iis correctione, superest correctio quadrantis totius. Ea, ut monui pluribus in locis, habetur collocando quadrantem in situ horizontali, & notando in horizonte bina objecta, quæ a se invicem ita distent, ut alterum

terum sit in axe telescopii mobilis, regula notante gradum 90. Tum quadrante horizontaliter converso, ut secundum objectum sit in axe telescopii mobilis, regula indicante gradum 0, inveniri debet tertium, quod sit in ipso axe regula notante gradus 90, atque ita porro, donec deveniatur ad quartam positionem quadrantis, in qua si primum objectum sit accurate in axe telescopii mobilis, regula notante gradus 90, nulla toti quadranti adhibenda erit correctio. Si autem, ut telescopium mobile pertingat ad primum objectum in quarta positione quadrantis, requiretur in quadrante ipso plus, vel minus quam 90 gradus; quarta pars differentiae erit error totius quadrantis, quo is a gradibus 90 deficiet in primo casu, eos excedet in secundo; cum is ex quatuor positionum erroribus colligatur.

229. Porro, ut id accuratè innotescat, oportet cognitum jam sit status illius arcus, qui in quarta positione quadrantis accedit, vel deficit, qui si erroneus esset, & error ipsius ignoraretur, erronea etiam correctio evaderet. Quoniam autem admodum difficile est invenire objecta, quæ discerni possint, & accuratè distent per arcus horizontis respondententes quadranti, ubi cognitum fuerit status graduum proximorum fini quadrantis ipsius, satis erit assumere quatuor objecta, quæ distent proxime per quadrantem a se invicem, & metiri ope quadrantis angulos inter primum, & secundum, secundum, & tertium, & ita porro, ac omnibus quatuor angulis definitis per quadrantem, si angulorum summa sit major 4 rectis, vel minor, quarta differentiae pars erit defectus quadrantis a vero quadrante in primo casu, excessus in secundo. Patet autem in omnibus hisce casibus debere seligi objecta admodum remota, vel ubi quadrans convertitur, ita ejus pedem moveri, ut centrum redeat ad idem punctum, nam aliter parallaxis orta ex eo, quod pes, circa quem sit conversio, non respondeat centro quadrantis, observationem turbaret.

Necessario cognoscendus status graduum quorundam proximorum postremo: methodi ampliatio.

*Altera metho-
dus, observatis
per ipsum omni-
bus angulis plu-
rium triangulo-
rum.*

230. Quod si ope quadrantis debent definiri omnes anguli cujuscumque trianguli, quod quidem accidit in casu nostro, ubi is adhibetur ad dimetiendos angulos omnes poligoni, si eorum summa inveniatur accuratè gr. 180, quadrans erit accuratus; sin minus, error erit dimidius totius differentiae. Is quidem, si unius trianguli ope definiatur, incertus erit ob singulorum angulorum errores, dum ope ipsius quadrantis definiuntur, qui aliquot secundorum erunt semper, cum ope sectoris tanto longioris error unius, vel alterius secundi evitari non possit. Verum si multa ejusmodi triangula habeantur, ut in casu poligoni longioris, & sumantur differentiae ternorum angulorum trianguli cujuscumque in unam collectorum summam a gradibus 180 positivæ, ubi eos excedunt, negativæ, ubi ab iis deficiunt; omnibus differentiarum in unam collectis summam, & per numerum triangulorum divisis de more, ut habeatur differentia media, hujus dimidium erit error quæsitus quadrantis totius, multo jam certior ex plurium determinationum conjunctione.

*Tertia metho-
dus per objecta e
diametro opposi-
ta, dimidio ho-
rizonte dimenso.*

231. Potest idem investigari etiam ope duplicis telescopii, ubi id est duplex, ut erat nostrum telescopium fixum, juxta num. 179. Primum enim ejusmodi telescopii ope invenienda sunt bina objecta e diametro opposita, quod ad ipsorum telescopiorum axes disponendos situ parallelo contrario requiritur, tum assumpto objecto intermedio, & dimensis binis angulis ope quadrantis ipsius, si eorum summa æquet gradus 180, quadrans est accuratus; secus, dimidium differentiae est error quæsitus. Et hæc quidem methodus omnino substitui debet priori e præcedentibus, paullo supra propositis, ubi ex altera parte objecta sint nulla, quæ discerni possint, ut nobis contigit Arimini, habentibus apertum mare ad Aquilonem; vel ubi proximum ædificium magnam horizontis partem surripiat.

232. Porro bina objecta contraria hoc pacto ope ipsius duplicis telescopii inveniri poterunt, & binorum axium parallelismus obtineri. Collocetur quadrans in situ horizontali, & oculari apposita ex parte centri quadrantis, ut in fig. 5 ad *N*, dirigatur id telescopium ad aliquod objectum: tum immoto quadrante, apponatur lens ipsa ocularis ex parte limbi ad *L*, & notetur objectum aliquod, ad quod adducatur filum mobile micrometri, quod ibi haberi diximus num. 176. Convertatur jam quadrans, ut directio *NL* abeat in directionem *LN*; & dirigatur telescopium idem ita, ut collineando ex parte centri per *N*, appareat in filorum intersectione secundum illud objectum; tum translata oculari ad partes limbi ad *L*, videatur, an in intersectione fili mobilis cum fixo sibi perpendiculari jaceat primum objectum, in quod prius collineatum fuerat ex *N*. Si id accuratè accidat, illa duo objecta sunt, ut patet, accuratè contraria; sin minus, filum mobile adducatur ad id objectum, & notetur motus ipsius fili, per cujus dimidium retracto ipso filo mobili, habebitur in ejus intersectione objectum, quod e diametro contrarium sit objecto illi secundo, & bini axes binorum telescopiorum eo duplici contentorum, seu potius binæ lineæ fiduciæ, quarum altera transeat per punctum axis lentis objectivæ collocatæ in *L*, & intersectionem filorum collocatorum in *N*, altera per punctum axis lentis objectivæ collocatæ in *N*, & intersectionem fili mobilis in *L* cum fixo sibi perpendiculari, erunt inter se parallelæ, ac deinde inservient ad definienda in quavis positione quadrantis bina objecta sibi e diametro opposita.

Invenio binorum objectorū per telescopium duplex & conversionem quadrantis horizontalem.
Tab. 3, F. 5.

233. Sit enim in fig. 9 in prima positione directio primi telescopii *NL* collineantis ad *A*, secundi autem *Ln* collineantis non ad punctum oppositum *a*, sed ad *B*. Conversione horizontali facta, abeat *NL* in *N'L*, & collineet ad secundum objectum *B*, abibit *Ln* in *Ln'*, & collineabit ad *A'*, non ad *A*. Erit angulus *ALN'* æqualis

Ejus demonstratio.
Tab. 3, F. 9.

lis NLn ad verticem opposito, qui idem est, ac $A'LN'$. Est igitur angulus ALA' , qui metitur apparentem distantiam objecti A ab A' , duplus anguli $n'LN$, quo bini axes a se invicem deflectunt, & si telescopii Ln' axis moveatur per dimidium angulum $A'LA$, abibit in LN' , & bini axes jam paralleli, & contrarii dirigentur per $N'L$, LN' ad objecta e diametro opposita.

Alia ejusdem investigationis ratio per conversionem verticalem. Periculum errandi.

Tab. 3, F. 5.

9.

10.

234. Idem obtineri potest quadrante verticaliter collocato, dummodo fiat conversio verticalis ita, ut quadrantis limbus A in fig. 5 in altera positione sit infra LN , in altera supra; redit enim eadem demonstratio in fig. 9. Nec vero in positione verticali satis est quadrantem convertere circa fulcrum suum, seu pedem motu horizontali, remanente utrobique A infra NL , quo quidem casu etiamsi bini axes non congruant, adhuc eadem objecta post conversionem factam respondebunt utrique. Si enim in priore positione in fig. 10 sint axes LN , nL , & conversio horizontalis fiat circa axem verticalem, remanebit LN' superior, Ln' inferior, ut prius, ut figura exhibet, vel viceversa, & directo $N'L$, quo prius dirigebatur Ln , dirigetur Ln' , quo prius dirigebatur NL .

Quid, ad evitandum periculum parallexeos.

235. In hisce operationibus diligenter itidem notandum, ut feligantur puncta horizontis maxime remota, vel ut ita moveatur quadrans totus, ut in secunda positione redeat ejus centrum ad positionem priorem, vel saltem ad rectam, quæ interiacebat binis objectis, ne parallaxis rem perturbet, qui quidem motus quadrantis multo facilius erit, ubi is in situ horizontali ad rem perficiendam collocetur, quam ubi collocetur in situ verticali; multo enim est facilius totam machinam horizontaliter movere nonnihil, quam elevare ita, ut telescopium fixum post conversionem in eadem altitudine sit.

Error totius quadrantis deprehensus: ejus applicatio ad arcus singulos.

236. Dispositis hoc pacto binis axibus telescopii duplicis, jam facile est bina in horizonte opposita puncta designare, & eorum angulos cum intermedio aliquo capere ope quadrantis, ac explorare, quantum is a 90 gradibus

dibus differat. Ejus investigationis hic exhibui methodos tres, quas omnes adhibuimus pluribus vicibus, & plurium observationum omnium generum consensu intra admodum pauca secunda, invenimus errorem 25 secundorum, quibus noster quadrans a 90 gradibus deficit. Is error singulis arcibus tribui debet in ratione totius quadrantis ad eos arcus, atque eo demum pacto habetur correctio errorum omnium, qui irreperint in divisionem quadrantis.

237. Inventis binis axibus telescopii duplicis sibi invicem prorsus oppositis, facile invenitur etiam deviatio utriuslibet a radio postremo quadrantis, qui tendit a centro ad finem graduum 90. Concipiatur in fig. 5 sublata regula *CG* cum toto instrumento ipsi adjecto, ac in centro *C* collocata machinula figuræ 2 cum pendulo, & si ii axes sunt accuratè paralleli ei radio, sit autem objectum aliquod in horizonte constitutum, & in ipsum collinetur sive ex *L* per *LN*, sive ex *N* per *NL*, patet filum penduli debere transire per initium primi gradus. At si manente illo parallelismo objectum sit supra horizontem, depresso *L* infra *N*, filum penduli discedet ab eo initio versus finem quadrantis *I* per arcum æqualem elevationi objecti supra horizontem, sin vero per *NL* collineetur in ipsum, elevato contra *L* supra *N*, filum debet cadere ab eo initio versus partes oppositas *AB* in eos gradus, qui in hunc ipsum finem citra initium numerationis adjecti sunt, & ibi designabit arcum priori æqualem, & æqualem elevationi objecti supra horizontem.

238. Quod si axes illi ei postremo radio paralleli non sint, ubi objectum prospiciatur prius per *LN*, tum per *NL*, filum non æque discedet ab initio primi gradus. Notandæ erunt binæ ejus distantia ab eodem initio, & punctum medium inter easdem erit id, quod per 90 gradus distabit a puncto limbi, cui ad partes *KI* respondent ii axes, ac ejus puncti medii distantia ab illo initio ipsorum axium aberrationem indicabit. Porro si distantia

fili

Investigatio deviationis axis telescopii fixi a postremo quadrantis radio. Quid, ubi ea sit nulla. Tab. 3. F. 5.

Quid, ubi sit aliqua. Ejus determinatio, & correctio inde derivata.

fili ab eo initio fuerit major versus KI , ubi prospectamus per LN , quam versus AB , ubi per NL , punctum medium cadet versus KI , secus versus AB , & ubi deinde altitudines aliorum objectorum supra horizontem determinabuntur prospiciendo per LN a limbo, ea distantia demenda erit semper ab arcu, quem indicabit filum penduli in primo casu, ipsi addenda in secundo, ut habeatur altitudo quæsitæ, cum eo casu filum penduli jacere debeat ad eandem partem ab initio numerationis, ad quam id ipsum punctum medium, nimirum versus KI in primo casu, ad oppositam in secundo. Contra vero eadem addenda in primo casu, demenda in secundo, ubi habetur depressio infra horizontem, filo penduli in eo casu cadente ad partes oppositas versus AB . Patet autem & illud, hujusmodi correctionis magnitudinem inveniri, si e binis illis distantibus fili penduli ab initio primi gradus, quarum medium assumendum esse diximus, minor dematur a majori, & residui sumatur dimidium.

Triples methodus idem præstandi per telescopium simplex. Proponitur prima, per reflexionem in aqua.

239. Hæc quidem omnia sat nota sunt, idcirco nullum eorum exemplum profero. Illud tamen, ut ut itidem notissimum, præterea addo, ubi unicum, & simplex habeatur telescopium, ibi ejusmodi correctionem pluribus aliis methodis perfici posse, in primis hisce tribus. Primò observetur aliquod objectum parum elevatum supra horizontem prospiciendo per LN , & notetur arcus a filo indicatus ab initio numerationis versus KI . Tum in vase ampliore aqua pleno aspiciatur objectum idem, quod ibi debet esse æquè infra horizontem depressum, & notetur itidem distantia fili ab eodem initio, ac assumatur punctum medium, inter binas fili positiones, cujus distantia media ab initio numerationis erit quæsitæ correctio.

Secunda per conversionem quadrantis verticalis. Quid cavendum in utraque.

240. Secundò observetur id objectum per LN , limbo A jacente infra NI , & notetur positio fili, ut prius; tum convertatur quadrans ita, ut limbus A abeat supra LN , ac sublata acu, ex qua filum pendeat, suspendatur manu

manu filum circa limbum *A* ita, ut transeat per centrum *C* jam inferius ipso limbo, noteturque distantia fili in limbo ab initio numerationis, & hic itidem punctum inter ejusmodi binas positiones medium rem perficiet. Porro in utraque ejusmodi methodo cavendum itidem illud, ut objectum sit maxime remotum, vel secus, ut centrum quadrantis in secunda positione eodem redeat, ubi erat in prima, ad evitandam scilicet parallaxim, & utraque methodus immediate rectificat divisionis initium. Tertia rectificationem exhibet immediate pro fine quadrantis, per quem, cognito totius quadrantis errore, habetur itidem rectificatio initii.

241. Tertia nimirum methodus est hujusmodi. Plano quadrantis diligenter collocato in plano meridiani observetur una die appulsus Fixæ cujuscumque proximæ zenith ad meridianum per *LC* limbo ipsius quadrantis obverso Occidenti, tum postridie idem fiat eodem limbo obverso Orienti, & notetur positio fili in utroque situ; nam punctum intermedium erit id, cui respondebit axis telescopii in ipso limbo, & cujus distantia a fine graduum 90 exhibebit correctionem quæsitam.

Tertia per stellas verticales, & conversionem.

242. Quod si non innotescat methodis supra expositis error totius quadrantis, & hac methodo inveniatur punctum, cui deberet respondere finis gradus nonagesimi, quavis autem e superioribus punctum, cui debet respondere initium gradus primi, patet inde deduci errorem quadrantis ipsius, si nimirum ea duo puncta non æquè, & in eandem plagam distiterint alterum ab initio primi gradus alterum a fine nonagesimi inscripti ipsi quadrantanti.

His methodis conjunctis deprehendi errorem totius quadrantis.

243. Illud unum hic notandum superest, punctum limbi a filo penduli designari eodem prorsus pacto, quo a linea designata in vitro regulæ mobilis definitur, nimirum methodo, quam exposui accuratè a num. 206. Ut enim ea recta ibi ad centrum dirigitur, ita hic hoc filum a centro devenit, vel per centrum transit.

Quo pacto arcus a filo designentur.

Duplex quadrantis usus pro duplici angulorum classe.

244. Omnibus jam fuse expositis, quæ ad constructionem quadrantis pertinent, ad rectam partium dispositionem, ad correctionem multiplicem errorum omnium, dicendum superest de ejus usu, & de observationibus ejus ope institutis. Verum quod ad usum pertinet, jam occasione agendi de correctionibus fere omnia sunt exposita. Duplex enim quadrantis ipsius est usus. Primus est is, ut ejus ope determinetur angulus, quem continent binæ lineæ, quæ a dato puncto tendunt ad bina data objecta inde conspicua. Secundus est is, ut ejus ope determinetur angulus, quo objectum quodvis ex dato puncto spectatum elevatur supra horizontem, vel deprimitur infra ipsum. Quo pacto obtineatur primum illud, fuse exposui a n. 203; quo autem pacto obtineatur hoc secundum, patet ex iis, quæ diximus a n. 237.

Duplex methodus pro observandis angulis obtusis.

245. Illud unum hic monendum præterea, angulos obtusos, si qui occurrant, duplici methodo posse definiri. Ubi telescopium habetur duplex, & axes bini contrarii paralleli sunt, possunt facile haberi anguli obtusi immediate observando alterum objectum per *GD*, alterum per *NL*, & a duobus rectis demendo angulum *GCL*, quem definiret eadem regulæ positio, si per *LN* collinearetur in objectum juxta num. 205. Quod si non adsit telescopium duplex, assumi debet objectum intermedium positum in eodem ad sensum plano, & bini anguli acuti dimetiendi, quorum summa eum obtusum exhibeat.

Duplex genus angulorum primæ classis observatum.

246. Porro duplex genus angulorum primæ classis dimensi sumus. Alterum est angulorum poligoni, quorum catalogum exhibet Mairius opusculo 2 num. 21; alterum est angulorum, quos data hora continebat recta ducta ad signum in monte quopiam erectum cum recta tendente ad centrum Solis parum admodum elevati supra horizontem, cujusmodi observationes idem exhibet n. 31. Horum ope determinatur positio totius poligoni respectu meridiani; illorum vero ope determinantur latera omnia poligoni ipsius, nimirum distantiae unius stationis

ab

ab alia utcumque inclinatae ad planum horizontale, & ad meridianam lineam, ac altera basis eruitur ex altera. Hæ distantiae ad planum horizontale, vel potius ad superficiem sphericam reducuntur ope angulorum secundi generis, nimirum elevationum supra horizontem, vel depressionum infra ipsum, quod quidem admodum facile præstatur methodo, quam Mairius exposuit opusculo 2 a num. 24, ac deinde ope inclinationis singulorum laterum ad meridianum reducuntur distantiae eadem ad ipsum meridianum,

247. Nos quidem omnes ejusmodi angulos defini-
mus ope transversalium rectorum, ut exposui num. 206, luxato communi micrometro, & novo meo, quem exhibet fig. 7, & 8, nondum constructo. Monuerat jam olim Louvilleus, satius esse, si quadrans dividatur tantummodo in gradus integros per rotunda foraminula, tum minuta, & secunda definiantur ope communis micrometri constantis filo mobili constituto in foco lentis objectivæ telescopii vel fixi, vel mobilis. Id ego quidem, invento hoc meo micrometro extra telescopium fito, libentissime nunc sane præstiterim in angulis potissimum primi generis; at communi illi micrometro nequaquam fidendum puto, ubi ejus filum debeat per gradum integrum excurrere. Notavimus jam supra capite primo, ubi de sectore agebamus, nisi fila constituta sint in ipso foco lentis objectivæ haberi, parallaxim quandam, ut est notissimum. Constat itidem focum objectivæ lentis constare e focus plurimis pertinentibus ad diversa colorum genera, quorum focorum alii remotiores sunt, alii propiores. Observarunt autem Bouguerus, & Condaminus, ut ibidem diximus, focum ipsum mutari respectu diversorum Observatorum, ut & mutata aeris constitutione, & mutata distantia lentis ocularis ab objectiva, & a filis ipsis, ac notarunt parallaxim in his diversis circumstantiis ferri in partes oppositas, & illud etiam recensent, valorem partium micrometri plurium secun-

Quo pacto a nobis observari in angulis cur lineæ transversales Louvilleæ methodo anteposita.

dorum numero iis diversum idcirco obvenisse brevi intervallo temporis licet idem objectum observantibus. Si quid ejusmodi accidat in micrometro telescopii, cujus filum tam longe debeat excurrere, necesse est errores committi non contemnendos. Nihil eorum timendum est in meo micrometro fig. 7, quo regula tota cum telescopio movetur per quadrantis limbum.

Earundem transversalium usus commodior in altitudinibus observandis.

248. Hinc ego quidem satius duxi, non singulos gradus notare tantummodo in quadrantis limbo, sed omnem divisionem perficere, & transversales ducere de more, quod & Grahamus in suis quadrantibus præstitit. Id autem & ubi altitudines observandæ sunt, multo commodius est potissimum si astrorum altitudines capiendæ sint. Nam ubi soli gradus designati sunt, oportet quadrantem prius ita disponere, ut filum transeat per unam e divisionibus accurate, tum observationem inire, quod & maxime incommodum est, & requirit, ut prius innotescat altitudo saltem proximè. Sed hæc innuisse fit satis.

Quæ error oritur ex axe telescopii mobilis nõ parallelo plano quadrantis. Tab. 3, F. 11.

249. Videndum autem est primum, quod quidem ad usum quadrantis pertinet, quid erroris committi possit in ejusmodi angulis definiendis ex eo, quod axis telescopii regulæ mobilis non sit accuratè parallelus plano quadrantis. Sit in fig. 11 ACB planum quadrantis, & axis telescopii mobilis declinet ab ipso plano per angulum ACD , vel BCE . Exhibebit quadrans angulum ACB pro DCE , eruntque anguli ACD , BCE æquales, adeoque æquales eorum sinus, qui cum perpendiculares sint plano quadrantis, adeoque paralleli inter se, erunt & rectæ DE , FG parallelæ, & æquales, ac ob CF , CG itidem æquales, erunt pariter parallelæ FG , AB . Erit autem DE chorda anguli DCE , & AB chorda anguli ACB , nimirum illa dupla sinus dimidii anguli observati, hæc dupla sinus dimidii anguli a quadrante exhibiti. Cum igitur sit ut CA radius, ad CF cosinum declinationis axis, ita AB duplus sinus dimidii anguli per quadrantem definiti

finiti ad FG , live DE duplum sinus dimidii anguli definiendi; habebitur hujusmodi theorema. *Est radius ad cosinum declinationis axis telescopii, ut est sinus sinus dimidii anguli per quadrantem definiti ad sinum dimidi definiendi.*

250. Si deviatio sit exigua habebitur facilius determinatio erroris. Nam, dividendo, erit radius CA ad AF sinum versum declinationis, ut est sinus dimidii anguli ACB per quadrantem definiti, ad differentiam ipsius a sinu definiendi. Est autem theorema hujusmodi pertinens ad exiguas angulorum differentias illi simile, quo usi sumus num. 141, esse cosinum anguli ad radium, ut est differentia sinus ad sinum differentiae angulorum (nam in fig. 12 tab. 2 est ti differentia sinuum tz' , $b'd$, ad $b't$ chordam $b't$ differentiae arcuum bb' , bt , quæ æquipollet ejus sinui, ut est cosinus az ad radium at). Quare ex æqualitate perturbata erit cosinus dimidii anguli observati ad sinum versum declinationis axis, ut est sinus dimidii ejusdem anguli ad sinum erroris ejusdem dimidii, qui error est dimidium totius erroris. Inde vero alternando habetur hujusmodi theorema. *Est cosinus dimidii anguli observati ad sinum, vel, quod eodem redit, radius ad ejus tangentem, ut est duplus sinus versus declinationis axis ad sinum erroris, & angulus definitus per quadrantem semper est vero major.*

Theorema pro
co errore simpli-
cius, ubi devia-
tio est exigua.

251. Porro inde facile deducitur, nisi declinatio axis sit admodum ingens, nullum haberi errorem sensibilem in angulo observato, qui, ut in re præsentis esse solet, non multum excedat rectum. Et quidem fere semper a recto multum deficiunt anguli, qui observantur, ac si rectum satis excedant, per quadrantem definiri omnino non possunt hac methodo, nimirum ope telescopii mobilis excurrentis per quadrantem, per quem ultra 90 gradus vix excurrit. Quare fere semper radius dimidii anguli, qui in semirecto æquatur tangenti, in hujusmodi angulis est ipsa tangente major, & proinde sinus erroris minor duplo sinu verso declinationis. Sinus unius secundi ad radium 1000000 est 48, sinus versus minorum 7 est 21, & ejus

Errorem devia-
tionis non ita
magne esse insē-
sibilem.

ejus duplum 42 adhuc minus, quam 48. Quare si deviatio sit minorum 7, error in quovis angulo acuto, & in recto est adhuc minor uno secundo. Is autem error, aucta declinatione, augetur in ejus ratione duplicata, cum in ea augeatur sinus versus quamproxime: idem autem error in angulis minoribus minuitur plurimum in ratione tangentis imminutæ.

Error multo major in angulis exiguis alterius telescopii axe parallelo alterius, declinante.
Tab. 3, F. 5.
11.

252. Effet e contrario is error multo major in angulis exiguis, si in fig. 5 non utriusque objecti observatio instituat eodem mobili telescopio GD , sed alterius eo, alterius telescopio fixo LN , ac alterius axis plano quadrantis parallelus esset, alterius vero declinaret. Eo enim casu in fig. 11 abiret punctum D in A , & haberetur triangulum sphericum rectangulum ABE . Abeunte autem A in B , evanescit AB , & tamen AE evadit æqualis toti BE , adeoque error toti inclinationi axis fit æqualis. Contra vero ubi AB fiat quadrans, error penitus evanescit, evadit enim A polus circuli maximi BEP , & arcus AE quadrans, ut AB . Generaliter mensura erroris invenitur, cujuscumque magnitudinis sit AB per hoc theoremata, quod constat ex Trigonometria spherica. Est radius ad cosinum declinationis BE , ut cosinus lateris, sive distantie visæ AB ad cosinum basis, sive distantie veræ AE .

Theorema facilius pro eodem errore in exiguis declinationibus. Quid in reliquis casibus.

253. Inde autem deduci potest aliud, quod pro exiguis declinationibus BE exhibeat immediate erroris mensuram. Nam ex superiore theoremate dividendo erit, ut radius ad sinum versus declinationis BE , ita cosinus AB ad differentiam cosinum AB , AE . Sed juxta num. 141 est sinus ad radium, ut differentia cosinum ad differentiam arcuum, sive ad sinum ejusdem differentie arcuum. Igitur ex æqualitate perturbata est sinus distantie visæ AB ad sinum versus declinationis BE , ut cosinus ipsius AB ad sinum erroris, vel alternando est, sinus distantie visæ ad cosinum, vel, quod eodem redit, tangens ipsius ad radium, ut est sinus versus declinationis ad sinum erroris. Quod si etiam AD declinet in eandem plagam, vel in oppositas,

tas, facile definiri posset, quid in singulis casibus consequi debeat. Verum & in angulis paullo majoribus errores ab exiguis declinationibus orti perquam exigui sunt, & nos eodem semper telescopio mobili utrumque objectum observavimus, ac axium parallelismum curavimus cum plano sectoris.

254. Ubi altitudines supra horizontem capiuntur, vel depressiones infra, si axis telescopii declinet a plano quadrantis, error, qui committitur, est idem prorsus, ac is, quem posteriore loco persecuti sumus. Si enim AB sit planum quadrantis, CE axis telescopii respondens puncto B , CA filum penduli; quadrans quidem exhibebit distantiam ACB a zenith, vera autem distantia erit ACE , & cum ejus complementum sit elevatio supra horizontem, vel depressio infra, error elevationis, vel depressionis erit idem, ac differentia arcuum AE , AB , quæ, ubi declinatio BE sit exigua, & arcus AB parum abluat a quadrante, perquam exigua est, & in ipso quadrantis sine penitus evanescit: ubique autem definitur per superioris numeri theorema. In eo autem theoremate si prior ratio assumatur, sinus AB ad cosinum, ubi altitudo supra horizontem, vel depressio infra, nimirum, uno vocabulo, distantia ab horizonte fuerit exigua, adeoque AB proxime quadrans, erit ejus sinus proxime æqualis radio, cosinus autem erit idem, ac sinus distantiae ab horizonte, & theorema huc redibit. *Est radius ad sinum distantiae ab horizonte, ut sinus versus ipsius declinationis ad sinum erroris.* Et is quidem evadit perquam exiguus tertii ordinis, cum distantia ab horizonte ponatur exigua, & exiguus ejus sinus, ac declinatio ponatur itidem exigua, adeoque exiguus ejus sinus rectus, & proinde sinus versus exiguus respectu ipsius sinus recti, nimirum exiguus secundi ordinis.

255. Et hæc quidem de erroribus, qui oriuntur ex ipsa telescopiorum dispositione, quos in casu nostro non esse pertimescendos patet ex iis, quæ diximus. Quod autem

Quid in altitudinibus observandis telescopii fixi axe declinante. Theorema pro ejusmodi errore.

Nullos ex iis erroribus nobis pertimescendos. Facilius observari, quæ accuratius determinanda sint.

autem pertinet ad observationes angulorum pertinentium ad triangula poligoni, & altitudinum supra horizontem, vel depressionum infra, admodum commode illud hinc accidit, quod anguli priores, quorum multo accuratior determinatio requiritur, multo itidem accuratius determinantur, contra vero altitudines illæ, & depressiones.

Collocatio quadrantis, ut ejus planum transeat per bina objecta.
Tab. 2, F. 4.
1.

256. Ad illorum angulorum observationem collocandus est in primis quadrans ita, ut ejus planum transeat per utrumque objectum observandum, ut nimirum telescopio mobili congruente cum fixo, & prioris axe directo ad primum objectum accuratè, ipso quadrante interea immoto, & regula mobili per ejus limbum circumducta, axis ipse telescopii mobilis appellat accuratè ad secundum objectum. Id ut proximè fieret, mihi quidem facile semper contigit, cum per machinam figuræ 4 admodum facile esset, pede utcumque constituto, quam liberet positionem quadranti præbere altero, Observatore dirigente semper telescopium fixum ad alterum objectum, altero telescopium mobile ad alterum, dum quis etiam Rusticus arcum *KLMI*, & cochleam fig. 4 manu tenens, jam elevaret, jam deprimeret quadrantis molem excursu arcus ipsius per crenam *D*, donec haberetur proxime quæsita positio, cujus accuratior determinatio obtinebatur ope cochlearum *YZ* fulcri figuræ 1, quarum una in unam partem conversa, ut constaret, an is motus positioni accuratæ faveret, an opponeretur, continuabatur conversio in eandem plagam, vel in oppositam, donec primo Observatore telescopii fixi axem dirigente semper ad primum objectum, secundus videret secundum in axe sui telescopii. Brevi tentamine per unam vel alteram cochleam res felicissimè perficiebatur, nec nos in eo illam unquam difficultatem experti sumus, quam alii alia fulcri forma sæpe experti sunt, nec ulla aderat necessitas disponendi pedes fulcri certa quadam lege, quod ab aliis præscribitur, & in locis montanis, saxosisque, ac præruptis non raro erat futurum satis incommodum.

257. Qua-

257. Quadrantis plano ita constituto facile adducitur regula mobilis ad initium gradus proximi, tum regula eandem respectu quadrantis positionem servante exiguo quadrantis ipsius motu dirigitur telescopium, mobile ad secundum objectum a secundo Observatore, quam directionem dum is retinet, primus interea Observator filum mobile micrometri telescopii fixi ita movet, ut ejus intersectio cum fixo sibi perpendiculari adducatur ad primum objectum, quo præstito ita, ut simul bini Observatores sua objecta in suis intersectionibus habeant, regula mobilis ad telescopium fixum adducitur ita, ut primum objectum sit simul in utroque telescopio in intersectione filorum, ac observatur positio lineæ in vitro designatæ respectu transversalium. Hæc omnia facile præstantur, & parum admodum officit hujusmodi observationi tremor quadrantis, qui sæpe habebatur ob ingentem in summis montibus ventorum vim. Nam ii impetu facto in amplam quadrantis molem unico in loco connexam cum fulcro, & æquilibratam, eam semper concutiebant alquantulum, quod quidem aliquando & observationem perturbabat nonnihil, ac reddebat minus accuratam: sed id ipsum in ea quadrantis positione horizontali, & regula respectu limbi immota, multo minus accidebat, quam ubi altitudines, & depressiones capiebantur.

Facilis directio telescopiorum in objecta, & praxis reliqua, cum exiguo tremoris incommodo.

258. Eiusmodi enim altitudines, & depressiones observantur ope solius telescopii fixi directi ad objectum, & alterius telescopii usum supplet filum penduli e centro suspensum, cujus positio respectu limbi notatur methodo exposita num. 243. Id filum, ubi aer est admodum quietus, demisso in aquam pondere, quiescit. Ubi validior est ventus, agitur ita, ut nulla arte nos quidem ipsum penitus immotum continere aliquando potuerimus. Aderat quidem instrumentum quoddam, quod invenimus num. 182, & suspendebatur e crena *GH* fig. 2, quod filum includebat, sed quoniam filum ipsum debet

Incommodum tremoris multo majus in altitudinibus observandis.

limbo proximum esse, ut ipsum pene contingat, debet id repagulum e posteriore parte in limbi loco apertum esse: hinc venti vis eo se insinuat. Præterea ventus ipse in quadrantis verticaliter collocati ampliorem faciem incurrens tremorem ipsi communicabat aliquem, quo pendulum etiam commovebatur. Hinc aliquando dum altero Observatore dirigente telescopium fixum ad objectum, alter filum penduli cum divisionibus limbi conferret, oscillabat filum hinc, & inde per plura minuta. Curabamus autem semper, ut ejus positum definiremus, dum ventus intermittebat nonnihil, ac oscillatio vel nulla esset, vel exigua, & in hoc casu assumeretur medium oscillationis punctum. Adhuc tamen altitudinem, vel depressionem ultra etiam minutum primum sæpe incertam fuisse, arbitror, dum primum angulorum genus intra paucorum secundorum limites censeo accuratum extitisse.

Plures errorum
fontes recensiti
pro angulis po-
ligoni.

259. Plura erroris secunda colligi in primo etiam angulorum genere potuerunt ex pluribus capitibus. Telescopio pedum trium, vel quatuor, duo vel tria secunda vix, aut ne vix quidem discernuntur. Ubi dirigitur telescopium mobile ad objectum, filo utut tenui fena, vel etiam dena secunda intercipiente, in utraque directione ternis secundis errari facile potest, potissimum ubi observatur objectum prope horizontem situm, ac remotum, vaporibus interjectis radios detorquentibus, & inducentibus objecti tremorem. Idem error in directione telescopii fixi committi potest ita, ut ejus positio nonnihil diversa sit in binis telescopii mobilis positionibus. Is autem error augeri potest validiore venti vi quadrantem agitante. Quanquam quod ad hunc tremorem pertinet, & conservationem positionis telescopii fixi, dum mutatur positio telescopii mobilis, evitari sane posset aliis fulcris quadrantis suppositis, quæ ipsum constitutum in plano transeunte per bina objecta redderent prorsus immobilem. Sed ea fulcra, quæ ut præruptis

ruptis montium locis aptari possent, admodum varia deberent esse, vel composita, & diversis motibus prædita, nos quidem nunquam adhibuimus, cum perquam exigui errores, qui eo pacto evitari possent, perquam exiguum errorem inducant in unius gradus mensuram, ut infra patebit.

260. Deinde error aliquis committitur in collocanda regula fixa ita, ut congruat accuratè cum aliqua divisione, ubi licet semper adhibuerimus lentem: tamen unius, aut alterius secundi error etiam ibi timeri potest, & major fortasse, nimirum triplo major, quam ex eodem capite in sectore triplo longiore. Dum æstimatur secundorum numerus in secunda positione quadrantis, aliquis iterum error, & sæpe trium, vel 4 secundorum, vel etiam 5 timeri potest. Horum uterque minui plurimum posset ope mei micrometri figuræ 7 regulam deferentis, cujus ope motu continuo juxta num. 58, & adhibito microscopio, potissimum si foraminula rotunda sint, etiam unius secundi error evitari potest, ut & error in dirigendo telescopio mobili ad objectum ope cochleæ moventis regulam, & telescopium. Repetita observatione quoties liberet, & in singulis appulsibus notato numero micrometri, nullus dubito, quin & unius secundi error evitari posset. Sed nos tum quidem eo caruimus.

Alii errorum fontes ibidem.

261. Alius error, & is plurium secundorum irrepere potest in anguli definitione, ex errore divisionum, si rectificatio earundem, de qua tam fuse egimus, intra aliquot secunda incerta sit. Duplex autem est ibi error in duplici positione regulæ mobilis. Alium pariunt refractiones. Nam in primis dum refractione objectum elevat, licet in plano verticali id fiat, & idcirco parum officiat angulo fere horizontali; adhuc tamen est & ibi aliquis error, nec is penitus accurate corrigi potest, cum refractione ipsa prope horizontem admodum varia sit, ut notavimus etiam opusculo 1. Deinde illud etiam fortasse

Alii itidem.

aliquando fieri potest ob inæqualem positionem vaporum intermediorum, ut habeatur aliqua aberratio radii in latus, qua fiat, ut angulus ipse horizontalis turbetur nonnihil. Ubi de minutis secundis agitur, nihil non timendum a rationibus physicis, dum eæ se geometricis præcisionibus immiscent.

Eos se ex parte corrigere invicem. Quæ omnium fuerit summa in singulis triangulis.

262. Si ii errores omnes in unicum summam coalescerent, possent quidem excrefcere plurimum; sed id nunquam accidit. Nobis quidem aliquando ad 10, vel etiam 12 fortasse secunda minuta devenerunt, quod in majori ventorum agitatione, vel in fortuito errorum re-ctificationis cumulo quopiam accidere potuit; plerumque tamen est, cur nobis persuadeamus quinque, vel sex minuta secunda non excessisse. Hinc nimirum in opusculi secundi num. 21 tabula angulorum pro singulis triangulis non exhibet gradus 180 accuratè, sed correctio adhibenda est. Habentur autem cum ipsis basibus triangula 11, ubi summa trium errorum semel in secundo triangulo affurgit ad secunda —28, in septimo ad + 22, in quarto ad + 20, in tertio jam est + 17, in nono, & decimo — 16, in primo + 8 in quinto, & undecimo — 6 in octavo + 3 in sexto demum — 2, qui ipsi errores cum in partes ferantur oppositas sine ulla certa lege, se itidem corrigunt magna ex parte, & eorum effectus in intervallo meridiani interjecto inter extrema poligoni puncta inde multo minor esse debet, quam esset ex omnium conspiratione. Porro ibidem negativi errores positivis æquales non sunt idcirco, quod nos totius quadrantis correctionem secundorum 25 eruimus non ex hisce triangulis tantum juxta num. 236, sed ex iis, & aliis triangulis, ac aliis itidem observationibus medium desumendo.

Fontes errorum in altitudinibus.

263. Refractio magis turbat altitudinem supra horizontem, vel depressionem infra, cujus quidem magnitudo prope horizontem minime constans id efficit, ut is ipse error satis tuto corrigi nequaquam possit. Is autem junctus errori orto ex difficultate observandi augetur multo

multo magis , sed jam videbimus eum , ut supra innui , utut multo major fit , multo minorem effectum secum trahere in mensuram intervalli , licet errorem majorem inducat in absolutam montium altitudinem .

264. Et quidem ut in ipsos errores inquiri possit , satis est considerare , quo pacto ex ejusmodi angulis observatis , ac basibus eruantur , quæ pertinent ad rem nostram . In primis in fig. 2 tab. 1 juxta articulum § opusculi 2 , & tabellam in eo propositam num. 21 habetur polygonum , in quo basis Ariminensis aL , Romana cb , stationes A , B , C , D , E , F , G , H , I sunt tholus D. Petri , mons Januarius , Sorianus , Fionchus , Tesius , Penninus , Catria , Carpegna , Lurus . In iis omnibus triangulis innotescunt omnes anguli per quadrantem determinati . Et quidem ii immediate per observationem innotescerent accuratè , si observatio institueretur in ipso centro signi erecti in statione , in qua fit observatio . Sed quoniam plerumque commodius est multo , & aliquando pro signi ipsius natura necessarium omnino observationem instituire extra signum ipsum , anguli observati indigent correctiuncula exigua , quæ facile invenitur , si inter observandum definiatur distantia centri quadrantis a loco observationis , & positio , cujus ope innotescat recta perpendicularis , e centro quadrantis ducta in rectam a centro signi stationis , in qua observatio fit , tendentem ad centrum signi stationis cujusvis observatæ .

Anguli polygoni non immediate definiti observatione peracta extra centrum stationis .

Tab. 1. Fig. 2.

265. Nam in primis ope angulorum non correctorum , & primæ basis aL haberi possunt , si minus accurata , saltem veris proxima , latera omnia prius trianguli LHa , tum LHI , ope lateris LH , tum HGI ope lateris HI , & ita porro usque ad basim alteram bc , factis , ut sinus anguli oppositi lateri dato , ad sinum anguli oppositi lateri quæsito , ita latus datum ad quæsitum . Habitis autem iis lateribus utcumque proxime , habetur angulus , quem in statione observata subtendit distantia centri quadrantis a centro signi ipsi proximi . Sit enim in fig. 12 tab. 3 A centrum signi ,

Quo pacto reducuntur ad id centrum .

Tab. 3. Fig. 2

12

signi, C centrum quadrantis, quo observantur stationes D , & E , & dato per observationem angulo DCE , quaeratur angulus DAE . Habita distantia AC , & ejus positione respectu rectarum AE , AD , inveniuntur facile perpendiculara CI , CH , quæ sæpe etiam immediate admodum facile metiri licet designatis utcumque rectis AI , AH . Porro habitis etiam proximè CE , CD , erit, ut CE , vel CD ad CI , vel CH , ita radius ad sinum anguli CEI , vel CDH .

Quid corrigi debeat per additionem, quid per subtractionem.

266. Porro si utraque recta EC , DC jaceat intra angulum EAD , jacente C intra ipsum, uterque ex iis angulis demendus est ab angulo DCE , ut habeatur DAE : si jacente C' extra ipsum ad latus alterum, ut EA , altera quidem DC' subeat angulum DAE , altera EC' cadat extra ipsum, demendus erit prioris angulus ADC' , & addendus posterioris AEC' : quod si & DC' caderet extra ultra DA , puncto A jacente intra angulum $DC'E$, uterque addendus esset. Si enim EC occurrat DA in B , & EC' in B' , angulus externus DCE æquabitur angulo CBD , & CDB internis, & oppositis, angulus autem CBD pariter binis BAE , BEA ; adeoque sublato CDB a DCE , habetur DBC , & sublato BEA , vel CEA ab ipso DBC , habetur DAE ; unde constat primum. Pariter sublato $CD'B'$ a $DC'E$ externo, habetur $DB'C'$ internus, sed ipsi $DB'C'$, sive $AB'E$ addito AEB' , vel AEC' , habetur externus DAE ; unde patet secundum. Tertium autem sponte fluit e primo. Si enim demendi sunt bini anguli CDA , CEA ab angulo DCE , ut habeatur DAE , contra addendi iidem essent, si foret C in A , & A in C .

Facillior determinatio reductionis.

267. Sed nec est opus tam proxima mensura rectarum EC , DC , nec illis sinubus ad inveniendos angulos ad E , vel D demendos ab angulo observato, vel ipsi addendos; cum illæ distantia CI , CH semper utique satis exiguæ respectu ipsarum CE , CD exiguum secundorum numerum requirant. Ut angulus CEI sit unius secundi, debet CE continere ipsam CI vicibus 200000 quamproxime, nimirum, existente CI pedis unius, & CE 40 milliariorum, habetur unum

unum minutum secundum in angulo illo CEI , & eo minus habebitur, vel plus, quo distantia CE fuerit e contrario major, vel minor. Quare si numerus pedum inventus in distantia illa perpendiculari CI augeatur, vel minuatur in ea ratione, in qua distantia CE a statione observata est e contrario minor, vel major milliariis 40, habebitur numerus secundorum demendus ab angulo observato, vel illi addendus, prout centrum C jacuerit respectu rectæ AE versus alteram stationem D , vel ad partes oppositas. Patet igitur, satis esse intra crassiores limites nosse, quot milliariis distet statio observata, & nosse tantummodo numerum pedum, quibus centrum quadrantis distat a recta jungente centrum signi, prope quod fit observatio, cum signo stationis observatæ, ut innotescat, quid auferri debeat, vel addi.

268. Anguli, qui habentur in ea tabula opusculi secundi, sunt anguli ita correcti. Eorum ope patet jam haberi posse omnia latera rectilinea poligoni incipiendo a basi altera usque ad alteram, ope illius notissimi theorematis trigonometrici, *latera sunt, ut sinus angulorum oppositorum*, sed ut a basi altera deveniatur ad alteram, satis est singulorum triangulorum ope definire singula latera, usui futura in sequenti triangulo, quod quidem ibi præstitit Mairius, qui singulis triangulis singula latera definivit, & a prima basi La fig. 2 tab. 1 devenit ad secundam bc per latera $LH, HI, HG, GF, FE, FD, DC, CB, BA$; ac eodem pacto ordine retrogrado a secunda bc poterat devenire ad primam La .

269. Porro ea rectilinea poligoni latera nec jacent in superficie regulari Telluris, nec in directione Meridiani. Hinc duplici reductione est opus, alterâ, quæ lateribus rectilineis, & ad horizontem inclinationes varias habentibus pro varia distantia stationum a superficie illa regulari, substituatur arcus superficiei ejusdem ipsis subjectos, si ve interjectos punctis, quæ perpendiculariter subjacent ipsis stationibus, alterâ, quæ inventa directione meridiani

Ex basi, & angulis reductis determinatio laterum rectilineorum.
Tab. I. F. 2.

Duplicis laterum reductionis necessitas, ad superficiem Telluris regularem, & ad meridiani reductionem.

diani *An* transeuntis per alterum poligoni extremum *A*, & ope arcuum, *Bd*, *Ce*, *Df*, *Eg*, *Fh*, *Gi*, *Hl*, *Im*, *Ln*, ipsi meridiano perpendicularium reducat puncta, *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *I*, *L*, ad meridianum in *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*, *l*, *m*, *n*, unde demum obtineatur intervallum *An* meridiani ipsius interceptum binis extremis punctis totius poligoni.

Prima reductio-
nis fundamen-
tum præcipuum.

270. Prima illa reductio commodissime perficitur metho-
do, quam ibidem Mairius exponit a num. 24. Nimirum omnes anguli reducuntur ad horizontales, sive iis, quos latera rectilinea continent terminata ad stationes, sicut in summis montibus substituuntur ii, quos continent in superficie Telluris regulari arcus interjecti punctis subjectis ad perpendicularum stationibus singulis. In hac reductio-
ne assumitur superficies illa regularis Terræ, ut spherica, atque id quidem sine ullo periculo erroris sensibilis. Cum enim discrimen figuræ Telluris a spherica sit admodum exiguum, discrimen partis usque adeo exiguæ, quæ toti poligono, immo quæ singulis respondet triangulis, omnem omnino sensum debet effugere.

Ejusdem metho-
dus per Trigo-
metriam spheri-
cæ.

271. En autem ejusdem reductionis methodum eidem
satis analogam. Referant in fig. 11 tab. 3 rectæ *CD*, *CE*
rectas, quæ a statione *C* tendant ad binas stationes, quibus rectis spheræ centro *C* occurrat in *D*, & *E*. In ipsa spheræ sit *CP* recta verticalis tendens ad zenith respondens puncto *P*, sint autem *CA*, *CB* intersectiones planorum verticalium *PCD*, *PCE*, cum plano horizontali transeunte per *C*, ut proinde *ACD*, *BCE* sint binæ elevationes observatæ supra horizontem, quarum altera, vel utraque si esset nulla, abiret alterum, vel utrumque e punctis *D*, & *E* in alterum, vel utrumque e punctis *A*, & *B*; si altera, vel utraque esset depressio infra horizontem, abiret alterum, vel utrumque ex iis infra alterum, vel utrumque ex his, contra id, quod schema exhibet. Sed in omnibus ejusmodi casibus habita altitudine supra horizontem, vel depressione infra ipsum, habetur *PD*, & *PE*

PE differentia ejus a quadrante, vel summa cum quadrante.

272. Porro intersectiones planorum *PCA*, *PCB* cum superficie regulari Telluris essent bini arcus illi, quos memoravimus, nimirum bina latera poligoni ad ipsam superficiem reducti, & *CA*, *CB* sunt rectæ perpendiculares intersectioni planorum ipsorum arcuum, quarum angulus proinde æquatur angulo sphærico, quem ii arcus continerent; cum ipse angulus *ACB* sit angulus, quem eorum arcuum plana continent juxta num. 57 in meis solidorum Elementis, Elementorum tomo 1, & ille angulus sphæricus sit idem, ac eorum planorum angulus juxta mea Trigonometriæ sphæricæ elementa num. 153 ibidem. Quare invento angulo *ACB*, is angulus invenitur, & ipse angulus *ACB*, quem tangentes in plano horizontali continent, dicitur angulus *DCE* ad horizontem reductus. Porro is habetur resolutione trianguli sphærici *DPE*, in quo ex datis altitudinibus *AD*, *BE*, vel depressionibus, dantur latera *PD*, *PE*, juxta numerum præcedentem, latus autem *DE* est mensura anguli *DCE* observati. Anguli autem sphærici *DPE* mensura est arcus *AB*, qui metitur angulum rectilineum *ACB*, nimirum angulum ad horizontem reductum, sive angulum poligoni ad Telluris superficiem reducti. Quare datis binis altitudinibus, vel depressionibus, & angulo observato *DCE*, adeoque tribus lateribus trianguli sphærici *DPE*, datur angulus *DPE*, sive quæsitus ille angulus reductus.

Trianguli sphærici resolutio, quæ rem conficit.

273. Is quidem angulus communi, & nota Trigonometriæ sphæricæ methodo haud difficulter invenitur, verum ejus inventionem adhuc expeditam magis docet Maiorius a num. 26 opusculi secundi. Quod si altera altitudo vel depressio nulla esset, puncto *D* abeunte in *A*, resolveret triangulum *APE*, sed multo facilius triangulum *ABE* resolveret, in quo data altitudine, vel depressione *BE*, & data basi observata *AE*, inveniretur latus *AB*, sive angulus ille ad horizontem reductus, nimirum

Facilior ejus solutio indicata 3 casus simplicior, & expeditior in eo casu solutio.

ope unius trianguli sphaerici rectanguli, quod num. 25 notat Mairius.

Facta ejusmodi reductione, inventio laterum poligoni reducti per angulos reductos.

Tab. 1, F. 2a.

274. Jam vero inventis hoc pacto in fig. 2 tab. 1 omnibus angulis poligoni reducti ad arcus circularum maximorum descriptorum in superficie sphaerica, inveniuntur latera omnia poligoni ejusdem incipiendo a primo triangulo, si fiat in ipso, ut sinus anguli LHa oppositi basi La ad sinum anguli HLa , vel HaL , ita basis aL priori opposita ad latus Ha , vel HL oppositum posteriori, & eodem pacto per omnia triangula progrediendo inveniuntur latera omnia poligoni reducti in mensuris iisdem, in quibus habetur basis. Nam in triangulo quovis sphaerico sunt sinus laterum, ut sinus angulorum oppositorum. Porro ubi latera exigua sunt, ipsa sunt proxime, ut sui sinus, quod satis constat ex ipsis sinuum tabulis; ac primum latus rectilineum aL , nimirum basis inventa per actualem mensuram, sumi potest impune pro arcu, cum ea vix ad 6 minuta assurgat. Quamobrem facta illa angulorum reductione eodem prorsus modo definiuntur latera poligoni ad sphaericam superficiem reducti, ac latera poligoni immediate observati, & constantis lateribus rectilineis. Hi quidem anguli, & latera inveniuntur in eodem opusculo 2 apud Mairium num. 28, sed quoniam non omnes altitudines, & depressiones immediate nobis satis accuratè observare licuit, quo pacto aliquot ejusmodi observationum defectum supplere licuerit, paulo infra videbimus.

Quæ observatio solaris requiritur ad reductionem secundæ laterum obliquorum lineæ meridianæ ad ipsam lineam,

275. Interea habitis ea methodo, & angulis omnibus poligoni reducti, & lateribus; reliquum est, ut habeantur segmenta illa meridiani definita per arcus Bd , Ce perpendicularares ipsi meridiano; quæ quidem, ut & arcus ipsi inveniuntur per observationem solarem, quam inuimus etiam supra. Id Mairius persequitur in ipso opusculo 2 articulo 6, nimirum a num. 30; ego autem id ipsum hic paulo uberius exponam. In primis vero ad datam quampiam horam ope quadrantis investigari debet angulus,

angulus , quem continet recta tendens e dato loco ad stationem aliquam , cum recta tendente ad Solis centrum . Invenietur is angulus dirigendo alterum telescopium ad stationem ita , ut statio ipsa sit in intersectione filorum , alterum ad Solem , & notando momentum , quo Solis limbus præcedens appellit ad filum perpendiculare plano quadrantis , & momentum , quo appellit limbus sequens , unde innotescit momentum , quo appellit centrum , & ex numero , quem tum designat regula mobilis , ac ex eo , quem designat , ubi telescopium fixum , & mobile diriguntur ad idem aliquod objectum , obtinetur angulus quæsitus , quem recta ad stationem tendens continet cum recta tendente ad centrum Solis .

276. Quod si Sol incedat itinere non ita satis inclinato ad horizontem , ut utriusque limbi appulsus videri possit , sed dum affurgit , elabatur e campo telescopii , vel non libeat utrumque appulsus expectare ; satis erit notare alterius momentum , & angulo ita definito addere semidiametrum Solis , vel demere , prout centrum respectu ejus limbi jacuerit ad partes illi stationi oppositas , vel versus illam . Diameter enim apparens Solis vel observari tum facile potest , vel satis tuto ex astronomicis tabulis erui . Et id quidem prope æquatorem est maxime necessarium , ubi nimirum Sol maxime ad horizontem erectus affurgit .

Necessaria potissimum prope æquatorem cognitio semidiametri solis .

277. Porro data hora observationis , datur ex astronomicis tabulis declinatio Solis , & per eam distantia Solis a polo . Cumque in triangulo spherico habente angulos in polo , in zenith , in Sole , innotescat præterea distantia poli a zenith complementum polaris altitudinis , & angulus in polo ob horam datam : dabitur etiam distantia Solis a zenith , & angulus in ipso zenith , nimirum azimuthus Solis . Habitâ distantia Solis a zenith , eaque imminutâ per refractionem e tabulis erutam , cum præterea haberi possit elevatio supra horizontem stationis observatæ , vel depressio infra ipsam , habetur quid-

Resolutio trianguli spherici ad rem necessaria . Angulus positionis inde deductus . Tab. 3, F. 11.

quid requiritur ad reducendum ad horizontem methodo superius tradita angulum observatum. Si enim in fig. 11 tab. 3 *CE* tendat ad Solem, *CD* ad stationem, dabuntur *PE*, *PD*, & angulus *DCE* observatus, adeoque & angulus *APB*, sive *ACB*. Quoniam autem innotuit Solis azimuthus, sive angulus, quem circulus verticalis *PEB* transiens per Solem continet cum meridiano; innotescet etiam angulus, quem cum eodem meridiano continet verticalis *PDA* transiens per stationem *D*, nimirum innotescet, quantum in horizonte distet punctum *B* a cardine boreali, procedendo inde ortum versus, donec deveniatur ad ipsum, quem in eo articulo Mairius angulum positionis appellavit.

Exemplum ejus
perquisitionis in
positione montis
Sorianaensis visi
e Collegio Ro-
mano.

278. Exemplum totius perquisitionis hujusmodi habetur in eodem articulo. Nos e boreali parte solarii Collegii Romani observavimus Solem die 14 Septembris anni 1753, paullo ante occasum, & Solem contulimus cum arbore in monte Soriani extante. Tres habentur observationes num. 31 ipsius, pro quibus singulis notatur prius angulus observatus, tum idem ad horizontem reductus. Tum numero 32 habentur 3 declinationes Solis a meridiano, nimirum tres distantiae puncti *B* ejusdem figurae 11 a cardine australi, quæ sunt complementa ad angulos rectos anguli sphaerici, quem habet in zenith triangulum terminatum ad ipsum zenith, ad Solem, & polum. Quoniam eæ declinationes a cardine australi in Occidentem tendunt, & Sorianaensis montis arbor in eadem directione jacebat nobis ab Occidente Boream versus, addendæ fuerunt tres illæ declinationes tribus distantis Solis ab arbore inventis numero illo ejus 31, & prodierunt tres declinationes arboris Sorianaensis a cardine australi, quarum media est ibidem 158° , $2'$, $35''$. Quoniam autem hæc a meridie jacet Occidentem versus eadem directione, quæ a Borea tendit Orientem versus ad dexteram, si ipsi addantur gradus 180, qui in ea directione sunt a boreali cardine ad australem; oritur ille, quem ibi angulum

lum positionis appellari diximus graduum $338, 2', 35''$.

279. Si hæc observatio non in Collegio Romano habita fuisset, sed in ipso initio poligoni, nimirum in medio D. Petri tholo; nulla alia reductione opus esset. Verum ea quidem est opus, ut habeatur angulus positionis, quem cum meridiano tholi D. Petri continet eadem arbor ex eodem tholo observata; nimirum in fig. 2 tab. 1, arcus AC cum arcu Ae numerando ab Ae ad dexteram, sive complementum anguli eAC ad 4 rectos; ut inde reliquorum laterum habeantur inclinationes respectu meridiani ejusdem, & earum ope illa omnia perpendiculara in ipsum demissa, & illa ipsius segmenta, quæ num. 269. proposuimus.

Necessaria red-
ctio ab ea posi-
tione ad positi-
onem ejusdem mō-
tis visi e tholo
D. Petri.
Tab. 1, F. 2.

280. Ea reductio fit ibidem num. 34 opusculi 2, & ad eam habendam requiruntur duo. Primo quidem parallaxis loci, in quo observatio instituitur respectu loci, ad quem reductio facienda est, secundo verò convergentia meridianorum pertinentium ad ea bina loca. Exprimat in fig. 13 A tholum D. Petri, C arborem Sorianensem, M solarium Collegii Romani, MP meridianum ipsius collegii, AP meridianum ejus tholi: & concipiatur AN perpendicularis ad MP , ac An ad MC , & arcus exiguus AD ad partes P parallelus EN . Angulus ACn , sive ACE dicitur ibi a Mairio parallaxis montis Soriani, DAP convergentia meridianorum, & ille quidem invenitur facile ope perpendiculari An , hinc ope perpendiculari AN , quorum utrumque ex cognita distantia AM , & observatis angulis AMC , AMP cognoscitur, factis, ut radius ad sinum ejus anguli, ita AM ad An , vel AN .

Plura ad eam re-
ductionem neces-
saria.
Tab. 3, F. 13.

281. Primum igitur si fiat, ut AC ad An , ita radius ad sinum anguli ACn , is obtinebitur; deberet enim fieri, ut sinus AC ad sinum An , & sunt arcus exigui, ut sui sinus. Innotescit igitur parallaxis illa, quæ Mairio ibi obvenit $1^\circ, 53'', 28''$. Convergentia autem meridianorum pluribus methodis facile itidem inveniri potest. En unam admodum expeditam. In primis dato arcu quovis, ut AN

Determinatio
parallaxeos, &
convergentiæ me-
ridianorum.

in

in mensuris cujuscumque magnitudinis, facile est invenire, quis arcus minutis, & secundis circuli maximi respondeat, si minus accuratè, saltem ita proximè, ut nullus inde error timeri possit. Nam & ex aliorum mensuris innotescit magnitudo gradus circuli Terræ maximi, satis ad rem præsentem proxima veræ, & derivari potest ex ipso poligono reducto crassius sine consideratione ulla ejus convergentiæ. Hinc fieri poterit, ut numerus passuum, vel hexapedarum in uno gradu ad eundem in AN , ita minuta 60' ad quartum. Jam in triangulo spherico PNA rectangulo ad N , data basi PA complemento altitudinis poli, & latere AN , invenitur angulus PAN , qui ob parallelismum DA , MN , & proinde angulum DAN æqualem recto ANM , est complementum quæsitiæ convergentiæ DAN . Hanc ibi Mairius invenit $1^\circ. 7''$.

Bina theoremata pertinentia ad convergentiam ejusmodi.

282. Circa hujusmodi convergentiam plurima haberi possunt theoremata sane elegantia. Ex Trigonometria spherica, ubi detur basis cum latere adjacente, & quæratür angulus, habetur hujusmodi canon: Radius ad cosinum anguli, ut tangens basis ad tangentem lateris adjacentis. Cum igitur sit sinus quæsitiæ convergentiæ PAD idem, ac cosinus anguli PAN , tangens autem AP sit cotangens altitudinis poli, seu latitudinis loci, substituendo iis nominibus, & alternando primum, tum invertendo, habebitur sequens theoremata. *Cotangens latitudinis loci ad radium, ut tangens AN ad sinum quæsitiæ convergentiæ PAD .* Vel quoniam in quovis arcu est radius ad tangentem, ut cotangens ad radium, reducta AN in partes circuli maximi, habebitur hoc theoremata. *Est radius ad tangentem latitudinis loci A , ut est tangens AN ad sinum convergentiæ quæsitiæ PAD .* Quod si libeat uti differentia longitudinum APM , erit ex can. 6 meæ Trigonometriæ sphericæ alternando, radius ad cosinum basis AP , sive sinum latitudinis loci A , ut est tangens anguli P ad cotangentem anguli PAN , sive tangentem anguli PAD . Quare habetur hujusmodi theoremata. *Radius ad sinum latitudinis loci*

itudinis, ut tangens differentia longitudinum, ad tangentem convergentia meridianorum. Hoc quidem theorema pro angulis exiguis fieri potest simplicius, ponendo pro tangentibus angulorum angulos ipsos; cum nimirum arcus exigui, qui eorum angulorum mensuræ sunt, sint ad sensum æquales suis sinibus, & tangentibus. Erit nimirum, ut radius ad sinum latitudinis loci, ita differentia longitudinum exigua, ad convergentiam meridianorum.

283. Hoc postremum theorema facile etiam immediate demonstratur pro exigua longitudinum differentia: est autem generaliter verum hoc aliud pro binis directionibus arcuum meridianorum pertinentium ad bina puncta habentia eandem latitudinem, & longitudinem utcumque diversam, esse, ut radius ad sinum latitudinis, ita sinum dimidie differentia longitudinum ad sinum dimidii anguli, quo illæ directiones a se invicem divergunt. Sed de hujusmodi theorematibus jam satis. Illud notandum tantummodo pro hisce methodis, quæ adhibent longitudinum differentiam, ut numerus hexapedarum, vel passuum reducat ad partes paralleli, faciendum esse primo, ut radius ad cosinum latitudinis ita numerus earum mensurarum in gradu circuli maximi ad eum in gradu paralleli, tum ut hic ad numerum propositum, ita minuta 60 ad numerum partium quæsitum. Nec in hoc numero, ubi exiguus sit, committetur error sensibilis, licet gradus circuli maximi satis crasso modo fuerit definitus, vel assumptus.

284. Ut autem eo unde digressi sumus redeamus; inventis hisce duobus angulis parallaxeos, & convergentiæ, jam facile est invenire positionem *AC* respectu meridiani *AP*. Si enim ducatur *AE* parallela *MC*, erit angulus *EAD* æqualis *AEP*. Prius ad inveniendam positionem *MA* respectu *MP* demebatur *AMP*, sive hic *EAD* a 4 rectis, nunc demi debet *CAP* ab iisdem, adeoque ei, quod demitur, accedit convergentia *DAP*, & deest parallaxis *CAE*. Hinc ipsi angulo positionis accedit ea paralaxis, & deest convergentia. Idcirco ibidem a paralaxi 1°, 53', 28' demitur a Mairio convergentia 1', 7", & residuum

1°.

Aliud theorema generalius: reductio distantie datae ad partes paralleli circuli.

Positionis inventio per cognitam jam parallaxim, & convergentiam definita pro uno monte.

$1^{\circ}, 52', 21''$ additur angulo positionis prioris $338^{\circ}, 2', 35''$, & evadit novus positionis angulus montis Soriani visi e tholo D. Petri $339^{\circ}, 54', 56''$.

Data positione
unius loci visi ex
alio, inventio
positionis illius
visi ex hoc.
Tab. I. F. 2.

285. Eo angulo invento, facile jam invenietur angulus quem in fig. 2, tab. I continebit cum arcu eodem *An* recta *AB* tendens ad montem Januarium, cum in tabula num. 28, opusc. 2 innotescat angulus *CAB* $78^{\circ}, 59', 11''$, a quo si dematur *CAn* complementum ad 4 rectos anguli positionis puncti *C*, nimirum $20^{\circ}, 5', 4''$, remanet *nAB* angulus positionis puncti *B* visi ab *A*, $58^{\circ}, 54', 7''$. Si jam concipiatur in *C* arcus *Cp* parallelus ipsi arcui *An*; angulos, quos rectæ *CF*, *CD*, *CB*, *CA* continent cum *Cp* tendendo a Borea Orientem versus ad dexteram, appellat Mairius angulos positionis punctorum *F*, *D*, *B*, *A* visorum a *C*, nulla habita ratione convergentiæ meridianorum. Et quidem facile patet, quo pacto ex angulo positionis puncti *C* visi ab *A* erui possit viceversa angulus positionis puncti *A* visi e *C*. Nam ubi, ut hîc, punctum posterius jacet ad Occidentem, quo casu angulus positionis ipsius a præcedenti est major duobus rectis; habito, quod hîc licet, arcu circuli pro recta, satis est ab eo demere gradus 180: contra ubi id ad Orientem jacet, ut hîc *B*, quo casu angulus positionis est minor duobus rectis, satis est ipsi addere gradus 180, quod quidem admodum facile demonstratur ex natura parallelismi.

Positionis ejus
modi inventendæ
exemplû, & pro-
gressus ad alias.

286. In casu præsentî cum angulus positionis *C* ab *A* sit $339^{\circ}, 54', 56''$, erit *A* a *C* $159^{\circ}, 54', 56''$, cum vero sit *B* ab *A*, $58^{\circ}, 54', 7''$, effet *A* a *B* $238^{\circ}, 54', 7''$. Porro invento in *C* angulo positionis unius puncti *A* inde visi, & datis angulis, quos cum *CA* continent reliquæ rectæ *CB*, *CD*, *CF*, dabuntur & earum anguli positionis ablatis inde iis angulis, si tendunt sinistrorsum respectu *C*, additis, si dextrorsum. Quoniam ex tabula Mairij num. 28 est angulus *ACB* $32^{\circ}, 12', 14''$, ac tendit sinistrorsum, eo ablato a $159^{\circ}, 54', 56''$, habetur positio *B* visi a *C* $127^{\circ}, 42', 42''$. Dempto autem itidem inde angulo *BCD*, qui in eadem tabula est $70^{\circ}, 10', 19''$, relinquitur positio *D* a *C* 57° ,

57°, 32', 23'', ac demum ablato angulo *DCF*, qui ibidem est 49°, 27', 33'', relinquatur angulus positionis *F* visi a *C* 8°, 4', 50''.

287. Eodem pacto licet etiam pro puncto *B* eruere omnes angulos positionum punctorum omnium inde visorum, ac ex utrolibet eorum facto gradu ad *D*, ut ab *A* factus est ad *C*, & *B*, eruere omnes punctorum inde visorum, donec deveniatur ad postremam poligoni stationem *L*, & eo pacto computati sunt omnes anguli positionum, qui in secundo opusculo habentur num. 34. Sed ibi omissa est positio tholi *D. Petri* a monte *Soriano*, cum eadem habeatur e superiore *Soriani* ab eodem tholo abjectis ut diximus 180°. Pariter in iis, quæ habentur ibi pro monte *Fioncho*, omittitur positio montis *Soriani*, a quo habita fuerat illius positio, & in sequentibus omnibus hæ præcedentium, ut ita dicam, reciprocae omituntur, cum ex illis haberi possint demptis, vel additis: 180°, prout habebatur plus, vel minus eo numero, & eadem de causa omittuntur omnes pro monte *Januario B*, cujus positio habetur ibi a tholo *A*, a monte *Soriano C*, & a *Fioncho D*, omnes pro *Pennino E*, cujus positio habetur ibi a *Fioncho D*, a *Tesio F*, & a *Catria G*, omnes demum pro monte *Luro I*, cujus positio habetur ibi a *Catria G*, a *Carpegna H*, & ab *Aprusa L*. Accedit autem, quod ad ea, quæ occurrent impostero, abunde sunt ea sola, quæ ibi expressa sunt.

Progreſſus ad reliquas omnes. Cur aliquæ in tabula omiſſæ.

288. Ex hisce positionis angulis duo consequuntur. Primo quidem, ut liceat inde, & ex omnium triangulorum lateribus jam supra cognitis derivare illa perpendiculara *Ce*, *Fb* &c. *Bd*, *Df* &c., & segmenta meridiani *Ae*, *Ab* &c. *Ad*, *Af* &c. Deinde vero, ut liceat conferre Romanas observationes positionis poligoni cum Ariminensibus. Quo id pacto obtineri possit, pergam exponere.

Bina angulorum positionis consecutaria. Reductio poligoni ad meridianum, & comparatio observationis Romanæ cum Ariminensi. Prioris determinatio in uno casu.

289. In primis in triangulo rectangulo *AeC*, in quo angulus *C* est complementum ad quatuor rectos anguli

Ejusdem in reliquis omnibus. Unde is prior fructus collectus pos-

positionis montis Soriani a Tholo D. Petri, adeoque datur, dato præterea latere AC ex tabula numer. 38, per regulas Trigonometriæ sphericæ, quæ hic in arcibus exiguis, qui suis sinibus proportionales sunt, congruunt cum regulis planæ, inveniuntur Ae , & eC . Et quidem ex ipso schemate constat, quo eæ vergant, sed & hic, & in sequentibus omnibus triangulorum rectangulorum resolutionibus, angulus, quem linea ducta ex quavis statione ad aliam quamvis continet cum arcu An , vel ipsi parallelo, obtinetur ex positione posterioris stationis visæ a priori, sumendo ipsam positionem, si sit minor quadrante; ejus complementum ad duos rectos, si eum excedat, sed sit semicirculo minor; excessum supra semicirculum, si eum excedat, & sit minor tribus quadrantibus; complementum ad 4 rectos, si excedat etiam tres quadrantes. Eo autem triangulo resolutio latius parallelo meridiano An tendet respectu stationis prioris in Boream in casu primo, & quarto, in Austrum in secundo, & tertio; latius autem perpendiculare tendet respectu ejusdem in Ortum in prioribus binis casibus, in Occasum in posterioribus.

Ejusdem in reliquis omnibus.

290. Eodem pacto in triangulo rectangulo AdB ex data positione montis Januarii B a tholo A , dabuntur Ad , dB . Occurrant Df , bF arcui ex C parallelo An in p , q , qui haberi poterit pro arcu circuli maximi, cui tam proximus magnitudine est, & positione, vel uterque pro recta linea; & in triangulis CpD , CqF dabitur angulus in C ex positione montis Fionchi D , & Tesii F a Soriano C . Quare dabuntur Cp , Cq parallelæ, & æquales ef , eh , quæ additæ Ae exhibent Af , Ab , & itidem dabuntur pD , qF , a quarum priore dempta pf æquali Ce , relinquitur Df , & posterior dempta a qb , sive a Ce relinquit Fb . Pariter si perpendicula Eg , Gi , Hl occurrant arcui ducto per montem Tesium F parallelo An in r , s , t , in triangulis FrE , FsG , FtH , habentur anguli in F ex tribus positionibus Pennini E , Catriæ G , & Carpegnæ H , adeoque
 latus

latus *Fr*, five *bg*, quod ablatum ab *Ab*, relinquit *Ag*; latus *Fs*, five *bi*, quod additum *Ab* exhibet *Ai*; latus *Fr*, five *bl*, quod additum *Ab* exhibet *Al*, latera *ER*, *Gs*, *Ht*, a quorum prioribus demendo *rg*, *si*, five *Fh*, & postremo addendo *tl*, five itidem *Fh*, habentur *Eg*, *Gi*, *Hl*. Demum si *Im*, & *Ln* occurrant arcui parallelo *An* ducto per montem Carpegnam *H* in *u*, & *x*; ex positione montis Luri *I*, & ostii Aprusæ *L*, habebuntur *Hu*, *Hx*, five *Im*, *ln*, & inde *Am*, *An*, ac *uI*, *xL*, & inde ob *um*, *xn* æquales *Hl*, inveniuntur *Im*, *Ln*.

291. Patet inde, ex iis solis positionibus, quæ exprimentur in eo numero 34, haberi omnia, quæ necessaria sunt, ad primum illum percipiendum fructum, immo & eæ, quæ a Fioncho sunt, & positio montis Januarii a monte Soriano omitti possunt in hac investigandi methodo, licet eadem, operatione aliter instituta, usui esse possint. Is quidem fructus in ipso secundo opusculo habetur num. 39 sub finem ejus articuli. Inde autem, & ad secundum fructum percipiendum progrediemur.

Unde priore fructibus collectus sit.

292. In primis angulus positionis montis Luri *I* ab ostio Aprusæ *L* inventus methodo num. 287 hujus opusculi, juxta finem num. 34 opusculi 2, est $137^{\circ}, 53', 58''$. Is quidem est non respectu meridiani transeuntis per *L*, sed respectu circuli paralleli meridiano *An*. Porro ex resolutione omnium illorum triangulorum eruitur nL 7139. 8, juxta tabulam num. 39 opusculi 2, five, ut ibidem habetur, proxime milliarius $7\frac{1}{2}$. Huic distantiae methodo numeri 281 hujus opusculi 4, convenit convergentia meridiorum $5', 34''$, qua meridianus loci *L* inclinatur versus meridianum *An* productum. Quare linea *LI* adhuc magis ab eo meridiano distat ad dexteram per eum angulum, quo addito priori positioni habetur positio montis Luri *I* visi ab ostio Aprusæ respectu meridiani ipsius ostii Aprusæ $137^{\circ}, 59', 32''$.

Nonnulla pro secundo fructu.

293. Jam vero eundem angulum ex Ariminensibus observationibus habemus expositis opusculo 2 num. 36, ubi

Is ipse deducitur.

eâdem methodo, quam hîc exposui superius num. 284 eadem eruitur. Nam per 3 observationes Solis orientis e mari factas in ædibus Garampianis eruitur ibidem angulus positionis montis Luri l ab ipsis ædibus $135^{\circ}, 21', 51''$. Ex illarum ædium distantia ab ostio Aprusæ, & positione respectu ipsius ibi exposita eruitur methodo num. 280 hujus opusculi cum parallaxis montis Luri $2^{\circ}, 35', 34''$ ab ipso monte observata, qua recta eo tendens ab ædibus Garampianis inclinatur ad rectam eodem tendentem ab ostio Aprusæ, addenda positioni montis Luri visi ab iis ædibus, tum convergentia meridianorum, qua meridianus ostii Aprusæ occidentalioris inclinatur ad levam ad meridianum ædium Garampianarum $39''$ quod respondet passibus 835 occidentalioris positionis, itidem addenda. Quare utriusque summâ additâ positioni visæ ex ædibus Garampianis habetur $137^{\circ}, 58', 4''$. Is quidem ab eo, qui ex Romana observatione erutus fuerat $137^{\circ}, 59', 32''$ differt fere per sesquiminutum; sed, unde id discrimen proveniat, dicam paullo inferius, ubi & illud patebit, nihil ad sensum inde turbari longitudinem unius meridiani gradus, in cujus gratiam hæc omnis investigatio instituitur. Interea hujus ipsius investigationis ductum absolvam, quod pertinet ad usum observationum quadrante institutarum, de quibus hîc agimus.

Correctio ex distantia arcus circuli maximi perpendicularis, & circuli paralleli.

294. Ex tabula num. 39 opusculi 2 est An 161127. 9, & punctum n definitur per lineam Ln æquivalentem rectæ perpendiculari ductæ ex L in An : circulus autem parallelus transiens per L , qui polum habet in ipso meridiano An producto ultra n per gradus 46 quamproximè, occurrit ipsi meridiano citra n , & investigandum est id intervallum inter eum arcum, & perpendiculum Ln demendum ab intervallo An , ut habeatur intervallum inter parallelos tholi A , & ostii Aprusæ L . Ea investigatio fieri potest prorsus eadem methodo, qua usi sumus hujus opusculi 4 num. 140 pro investigando in fig. 19 tab. 2 errore sectoris ex inclinatione axis telescopii. Si enim

enim ibi P sit polus, & L' referat punctum itidem L fig. 2 tab. 2, nempe ostium Aprusæ, referet hujus $L'M$ perpendiculariculum Ln illius, & $L'O$ arcum paralleli, ac quantitas demenda erit OM . Est autem ex num. 141 sinus PL' ad cosinum, sive ejus tangens ad radium, vel radius ad ejus cotangentem, nempe ut radius ad tangentem latitudinis loci L' , ita sinus versus arcus $L'M$ ad MO . Porro est PL' complementum declinationis loci L' , & sinus versus arcus $L'M$ est tertius post diametrum, & ejus chordam. Quare cum innotescat $L'M$, nimirum 7139. 8, & diameter Terræ, quam satis est nosse intra limites admodum crassos, sit passuum circiter 8544000, habebitur sinus versus arcus $L'M$ 5. 9, atque inde ex theoremate proposito arcus MO , qui evadit passuum 5. 7.

295. Dempis jam hisce passibus 5. 7 ex intervallo An fig. 2 tab. 1, nempe ex 161127. 9, & additis passibus 269, quibus cubiculum musæi Collegii Romani est australius Tholo D. Petri, ac ablatis passibus 139. 1, quibus Garmpianæ ædes sunt itidem australiores ostio Aprusæ, habebitur demum intervallum parallelorum transeuntium per loca, in quibus observationes astronomicæ institutæ sunt, passuum 161252. 1. Hic numerus corrigi debet per observationem Ariminensem, positionis poligoni, quæ tamen, ut infra videbimus, vix ipsum tribus passibus auget, & reduci ad numerum hexapedarum, contentarum eodem illo intervallo, quem videbimus sequenti capite, inventa ratione passus ad hæxapedam. Ex eo numero, & ex arcu cælesti determinato juxta caput præcedens eruitur demum magnitudo gradus meridiani quæsitæ.

Intervallum parallelorum definitum.
Tab. 1. Fig. 2.

296. Et hæc quidem est tota series operationis, qua observationes per quadrantem institutæ reducuntur ad usum pro inveniendâ magnitudine gradus, quas ego quidem aliquanto diligentius persecutus sum idcirco etiam, ut si alii hæc ipsa tentare voluerint alibi, sint autem in hujusmodi operationibus minus exercitati, hinc ea inveniant omnia,

Cur hæc scripsit pertractata.

omnia, quæ iis usui futura sunt. Id ipsum autem necessarium itidem erat, ut in errores, qui committi possint, inquirere liceat aliquanto subtilius, & ipsas nostras observationes, ac earum confectaria ad trutinam revocare, quod jam præstabimus.

Unde discrimen
inter Romanas
& Ariminenses
observatione so-
lares.

297. Ut autem ordiamur a positione poligoni respectu meridiani, quæ nobis juxta num. 293 Arimini, & Romæ per sesquiminutum diversa obvenit, id discrimen a pluribus capitibus ortum duxit. In primis dum ex observatione Romana eruitur positio lateris postremi poligoni, progressus fit juxta num. 287 per omnes intermedios poligoni angulos, in quibus singulis error etiam 10 secundorum committi potest. Hisce erroribus accedit aberratio aliqua in reductione lateris jungentis primum montem cum musæo Collegii Romani, ad latus jungens ipsum cum tholo D. Petri, & similis aliqua aberratio in ædibus Garampianis reducendis ad ostium Aprusæ. Accedit error aliquis in æstimatione anguli in ipsis observationibus Astronomicis, & quod caput est, error aliquis in horologio notante momentum observationis, a quo pendet azimuthus Solis. Et quidem hæc postremus error, nisi horologium sit accuratissimum, vel etiam si ingens calor mutatio interea fiat, facile potest admodum ingentem effectum secum trahere. Nam singulis secundis horariis Sol percurrit 15 secunda sui paralleli, quæ errorem 10 secundorum in azimutho facile secum trahunt. Et quidem est mihi ratio suspicandi in Ariminensi horologio aliquot secundorum inæqualitatem in tot horis a meridie ad illam matutinam Solis observationem. Omnes ii errores in unam summam collecti facile pariunt sesquiminutum, cum singuli æquari possint secundis, postremus multo pluribus, licet etiam se magna ex parte corrigant.

Prima methodus
inveniendi er-
rorem inde ortū

298. Verum illud commodum accidit, quod non istantum, sed & multo major error in positione poligoni perquam exiguum errorem secum trahit in illo meridiani segmento intercepto inter parallelos pertinente ad extrema

trema puncta A , & L fig. 2 tab. 1. Quem errorem secum trahat id sesquiminutum, facile patet, inveniri posse, assumendo primam positionem montis Soriani a tholo D. Petri minorem sesquiminuto, & instaurando totum calculum, ut innotescat ibidem methodo exposita a num. 288 nova An muctata per intervallum inter Ln , & circulum parallelum transeuntem per L . Sed multo facilior habetur methodus facta priore determinatione inveniendi eam correctionem, ubi discrimen exiguum est, ut hic. Eam hic exponam.

299. Sint in fig. 14 tab. 3 puncta AnL eadem, ac in fig. 2 tab. 1, & concipiatur alia directio meridiani An' propior puncto L , in quam demittatur perpendicularum Ln' . Cum habeatur ex prima determinatione An , & nL in passibus, nota utcumque in iisdem magnitudine unius gradus, innotescet in partibus circuli maximi ambæ eæ lineæ. Quare innotescet in triangulo spherico AnL re-ctangulo ad n basis AL , & angulus nAL , a quo si dematur angulus nAn' , relinquitur $n'AL$, quo dato, & data basi AL , dabitur latus An' , ut & distantia Ln' in parti-bus circuli maximi, quæ facile reducentur ad passus.

300. Ea methodus generalis est pro quavis magnitudi-ne eorum laterum, sed ubi exiguus est tractus unius, vel alterius gradus, res multo facilius perficitur per Trigo-nometriam planam. Nam ex lateribus An , nL datis in passibus, habebitur angulus nAL faciendo, ut An ad nL , ita radius ad tangentem ejus anguli. Eo invento, habe-bitur & angulus LAn' , demendo inde angulum nAn' . Tum factis, ut cosinus anguli nAL ad cosinum anguli $n'AL$ communi radio AL , ita An ad An , habebitur ipsa An' .

301. Quod si & angulus nAn' exiguus fuerit, res mul-to adhuc facilius perficietur hoc pacto. Occurrat recta An' rectæ Ln in I , & An , AI haberi poterunt pro æqua-libus, habita nI pro arcu circuli descripti centro A . Erit autem angulus $n'LI$ æqualis ipsi nAI , & Ln' , Ln proximè æquales. Quare erit, ut radius ad sinum anguli $n'LI$, sive nAI ,

Secunda multo
expeditior.
Tab. 1 F. 2
3 14

Alia expeditior
ubi discrimen
latitudinum exi-
guum sit.

Alia adhuc ex-
peditior, ubi &
error positionis
meridiani exi-
guus sit.

nAl , ita Ln' , five Ln ad In' . Erit autem In differentia inter An , An' , & quoniam lineola inter arcum circuli paralleli, & perpendicularum Ln , vel Ln' intercepta, de qua egimus num. 294 erit ad sensum eadem respectu puncti n , & n' , ut facile deducitur ex ipso theoremate ibi exposito, erit illa eadem lineola In' differentia inter binos meridiani arcus interceptos binis extremis punctis poligoni in binis diversis illis inclinationibus meridiani ad rectam AL .

Theorema generale, & erroris determinatio.

302. Habebitur autem ex præcedenti determinatione hoc theorema. *Ut radius ad sinum differentie inclinationum meridiani observatarum, ita distantia postremi puncti poligoni a meridiano per primam positionem definito ad differentiam arcuum meridiani in iis diversis suppositionibus interceptorum inter parallelos transeuntes per puncta extrema, addendam illi, quæ respondet angulo majori ipsius meridiani cum recta jungente bina poligoni extrema.* In casu nostro differentia inclinationum meridiani ex observationibus Romana, & Ariminensi est $1'. 28''$, cujus sinus ad radium 1000000 est 4266, & distantia illa Ln per num. 292 est passuum 7139. 8. Quare factis, ut 1000000 ad 4266, ita 7139. 8 ad quartum, prodit 3. 0, cujus si ratio habenda sit, ut id addatur illi arcui Ln fig. 2 tab. I definitæ ex Romanis observationibus num. 294 passuum 161127. 9, fiet is arcus ex Ariminensibus observationibus 161130. 9, prorsus ut habetur opusc. 2 num. 37, quorum medium erit 161129. 4; unde numeri 295 methodo arcus meridiani interceptus inter bina loca observationum astronomicarum fiet passuum 161253. 6, major priore per sesquipassum, quæ differentia gradus mensuram auget minus, quam per dimidiam hexapedam, nimirum nihil ad sensum, ut supra affirmavi.

Transitus ad errores ex angulis poligoni.

303. Videamus jam, quid erroris in hoc ipsum intervallum possit irrepere ex angulis poligoni, quorum ope & latera rectilinea ad horizontem inclinata, & latera ipsa reducta ad superficiem Telluris regularem, sed adhuc incli-

inclinata ad meridiani directionem, & ipsa ad eandem reducta, nempe totus ille meridiani arcus interceptus parallelis per loca observationum astronomicarum transeuntibus definiuntur. Ac primo quidem videamus, quid timeri possit in reductione poligoni ad superficiem regularem Telluris ab errore in altitudinibus, vel depressionibus observatis.

304. Sint in fig. 15 tab. 3 puncta $ADPEB$ eadem, ac in fig. 11 juxta num. 271, nimirum PD, PE complementa distantiarum ab horizonte binarum stationum D, E , arcus DE mensura anguli observati, AB mensura anguli reducti ad superficiem regularem Telluris. Erit angulus DPE mensura lateris DE reducti ad superficiem regularem Telluris, ut vidimus ibidem. Sit jam aliquis error admissus in observanda distantia ab horizonte, ut pro triangulo DPE habeatur triangulum DPE' , in quo maneat PD , sit DE' æqualis DE , & PE' differat a PE per IE , arcu $E'I$ habente pro polo punctum P , qui arcus hic haberi poterit pro perpendiculari ipsi EI ob nimis exiguum ejus tractum. Quoniam autem arcus DE, DE' sunt æquales, habebit & arcus EE' pro polo punctum D , & proinde assumi poterit pro perpendiculari arcui DE . Quare angulus IEE' erit complementum anguli DEP . Erit autem EI error commissus in observanda altitudine, vel depressione, & BB' error inde profluens in angulum reductum. Porro in triangulo rectangulo EIE' est, ut radius ad tangentem anguli IEE' , sive ad cotangentem anguli DEP , ita EI ad IE' . Rursus ut sinus PE' ad sinum PB' , sive ad radium, ita IE' ad BB' . Quare ex æquo perturbate erit, ut sinus PE' , vel proxime PE ad cotangentem anguli DEP , ita EI ad BB' , quæ quidem determinatio est Cotesii in opusculo, quod inscripsit *Æstimatio errorum in mixta mathefi*.

Theorema Cotesii pro errore.

Tab. 3. Fig. 15.

305. Datis igitur lateribus trianguli DPE , facile dabitur ratio inter EI errorem commissum in latere PE , sive in elevatione supra horizontem, vel depressione in-

Inde facilis ejus inventio.

fra, & BB' errorem anguli reducti inde derivatum. In-
vento enim eo angulo, invenitur facile & angulus DEP ,
cum sit, ut sinus DE ad sinum DP , ita sinus anguli DPE jam
inventi ad sinum ipsius DEP , quo angulo invento ha-
bebitur ejus cotangens, & ratio sinus PE ad ipsam co-
tangente[m].

Eum errorem
exigui esse de-
bere.

306. Ubi angulus DEP sit rectus, patet, errorem eva-
nescere, cum ejus anguli cotangens evanescat. Quo-
niam autem, ob AD , BE exiguas, angulus DEP parum po-
test differre a recto ABP , patet itidem, perquam exi-
guum esse posse errorem anguli reducti. Nimirum quo-
niam sinus PE erit semper radio quamproximus, si angu-
lus DEP differat a recto per unum gradum, erit cotangens
ipsius tangens unius gradus, & cum radius ad tangentem
unius gradus sit proxime, ut 57 ad 1, pro quovis minuto
erroris in altitudine observata vix habebitur error unius
secundi in angulo reducto.

Exiguum esse
aliunde etiam
deduci.

307. Sed quam exiguus sit is error, patebit etiam hoc
pacto. Conferendo tabulam expositam opusculo 2, n. 28,
in qua sunt anguli reducti, cum tabula proposita ibidem
num. 21, in qua sunt anguli observati, constat, eos qui-
dem in ea reductione parum admodum mutari ita, ut in
primis tribus triangulis vix unum minutum reductio su-
peret, semel ad duo minuta perveniat; in reliquis au-
tem fere omnibus minuto primo sit minor, & vero etiam
sæpissime paucorum admodum secundorum. Porro con-
sulendo tabulam appositam in fine ejusdem opusculi pate-
bit, altitudines, vel depressiones sæpe gradum excedere,
sæpissime dimidium gradum, & plerumque esse multo-
rum minorum, ubi autem paucorum sint, ibi etiam
reductione mutari angulum paucis admodum secundis.
Constat igitur, duorum etiam, vel trium minorum erro-
rem in altitudine observanda, sæpe ne unius quidem se-
cundi errorem parere in angulo reducto, fere semper
duorum, vel trium secundorum errorem nequaquam indu-
cere; ut adeo, licet hæc distantia ab horizonte aliquanto
minus

minus accuratæ sint, quam anguli poligoni, adhuc tamen nullus notabilis error inde timeri possit in iis, quæ ad gradum inde deducendum pertinent.

308. Porro in ea tabula habentur pleræque ex altitudinum, ac depressionum observationibus, non omnes. Defunt tamen admodum pauca ex iis, quarum in reductione est usus. Nimirum a monte Soriano distantia ab Horizonte montis Tessi, & tholi D. Petri: A fioncho itidem Tessi; a monte Tessio Soriani, & Fionchi: a monte Catria mentis Luri. Cur hæ observari non potuerint, in causa fuit vel nebula superveniens, quæ montis verticem obduxerat, vel nox. Quoniam enim altitudinum observationes facile suppleri poterant, & minus intererat, ut perquam exactissimæ essent; ubi montes conscenderamus, primum angulos poligoni definiebamus, tum altitudines. Sæpe autem accidit, ut montes reliqui inde prospectandi nubibus jacerent obruti, quam ob causam, ut in primo narravi opusculo, aliquando etiam decies frustra summos montium apices conscenderamus. Inde fiebat, ut ubi demum se opportuna præberet rei bene gerendæ occasio, aliquando per intervalla tantummodo stationem aliquam e nubibus emergentem ægre conspiceremur, aliquando non nubes, sed crassior nebula prospectum surriperet, vel reliquæ observationes in noctem productæ has impedirent. Quoniam autem, ut monui, harum defectus facile admodum suppleri poterat ex observationibus vel jam habitis, vel habendis impostrerum ita proxime, ut nullus inde error, qui sensu percipi posset in gradus determinatione temeri inde posset, supervacaneum censuimus eo regredi iterum cum incerto exitu, & tempus terere, ac inanes labores subire.

Quæ observatio-
nes altitudinum,
aut depressionum
defunt.

309. Possè autem suppleri, est admodum manifestum. Nam in primis, ubi ex una statione alterius distantia ab horizonte definita est, hujus prioris visæ ab illa posteriori distantia ipsa facile invenitur. Sint enim in fig. 16

Quo pacto sup-
pleri possint, ubi
e binis mutuis
habetur altera.
Tab. 3. Fig. 16.

binæ stationes A , & B , & binæ lineæ verticales coeant in centro C superficiei regularis illius tractus Telluris, cujus arcus rectis CA, CB occurrat in $D, \& E$. Si in poligono non reducto habeatur distantia AB , quæ erit proximè æqualis arcui DE , & cognoscatur mensura alicujus gradus; proximè innotescet numerus minorum debitus arcui DE , sive angulo ACB . Si vero observetur ex A elevatio supra horizontem stationis B , vel depressio; ea addita, vel ablata gradibus 90 , habebitur angulus CAB , qui quidem a refractione liberabitur satis proximè, si anguli ACB pars decima octava dematur. Nam ut Mairius notavit opusculo 2 num. 56, effectus conjunctus refractionis utriusque solet esse circiter pars nona anguli ipsius ACB , ut ex aliorum pluribus, & nostris observationibus constat. Demuntur anguli CAB , & ACB a gradibus 180 , & habebitur angulus CBA correctus, cui si addatur illa pars decima octava anguli ACB , habebitur angulus CBA ejusmodi, cujusmodi ab observatione prodiisset, cujus differentia a gradibus 90 illam ipsam elevationem, vel depressionem exhibebit stationis A , quam immediata observatio in B præbuisset. Atque hac methodo suppleri potest defectus distantiae ab horizonte tholi D . Petri a monte Soriano, & montis Luri a Catria, cum habeatur observatio montis Soriani a tholo D . Petri, & montis Soriani a monte Luro.

Per bina problemata suppleri etiam, ubi neutra sit cognita. Solutio primi.

310. Remanent mutuae observationes montis Soriani, & Tefii, ac Tefii, & Fionchi, quarum neutra ibi habetur. Hæ facile suppleuntur ope duorum problematum, quorum alterum est alterius inversum. Primum autem est hujusmodi. Data binarum stationum A , & B distantia, & angulo CAB , invenire differentiam altitudinum DA , EB . Solvitur facile, si cognoscatur proximè, si minus accurate unus gradus meridiani, ex quo, ut supra n. 294 deducitur semidiameter CD , sive CA , quam satis est nosse utcumque proximam veræ. Tum in triangulo CAB datis lateribus CA , AB , & angulo A , invenietur latus CB ,
cujus

cujus differentia a latere CA exhibebit , quæsitam altitudinum differentiam , & facile demonstratur errorem , etiam satis magnum in semidiametro CD , vel CA , nullum sensibilem errorem secum trahere in illa altitudine .

311. Faciliior esset solutio , si ex noto gradu utcumque , & nota distantia AB deduceretur angulus C , ex quo , & ex angulo A deducto angulo B , fieret , ut sinus anguli B ad ejus differentiam a sinu A ita semidiameter Terræ proximè cognita , nimirum CD , vel CA ad differentiam laterum CA , CB quæsitam . Alia expeditior.

312. Alterum problema est hujusmodi . Data differentia altitudinum earundem A , & B præter distantiam AB , invenire angulos A , & B . Capiatur CA veræ proxima , & illi addatur , vel dematur differentia illa , ut habeatur CB . In triangulo CAB datis jam tribus lateribus , invenientur anguli ad A , & B quæsitæ ; vel definito angulo ACB ex distantia AB , & datis jam binis lateribus CA , CB cum angulo intercepto C invenientur anguli A , & B . Problematis alterius solutio .

313. Ope horum problematum res admodum expeditè perficitur . Nam incipiendo ab ostio Aprusæ , ex observationibus ibi habitis in superficie maris , habetur ope primi problematis altitudo Carpegne , & montis Luri , quæ itidem habentur ex Aprusa inde observata , & differentia altitudinum montis Luri , & Carpegne ex eorum mutuis observationibus . E monte Luro , & Carpegna differentia altitudinis Catriæ , ut & e Carpegna observato a Catria , adeoque ejus absoluta altitudo ter . E Carpegna , & Catria differentia altitudinis montis Tessi , & eadem e Catria observato a Carpegna . Quare & ejus altitudo ter . E Catria , & Tessio Penninus eodem modo bis , ac itidem bis a Catria , & Tessio inde observatis . E Pennino Fionchus , & idem a Pennino ipso inde observato . E Fioncho Sorianus , & Januarius , ac iidem itidem a Fioncho ex iis observato . E Soriano iterum Januarius , & ex hoc tholus D . Petri , cujus itidem altitudo eruitur Altitudines omnium montium rectilineæ ope primi problematis .

ex Januario, & Soriano inde observatis, ac postrema hæc altitudo loci, in quo a nobis observatio est habita, satis congruit, cum ejus altitudine supra pavementum D. Petri, quod quantum supra Tiberim, & Tiberis supra mare assurgat, proxime novimus. Progressu hujusmodi, ex hisce observationibus pluribus inter se collatis præferendo eas, quæ maximè certæ visæ nobis fuerant, eruta est tabula, quæ habetur opusculo 2 num. 57.

Inde altitudines,
& depressiones
opticæ suppletæ.

314. Cognitis altitudinibus, jam ope secundi problematis suppleri facile possunt illæ altitudines, & depressiones etiam mutuæ non observatæ, nimirum illæ Tesii, ac Fionchi, ut & illæ Tesii, ac Soriani, quæ quidem posteriores ob ingentem 60 milliariorum distantiam, adeoque ingentem, & maxime irregularem refractionem, multo minus certo determinatæ fuissent immediata observatione. Cognitis enim altitudinibus rectilineis A , & B , cognoscitur earum differentia, qua data, & dato latere AB poligoni non reducti, cognoscitur uterque angulus A , & B , cujus refractione aucti differentia a recto exhibet illam ipsam altitudinem, vel depressionem immediate observandum.

Ex ejusmodi supplemento constare, non necessariam fuisse immediatam observationem.

315. Atque hoc quidem pacto & inventa sunt hæc ipsa elementa reductionis, quæ deerant, & correctæ etiam cætera, quæ habebantur, ut plures determinationes conspirarent, quod quidem abunde omnino est pro angulis, qui ubi etiam per erroneas altitudines reducti fuissent, vix uno, aut altero secundo aberrassent; ut evidenter constet, non fuisse, cur & tempus tereremus, & labore nos improbo torqueremus, donec nobis hæc omnia observationes immediatæ exhiberent.

Investigatio errorum, qui oriuntur ex erroribus angulorum poligoni. Quid pariat error lateris in latere.

316. Expositis aliquanto fusius hisce, quæ pertinent ad reductionem angulorum poligoni, & poligoni ipsius ad regularem Telluris superficiem, dicendum superest de errore, quem secum trahunt ipsi errores angulorum reductendorum, quos num. 262 vidimus decem etiam secundis aliquando erroneos extitisse. In primis in quovis trian-

triangulo, in quo datur unum latus cum omnibus angulis, definitur aliud latus quodvis, factis ut sinus anguli oppositi lateri dato ad sinum anguli oppositi lateri quæsito, ita latus datum ad quæsitum. Quare in latus quæsitum potest induci error e tribus capitibus, ex errore lateris dati, ex errore anguli oppositi lateri quæsito, & ex errore anguli oppositi lateri dato. Et quoniam manentibus cæteris, & mutato solo latere dato, vel solo angulo priore, mutatur latus quæsitum in eorum ratione directa, & mutato angulo posteriore in ejus ratione inversa; erit latus, quæsitum ad suam mutationem in prioribus binis semper accuratè, in postremo, mutatione existente exigua, proximè, ut quodvis ex iis ad suam mutationem.

317. Porro si angulus mutetur secundis 10, & sit proximus recto, in sinu ipsius nulla sensibilis mutatio fiet, ut ex ipsis sinuum tabulis patet. Quo autem fuerit minor, eo majorem habebit rationem mutatio sinus ad sinum ipsum. Si fuerit graduum 60, mutatio erit minor quam $\frac{1}{16000}$ ipsius, si vero fuerit graduum 30, mutatio erit $\frac{1}{12000}$; si graduum 19, mutatio erit $\frac{1}{7000}$. Generaliter autem facile demonstratur solo schemate delineato, in exiguis arcuum mutationibus esse mutationem sinus ad sinum, ut est chorda mutationis arcus, pro qua sumi potest vel arcus ipse, vel ejus sinus, ad ejus tangentem; unde fit, ut inventa semel ea ratione pro uno casu, habeatur pro reliquis omnibus, & error in quovis latere inde ortus habeatur factis, ut tangens anguli ad sinum ejus erroris ita latus illud ad errorem ipsius, qui error proinde erit directe, ut error anguli, & ut ipsum latus, ac reciproce, ut anguli ipsius tangens, ac posito eodem anguli errore, in eodem latere error tantum reciproce, ut ea tangens, vel directe, ut ejus anguli cotangens.

318. Hinc jam patet, minores angulos evitandos esse in triangulis poligoni quantum licet, ne ejus tangens nimis decrescat, & error ipsi reciproce proportionalis crescat

Error ex quovis angulo adhibito ad eruendum latus aliquod in ipso latere.

Angulos minores evitari debere, & quidem posse, atque hic evitatos esse.

crefcatur. Licet autem id plerumque, præter angulos oppositos bafibus, qui, ne bafis nimis excrefcat, minores effe debent. Porro in tabulis numeri 21, & 28 opusculi 2, ii quidem anguli continentur inter gradus 19, & 20, reliqui omnes affurgunt ultra 30, & plerique fuperant 60, quod errores plurimum minuit. Illos autem minores, bafibus oppositos, cum multo majore cura definivimus, pluribus nimirum vicibus tum nos, tum in illo, qui opponitur bafi Ariminenfi, accuratius definitæ, Garampius etiam præfens testis, & telescopia direximus in bina objecta, & angulum denotatum æftimavimus, confpirantibus observationibus. Quare in iis duplo etiam minorem poffumus errorem fupponere.

Quæ fit errorum
fumma in quovis
latere.

319. Adhuc tamen fi ejufmodi errorem in reliquis omnibus angulis fupponamus, poffet error in lateribus augeri magis, cum errores etiam laterum præcedentium in latera fequentia eorum ope definita errorem novum inducant. *Facile autem pro exiguis mutationibus eruitur hoc theorema. Habito pro nullo errore primæ bafis, cujus error fenfibilis effe non potest, mutatio lateris cujufvis invenietur, fi fiat, ut tangens cujufvis ex angulis adhibitis in præcedentibus omnibus triangulis pro eo eruendo ad finum fui erroris, ita id latus ad finum, & omnium ejufmodi errorum capiatur fumma.* Si enim unicus præcedens concipiatur anguli error, is in primum latus inducet errorem, qui ad ipfum latus erit, ut is ad finum, tum ejus lateris error in fecundum latus, qui erit ad ipfum, ut est primi lateris error ad primum latus, nempe ut est error illius finus ad illum finum. Cum igitur in fequentibus omnibus triangulis idem accidat, patet, in poftremo latere fore ipfius errorem ad ipfum latus, ut est error finus illius anguli ad finum, nimirum, ut est chorda, vel finus erroris anguli ad ipfius anguli tangentem. Cumque idem accidat fi concipiamus alios poft alios mutari angulos; patet, in eo latere haberi debere mutationum ejufmodi omnium fummam.

320. Quoniam postrema basis *bc* eruitur e prima basi *La* in tabula num. 21 opusculi 2 per seriem triangulorum 11, in quorum singulis adhibentur bini anguli, si omnes errores coalescerent ibi, haberentur errores 22. Si ex eorum angulorum aliquo eruatur error pro ea basi, ex theoremate num. 317., ac pro reliquis posito cæterorum angulorum errore æquali sumatur error, qui ab ipsum fit, ut posterioris anguli tangens ad tangentem prioris, vel ut cotangens prioris ad cotangentem posterioris, habebitur error ortus ex illo posteriore, ac eo pacto si errores omnes conspirarent, eorum summa errorem totum exhiberet. Porro maxime commodum est semel invenire errorem ex angulo grad. 45, cujus cotangens æquatur radio. Is multiplicatus per summam cotangentium reliquorum angulorum ad radium 1 assumptarum exhibebit errorum reliquorum summam. Est autem is in basi 8 milliariorum pro errore 10 secundorum proxime 0. 388.

Contraq̄ior methodus pro errorum summa.

321. Inito calculo pro reliquis angulis, & assumpto errore pro angulis, qui basi opponuntur, secundorum 5 pro reliquis 10, conspirantibus omnibus erroribus, error in basi postrema *bc* esset passuum $6. \frac{1}{2}$. Is tamen unum passum vix excessit, ut constat ex num. 22 opusculi 2. Id quidem idcirco accidit, quia errores omnes non conspirant, sed alii aliter agunt, & se maxima ex parte corrigunt, ut etiam supra innuimus.

322. Possset eodem pacto inquiri in errores laterum *LH*, *HF*, *FC*, *CA*, & in *LH* haberetur duplex: in *HF* invento per 4 triangula *LHa*, *LHI*, *IHG*, *HGF* octuplex: in *FC* invento per triangula septem errores 14: in *CA* invento per triangula novem ejusmodi error committeretur, qui ex 20 erroribus constaret. In eorundem laterum reductione ad meridianum committerentur præterea etiam errores alii, sed ii ob angulum alterum rectum, alterum recto proximum tam exigui essent, ut sensum fere omnem omnino effugerent. Priores illi errores satis magni essent, sed minui possent, deveniendo ad latus *HF* a basi Ariminensi

Errores pro quovis latere: quo pacto minuuntur Tab. 1, F. 2

aL , & ad CF a basi Romana. Verum multo magis minui debet ex eo, quod ii errores conspirare non possint, sed se invicem debeant corrigere maxima ex parte. Nimirum error ejusmodi jure timeri potest in toto meridiani tractu, qui sit ad veram ejus magnitudinem, ut est error bases ad totam basim, nempe cum, ut habetur itidem eodem opusculo, sit basis pars totius tractus vigesima, is error in toto intervallo circiter 20 passus requireret, qui deinde in gradu ad 9 passus deprimeretur, sive minus quam 7 hexapedarum evaderet, & medio assumpto minus quam $3\frac{1}{2}$, quod ad totum discrimen inventum inter varios gradus est fere ut nihil.

Progressus per
angulos poligoni.
Reductio im-
mediata.
Tab. 1, F. 2
3, 16

323. Per angulos poligoni non reductos pergimus ab altera basi ad alteram in tabula numeri 21 opusculi 2, per reductos omnia latera invenimus poligoni ad superficiem Telluris regularem reducti in tabula num. 28. Possent ea latera etiam immediate reduci dato quovis latere & alterius extremi ex altero visi altitudine, vel depressione. Sit exemplum in latere AB figuræ 2 tab. 1, ubi A tholus D. Petri, B mons Januarius. Depressio infra horizontem puncti A visi ex B est $2^\circ, 1', 40''$ ex tabula numeri 60 opusc. 2, & altitudo B visi ex A est $1^\circ, 45', 15''$. Eorum differentia est $16', 25''$, cujus pars duodevigesima, nempe $49''$, erit juxta num. 56 ejusdem opusculi 2, refractionis addenda priori, quæ remanet $2^\circ, 2', 29''$, & demenda posteriori, quæ remanet $1^\circ, 44', 26''$. Hinc in fig. 16, tab. 3 est ang. $CBA 87^\circ, 57', 31''$, $CAB 91^\circ, 44', 26''$. Eorum summâ ablatâ a 180° relinquitur $17', 53''$, qui erit angulus ACB . Sit CF æqualis CA , & utervis angulorum CAF , CEA differet a recto per dimidium anguli C , sive per $8', 55''$. Erit igitur $CFA 89^\circ, 51'$ quamproxime.

Exemplū in po-
stremo latere.
Discrimen redu-
ctionis immedia-
tæ a mediata.

324. Cum igitur ex tabula num. 21 opusculi 2 sit AB passuum 22954, habebitur ejus reductio, si fiat, ut sinus F , sive $89^\circ, 51'$, nempe 9999966 ad ejus differentiam a sinu B nempe $87^\circ, 57', 31''$, sive a 9993653, nimirum ad 6313, ita AB 22954 ad ejus differentiam ab AF , quæ prodit

prodit 14.49. Rursus cum DA sit circiter passuum 80 per n.58. opusc.2. & ex diametro Terræ assumpta n.294 prodeat CD circiter 4270000, erit & CA circiter 4270000, ad DA 80, ut AF 22840 ad differentiam inter AF , & DE , quæ remanet 0.43, ac addita priori 14.49, efficit differentiam inter AB , DE passuum 14.92, sive quamproxime 15, quæ ablata ab AB 22954.3 relinqueret DE 22939.2. Porro eadem in tabulâ num. 28 ex angulis reductis inventa est 22935.6, minor nimirum debita per passus 3.6. Atque id ipsum Mairius opusc.2.n.29 expressit per illud fere, cujus discriminis causam rejecit in errores ortos ex reductione angulorum poligoni ad horizontem, & in refractionum inæqualitatem, & ejusdem discriminis rationem habuit num. 4 in determinanda magnitudine gradus, atque est illud ipsum, quod & ego innui opus.1 n.204. per illud hexapedis circiter tribus.

325. Et hoc quidem pacto fusius, quam initio mihi proposueram, non quadrantem tantummodo descripsi, & ejus usum exposui, sed in ipsas observationes ejus ope habitas inquisivi, & in earum consecutaria. Illud unum hic mihi morendum superest, positionem nostri poligoni multo accuratius definiri methodo, qua usi sumus, quam si per observationes Eclipsium investigavissemus differentiam longitudinis inter bina extrema ejusdem puncta. Poterat nimirum, omissis observationibus azimuthi Solaris Romæ, & Arimini, investigari in fig. 2, tab. I ope poligoni distantia AL , quod quidem obtineretur ductis, AD , AE , AG , AI , AL , & definita AD , per triangulum ABD , tum AE per triangulum ADE , quod remaneret datum, & ita porro. Quod si præterea ope cujuspiam eclipseos observaretur differentia longitudinum inter A , & L , innotesceret in triangulo spherico terminato ad n , & L , & polum angulus ad n rectus, angulus in polo; & arcus inter L , & polum complementum latitudinis loci L , adeoque, & arcus Ln , per quem, & per distantiam LA innotesceret facile etiam An .

Eclipsium usus ad longitudinum differentiam pro reductione poligoni.
Tab. I. Fig. 2

Is hic inutilis.

326. Sed ea methodus est maxime fallax. Nam error 4 secundorum in tempore ecclipses, secum trahit errorem unius minuti circuli paralleli, qui distantiam L_n in parallelo montis Luri L uno circiter milliari mutat, dum error 4 secundorum in determinatione momenti, quo Sol ad datum azimuthum devenit, angulum LAn mutat multo minus, quam uno minuto, & distantiam L_n minus, quam passibus 41, quod facile colligitur ex num. 302 hujus opusculi, ut adeo evidentissimum sit, observationes ecclipsium ad hoc negotium prorsus irritas, & supervacaneas omnino esse.

Quadrans pro mappæ correctione, & observandi ratio. Qui propositus fuerit ea in re scopus.

327. Expositis iis, quæ pertinent ad majoris quadrantis constructionem, & usum, ac observationes per eum habitas pro mensura gradus meridiani, superesset dicendum aliquid de minori quadrante, & observationibus habitis per ipsum ad correctionem mappæ geographicæ. Sed in primis nihil in eo erat peculiare, quod aliqua explicatione indigeat. Habebat & is bina telescopia, alterum fixum duplex, alterum mobile cum regula, & per transversales lineas facile in eo singula minuta prima dignoscebantur, quod ad mapparum correctionem abunde est. Ejus ope anguli eodem modo definiebantur, quo anguli poligoni ope quadrantis majoris, & eodem modo, quo ibi a tholo D. Petri Ariminum usque progressi sumus continua triangulorum serie, ita hic per universam Pontificiam ditionem perreximus, & urbes fere omnes, ac præcipua oppida, & multa etiam minora oppidula, ac vicos, pagosque cum poligono nostro coniunximus. De iis autem, quæ nobis proposuimus, atque præstitimus, nonnulla jam in primo opusculo exposui, plura Mairius in tertio, ubi quæ a nobis præstita sunt, innuit tantummodo, quæ omissa, diligentius persequitur. Sed qui animo reputaverit, quid nobis commissum fuerit, correctio nimirum Geographicæ mappæ, non efformatio topographiæ, quæ ad communes pertinet Agrimensores; si ea omnia

nia diligenter perpenderit ; videbit sane , nostro nos munere non infeliciter functos esse .

328. De methodis quibusdam subsidiariis , quæ in ea re adhibitæ a nobis sunt , vel quæ adhiberi possunt in ejusmodi provincia , adessent dicenda aliqua , quæ tamen omnia prætermitto , cum hoc caput , quod contractius speraveram futurum esse , & mihi animo proposueram , jam plus æquo excreverit . Innuam hoc in genere tantummodo unum , atque alterum .

Omissa hic multa , quæ eo pertinent .

329. In primis Mairius opusculo 3 a num. 17 docet , quo pacto definiri possit positio loci , ex quo videantur tria loca jam cognita , licet ille locus prior ex nullo eorum cospectus sit . Præter calculum multo facilius per constructionem id problema solvitur , cuius constructionis usus in constructione mapparum summus esse potest ; possunt enim ejus etiam ope evitari facile errores omnes , qui sub sensum cadant . Quoniam innotescunt illa tria loca , quæ inde conspecta sunt , si medium connectatur cum extremis , & super eas binas rectas describantur bina segmenta circuli , quæ contineant angulos sub quibus e loco observationis visæ sunt illæ rectæ eadem ; in ipso concursu eorum segmentorum peripheriæ erit locus observationis , qui idcirco innotescet in ipsa constructione , ex qua facile transferri potest in mappam .

Determinatio loci incogniti per tria cognita ex eo observata .

330. Ea methodus summo est usui , ubi observatio instituitur e monte aliquo , in quo nullus sit certus limes , nulla certa arbor reliquis multo insignior , in quam aliis e locis collineare liceat . Tum enim hac methodo definiri potest locus ipse , in quo observatio instituitur , ac ex eo ductæ rectæ lineæ ad loca inde visa , unam ipsorum locorum directionem exhibebunt , qua conjuncta cum alia aliqua ex alio loco quoquam cognito ducta ad eundem locum determinabitur locus ipse .

Quando ea methodus maxime utilis .

331. Communis locorum determinatio conformis progressui poligoni est , cum locus adhuc ignotus cernitur e binis locis jam cognitis , ex quibus determinentur

Determinatio positus loci visi e binis cognitis

rectæ

rectæ per ipsa illa loca transeuntes. Ibi etiam constructio est expeditior, calculus autem numericus accuratior multo: nec difficile est positionem ad meridianam lineam definire ex binis ejusmodi observationibus, sive quærat distantia a data quapiam meridianam lineam accuratam, quod longitudinis differentiam exhibet, sive quærat punctum meridianæ ipsius lineæ, e regione cuius ea loca sita sunt, & cui respondent, quod determinat differentiam latitudinis ejus loci ab aliis cognitis. Id quidem præstari potest eadem methodo, qua in poligono singula puncta referuntur ex angulis cognitis ad lineam meridianam, & reductio angulorum ad planum horizontale, si satis exigua sit vel altitudo objectorum, vel saltem altitudinis inæqualitas, omitti potest, quæ nimirum angulos, ut in poligono, secundis aliquot mutat, raro admodum aliquot minutis, aut gradibus.

Supplementum
directionis ejus-
modi per acum
magneticam fal-
lax.

332. Hujusmodi directionis defectum supplere licet variis methodis. Supplere solent communiter ope acus magneticæ, quæ gradus indicet, & minuta, quibus directio unius loci ab alterius directione quantum declinet, definiatur. Verum communibus Agrimensoribus ea quidem methodus sæpe imponit plurimum. Nam acus magneticæ declinatio mutatur non annis tantummodo procedentibus, & mensibus, sed & in dies singulos quandoque, & in horas. Sæpe enim intra eundem diem directio mutatur acus magneticæ per plura minuta, quod quidem observationem turbat, & erroneam determinationem reddit potissimum, ubi nonnisi post longum intervallum temporis aliud latus definitur post aliud. Idcirco autem nos ab acus magneticæ usu abstinuimus, & semper illud curavimus, ut rectas lineas quadrantis ope dirigeremus e binis locis ad eundem locum determinandum.

Aliud tutius per
Solis occasum,
vel umbram ho-
ra data.

333. Sed aliud sæpe habuimus supplementum binorum locorum, ex quibus observatio instituta sit, ut nimirum, ubi vel in Solis occasu; vel data quapiam hora, qua

qua azimuthus Solis est cognitus, ex loco, cujus determinatio requiritur, definitur angulus, quem cum recta ad Solem tendente, vel ad partem Soli oppositam denotatam ab umbra, continet recta tendens ad locum aliquem jam cognitum. Statim enim inde eruitur etiam angulus positionis objecti jam cogniti visi ab incognito, quæ exhibet methodo exposita num. 277. angulum positionis loci quæsitæ spectati e cognito, adeoque lineam rectam a loco cognito eo tendentem, cujusmodi binæ rectæ, ubi se interfecant, ibi ipsius loci positionem determinant.

334. Sæpe alterius loci, ex quo locus determinandus videri deberet, vices supplet locus jam cognitus visus a loco incognito. Si enim concipiatur triangulum, quod efformant bina loca cognita, & unus locus positionis nondum cognitæ, & observetur angulus habens verticem in altero e locis cognitis, tum alter angulus ipsum habens in loco incognito, jam habebitur, & tertius in altero loco jam cognito, & ejus ope secunda directio, cujus interfectio cum priore loci situm determinat. Hoc sane pacto vertex montis utcumque asperi, & inaccessi summo usui esse potest, tanquam si ex ipso inaccessu illo monte observatio institueretur, gylando nimirum circa ipsum, & conjungendo alia loca post alia cum ipso, & cum aliquo præcedentium aliquo conjungendo.

Aliud pro alterius directionis defectu, per loca cognita observata e loco quæsitæ.

335. Sæpe autem, ubi ingens montium jugum binas regiones ampliores etiam a se invicem dirimit, ut Maritimam oram Latii a Campania editissimum, & asperum dirimit jugum; licet binas seligere cuspides ex utroque loco conspicuas, tum bina loca ex altera ejus parte cum binis illis verticibus conjungere per observationes in ipsis locis institutas, ac itidem alia bina jacentia ex parte altera, quibus præstitis, etiam priora bina respectu posteriorum binorum facile connectuntur; ac multa alia ejusmodi compendia usus ipse suppeditat. Sed hæc innuisse sit satis.

Aliud per 2 loca inaccessa visa hic a binis locis jam determinatis inde a binis determinandis.

De instrumentis, quæ pertinent ad mensuram basis.

Argumentū hu- 336. **A** Gam hoc capite de apparatu, & usu instru-
jus capicis. mentorum, quæ pertinent ad mensuram ba-
sis. Ea plura quidem sunt, sed multo breviorum tracta-
tionem requirunt. Multa, quæ ad hæc ipsa instrumenta
pertinent, & ad eorum usum, ac observationes eorum
ope habitas fusius aliquanto exposui opusculo I a n. 110.
Hic eorum, quæ schematis indigent, schemata ipsa pro-
ponam, & quæ notatu digna erunt diligenter, ut in su-
perioribus etiam binis capitibus præstiti, explicabo.

Tripodum de-
scriptio,
Tab. 3. F. 17

337. Primo quidem figura 17 tab. 3 (quem ipsum
numerum bis apposui in initio, & sine longissimi sche-
matis) exhibet tripodes, & trigilla in basi dimetienda
adhibita. Tripodum, quæ opusculo I memoravimus,
num. III, constructio per se patet. Regula in primo
tripode crassior quadrata *CD* transit per bina quadrata,
& sibi fere æqualia foramina *A*, & *B* in binis mensis ho-
rizontalibus excavata per quæ liberè possit excurrere, &
elevari, vel deprimi, ut libet. Ea sustinet in *E* men-
sam horizontalem *Ee*. Adest in *A* ad latus ferrea co-
chlea, qua regula quadrata illa *CD* apprimi possit ad la-
tus oppositum foraminis *A*, & concludi inter id la-
tus, ac cochleam, quæ, ut appressa maneret immo-
ta, præstabatur a foraminis *B* lateribus, quam nimirum
ob causam binæ illæ tabulæ horizontales paratæ sunt in
basi ipsa, ut nimirum major firmitas haberetur in regu-
lâ, & impositâ mensâ, debitam semel positionem ade-
ptis.

Mensuræ partiū
corundem.

338. Mensæ *Ee*, quam regula sustinet latus alte-
rum est circiter pedis unius, alterum aliquanto bre-
vius, mensæ ipsius crassitudo unius circiter pollicis. Al-
titudo regulæ *CD* eadem, ac tripodis totius pedum cir-
citer

citer trium, distantia *AB* dimidii pedis, ut nimirum mensa *Ee* supra planum *B* elevari possit plus, quam per pedes duos, & adhuc adstringi in *A*, ea autem elevata, posset nostrum uterque, vel alter altior tigilli impositi superiorem superficiem videre; crassitudo aliquanto binis pollicibus major; sed eæ mensuræ arbitrariæ sunt. Imi pedes cuspidem habent ferream longiorem, quod in maris littore potissimum est opportunum, ut facilius premendo pedem quempiam, ea cuspide in arenam immissa magis, mensa *Ee* ad planum horizontale redigatur. Id vero extra littus facile præstatur in basi Romana, ubi saxosum occurreret solum, cuneo cuspidi supposito magis, vel minus procul ab acie sua, ut ad rem esset opportunum.

339. *FG* est unum e tigillis, de quibus opusculo 1 n. 110. Tigilli altitudo pollicum fere 3, crassitudo duum, longitudo palmorum 27. Quatuor lamellæ ex aurichalcho, quas ibidem innui, sunt *F, H, I, G*. In mediis *I, & H* aderant foraminula tenuissima, quæ a se invicem, & a lamellarum *F, G* extremis punctis distabant intervallo palmorum 9. Constitueramus initio ita tigilla admovere ad se invicem, ut se capita *G, & F'* contingerent ad *C'*. Verum illud constitit in primo tentamine domi habito, plurimum temporis infumi in admovendis tigillis ita levi manu usque ad contactum, ut nullus in altero tigillo motus timeri posset. Hinc in ipsis lamellis *G, & F* puncta notavimus, & ab iis in lamellas *H, I* transtulimus intervalla eadem palmorum 9. Intervallum autem binorum ejusmodi punctorum pluribus vicibus diligentissime dimensi sumus, lente etiam adhibita, ut de eorum magnitudine nullum superesse dubium posset, ne tenuissimæ quidem particulæ, quæ sub sensus caderet.

340. Collocatis tigillis cum ea diligentia, quam fuse exposui opusculo 1 num. 112, ut nimirum jacerent in directione basis, & in plano horizontali (quod quidem posterius cuneis capiti anteriori *F* suppositis, si opus es-

Tigilla cum suis lamellis.

Collocatio tigillorum.

set, facilius præstatur, ut ibi innui) circino habente cuspides tenuissimas capiebamus intervallum inter puncta lamellarum G , & F' , quod in minutissimam transferebamus scalam, ac ex eo detrahebamus intervalla binorum punctorum lamellæ I , & binorum lamellæ H' , quæ in eadem scala definita fuerant, quæ nimirum intervalla erant complementa intervallorum inter punctum exterius lamellæ I , & punctum lamellæ G , & inter punctum itidem exterius lamellæ H' , & punctum lamellæ F' , quo quidem pacto tres erant summæ eorum intervallorum, detrahendæ ab intervallo GF , pro tribus combinationibus ternorum tigillorum, quorum alterius idem anterius caput semper cum eodem alterius posteriore capite combinabatur. Residuum autem referebamus in eam tabellam, cujus mentionem feci ibi n. 116. Hujusmodi residua omnia erant excessus intervalli IH supra binas mensuras palmorum 9, & eorum omnium excessuum summa toti mensuræ basis collectæ ex omni mensurarum numero addenda fuit in fine dimensionis.

Nota pro tigillorum intervallis.

341. Qui adducat tigilla ad se invicem, evitabit laborem conscribendi tot numeros, & subducendi summas, & id quidem omnino præstare debet, qui solet in numeris conscribendis errare, sed is ne se ad hujusmodi observationes accingat, quæ plurimos sane requirunt numeros. Nos autem id maxime cavimus, ne quis eo error vel in conscribendo, vel in summando subreperet. Qui autem hæc intervalla notare velit, & se citius a molestissimo baseos dimetiendæ labore expedire, is potius tigilla nonnihil longiora paret, ut punctis in G , & H non geminatis, nec adhibita correctione illa, habeat in singulis lamellis singula puncta notata ad eandem distantiam. Nam distantia quidem inter puncta tenuia in superficie lamellæ superiori notata multo evidentius, & expeditius per tenues circini cuspides desumuntur, quam intervalla inter extrema lamellarum desinentium puncta. Id quidem experti sumus sæpe, & idcirco illa puncta notavimus

mus in lamellis *G*, & *F*, ac eorum intervalla desumpsi-
mus, non vero hiatum inter postremas lamellas. Nec
vero lamellis jam infixis ita, ut extremum lamellæ *G* a
puncto medio lamellæ *I* distaret per 9 palmorum inter-
vallum accuratum, licuit jam nobis hujusmodi puncta
notare in lamellis *G*, & *F* in ea distantia a punctis la-
mellarum *I*, & *H*.

342. Ubi solum inæquale esset, adhuc mensæ *Ee*,
E'e', *E''e''* erant in eodem plano horizontali, intervallis
nimirum *CB* inæqualibus ita, ut mensa ipsa eo ibi magis
elevaretur respectu tripodis, quo solum humilius esset,
ut in ipso schemate, ubi solum ad dexteram descendit,
magis elevatur in tertio tripode, quam in secundo, &
in hoc magis, quam in primo. Ubi autem solum humilius
esset, quam regula illa mensam sustinens ferre posset,
ibi caput tigilli, ut *I*, non mediæ mensæ imponebatur,
sed ultra eam procurrebat, ut exhibet ipsum schema.
Tum vero alterius tripodis mensa *N* multo minus eleva-
batur, & sequentis tigilli caput *L* collocabatur infe-
rius. Suspendebatur autem pondusculum *K* filo tenuissi-
mo *IL*, quod in *I* perraderet lamellam in capite poste-
riore tigilli prioris, & adducebatur tigillum recens ad
filum *I*, ut ipsum contingeret, quo casu in tabella scribe-
batur *o*, vel potius ad molestiam evitandam adducendi
ita, ut tantummodo contingeret, capiebatur distantia
puncti prope *L* notati in lamella a fili *L* latere priori tri-
podi propiore, ut etiam fili crassitudo illa tenuissima in-
cluderetur, & excessus intervalli ita inventi supra distan-
tiam punctorum in lamella *Z* notatorum consignabatur
in tabella. Ubi autem solum e contrario assurgeret, no-
vi tripodis mensa elevabatur, tanquam si in eodem sche-
mate pergeretur a leva ad dexteram.

Quid, ubi solum
inæquale.

343. Quo pacto & directionem, & horizontalem
positionem obtinuerimus, id quidem accurate expositum
est opusculo primo, agendum hic supereff de erroribus,
qui ex iis neglectis oriri possent. Sed prius dicam, quod

Tigillorum con-
trações, &
productiones mu-
tato celo.

pertinet ad rectificationem tigillorum, & primo quidem longitudinis mensurarum terminatarum inter lamellas, quarum singulæ 9 palmos æquabant, & quarum ternæ singulis continebantur. Initio quidem curavimus, ut singula intervalla æquarentur novem palmis Romanis, quos e Capitolino lapideo modulo palmorum decem desumpsi-
mus, ut monui opusculo primo, & in ferrea virga cras-
sifore ad eam distantiam notavimus bina tenuissima pun-
cta, quam virgam nobiscum habebamus semper cum sibi
proximo thermometro Reaumuriano. Interea calor, vel
frigus, & humor intervalla illa mutabant, cum tigilla
e ligno essent, utut vetustissimo, quod quidem etiam diu
navigaverat adhibitum pro malo, & ego quidem ægrè
admodum adducor, ut credam, esse ligna, quæ nec calore,
nec humore mutationem ullam acquirant. Quam-
obrem singulis diebus ter, vel etiam quater exploraba-
mus tigillorum statum.

Quo pacto defi-
niri possent a-
liis instrumentis

344. Circinum habebamus eum, quem fidelem hinc di-
cunt, qui nimirum virga constat, & binis cuspidibus, alte-
ra mobili. Si habuisset hinc circinus cochleam, qua mobi-
lis cuspis promoveretur, cum indice, qui motum defi-
niret, hæc observatio fuisset admodum facilis. Disposi-
tis cuspidibus ita, ut earum distantia æquaretur distan-
tiæ punctorum notatorum in virga illa ferrea, & cuspi-
de immota applicata ad alterum e punctis extremis inter-
valli *FH*, vel *HI*, vel *IG*, motu cochleæ adducenda
erat cuspis altera ad alterum eorundem punctorum, &
motus indicis differentiam prodidisset. Quod si in virga
ipsa ferrea adfuisset hinc, & inde ab altero eorundem
punctorum scala cum transversalibus rectis, potuisset
quodvis ex intervallis tigilli cujusvis assumi eo circino,
& in regulam transferri, ac ope ejus scalæ notari discrimen.
At quoniam nec circinum habuimus cum ejusmodi
cochlea, & indice, nec ejusmodi scalam in virga, ego
eam rectificationem alio quodam modo disposui, quo
& nihilo minus expedita, & itidem nihilo minus accura-
ta evaderet.

345. Referat in fig. 18. *TV* lamellam, & sint *HI* puncta eadem, ac in fig. 17. Centro *I* intervallo *IH* descripsi in lamella arcum *RQ*. Tum circini cuspidem in medio eo arcu stante in *H*, assumpsi punctum *i* altera cuspidem, quod dato intervallo distabat ab *I*, & centro *i* descripsi eadem apertura arcum *rHq*. Id autem præstiti circa aliarum, etiam lamellarum puncta. Jam vero capiebamus circino eodem intervallum ϑ palmorum e virga illa ferrea, quod quidem semel assumptum diu persistabat, cum & virga mensuram continens, & circinus essent ex eodem metallo, ut æque a calore immutaretur utrumque: tum altera ejus cuspidem applicata ad alterum extremum intervalli explorandi, ut ad *I*, si intervallum illud nihil fuerat immutatum, cuspidem altera debebat terminari ad quodvis punctum arcus *RHQ*. Sin id fuisset contractum, vel productum debebat ea cuspidem procurrere nonnihil ultra eum arcum, vel contineri citra ita, ut ea cuspidem circumducta circa centrum *I* appelleret ad aliquod punctum *s*, vel *s'* arcus *rHq* ad partes easdem, ad quas est *i*, vel ad oppositas. Definiebatur autem intervallum *HS* ope circini, & scalæ tenuis, ac ex eo facile deducebatur decrementum, vel incrementum intervalli *IH* sequenti methodo.

346. In primis si recta *Is*, vel *Is'* occurrat arcui *RHQ* in *S*, vel *S'*, decrementum, vel incrementum ejus intervalli erit *Ss*, vel *S's'*. Porro tangentes arcuum *RHQ*, *rHq* perpendiculares radiis *HI*, *Hi* debent ad se invicem inclinari æquè, ac ii radii. Quoniam autem chordæ arcuum *HS*, *HS'*, vel *HS*, *HS'* parum admodum inter se differunt, eæ cum tangentibus eisdem continebunt angulos, & proinde & ipsæ ad se invicem æque inclinabuntur, ac ipsæ tangentes, sive æque, ac radii. Quare anguli *SHs*, *S'HS'* poterunt haberi pro æqualibus angulo *IHi*, ac triangula *SHs*, *S'HS'* pro similibus triangulo isoscelio *IHi*. Erit igitur *IH* ad *Ii*, ut *HS* vel *HS'* ad *Ss*, vel *S's'*. Inde autem fit primo, ut datis prioribus tribus terminis, detur & quartus ille quæsitus: secundo, ut assum-

Quo a nobis definitz.
Tab. 3, F. 17
18

Mensura ipsarum accurata, unde habita.

pta li admodum exigua respectu HI , etiam quaesita Ss , vel $S's'$ fit admodum exigua respectu Hs , vel Hs' , adeoque minimarum mutationum maxima habeatur scala: tertio ut constantibus HI , & li , remaneat Ss , vel $S's'$ in ratione simplici Hs , vel Hs' ; adeoque inventa Ss , vel $S's'$ pro data quadam distantia ab H , facile inveniatur pro alia quavis, & construi possit tabella, quae pro ea distantia id intervallum determinet. Id ipsum nos quidem praestitimus, & eo pacto admodum facile, & cito omnium 9 intervallorum statum cognoscebamus, ut quid addi deberet ex eo capite, quid toti mensurae demi, constaret.

Contractio aliarum partium ejusdem tigilli dum alia dilatantur.

347. Hic autem accidit illud, quod opusculo I exposui num. 156, ut quandoque ejusdem tigilli pars aliqua eodem tempore produceretur, dum alia contracteretur. Sit exemplum in nostris observationibus ejusmodi productionum, & contractionum diei Dec: 15 in basi Ariminensi. Eas hic indicabo numeris exprimentibus distantias Hs vel Hs' proportionales contractionibus ipsis, vel productionibus ita, ut numeri quidem positivi has, negativi expriment illas: Ipsae autem distantiae ex tenui quadam scala desumptae sunt. In prima primi tigilli rectificatione inventa sunt tria ejus intervalla $+8$, 0 , $+4$; in secunda 0 , -8 , $+1$ Huc usque omnia decreverant, quanquam tertium prioribus minus; at in tertia habetur $+4$, $-11\frac{1}{2}$, $+1$. En primum intervallum contra crescit, secundum decrescit adhuc magis, tertium manet. In secundo autem tigillo in prima habetur $+7$, $+4$, $+8$, in secunda $+4$, $+3$ — 7 in tertia $+2$, 0 , $+5$. Prius quidem omnia intervalla decreverunt, sed admodum inaequaliter, deinde vero priora duo decreverunt, sed itidem admodum inaequaliter, tertium autem eodem tempore crevit plurimum, & id quidem in tertio quoque tigillo eo die accidit, ut & aliis diebus saepe in pluribus tigillorum intervallis.

348. Agendum jam de rectificatione curvaturæ tigillorum ipsorum . Ad eam cognoscendam tendebamus filum ab F ad G in fig. 17 , & notabamus punctorum H , & I distantias horizontales a plano verticali transeunte per tigillum , & distantias verticales fili a plano tigilli . Sint in fig. 19 puncta F , H , I , G eadem ac in fig. 17 , & referat FG filum tensum , cui in incurvata superficie tigilli ad perpendicularum subsint puncta T , V , & inde horizontaliter distent puncta HI . Imposita horizontaliter scala quadam superficiem superiori tigilli , & oculo elevato alte supra filum in O , notabamus intervallum horizontale HT , tum eâdem scala ad perpendicularum erectâ notabamus distantiam fili Th a superficie ipsa . Eodem autem pacto definiebamus & IV , iV . Inde autem deducebamus excessum rectorum FT , TV , VG supra Fh , hi , iG , & rectorum FH , HI , IG , supra FT , TV , VG hoc pacto .

Rectificatio curvaturæ tigillorum .
Tab. 3, F. 17
19

349. In primis habetur hujusmodi theorema , quod pertinet ad elementa Geometriæ infinitesimorum , & in exiguis etiam finitis quantitibus tuto adhibetur , nimirum : *In quovis triangulo rectangulo , in quo unus angulus est infinitesimus , differentia basis a latere illi angulo adjacente habetur, dividendo quadratum lateris illi oppositi per duplam basim .* Demonstratur id facile in fig. 20 . Si enim in triangulo FTh angulus ad T sit rectus infinitesimus , vel perquam exiguus , & circulus centro F , radio Fh occurrat lateri FT in X , & x ; erit TX differentia basis Fh , seu FX a latere FT , & erit xT ad Th , ut hæc ad TX . Quare TX habebitur dividendo quadratum Th per xT , sive æquipollenter , vel proximè per xX duplam TX , sive Th .

Theorema generale solutioni inserviens .

350. Posito hoc theoremate ad habendam differentiam inter FT , & Fh satis est quadratum Th dividere per duplam FT sive proximè per duplam FH , nimirum in casu nostro per palmos 18 . Eodem pacto ad habendam differentiam FH ab FT , satis est quadratum HT per ean-

Ejus usus pro correctione adhibenda .

eandem quantitatem dividere, & eodem pacto quadrata VI , Vi divisa per palmos 18 exhibent differentiam GV a Gi , & GI a GV , ac si rectæ ipsis HI , hi parallelæ ductæ ex T occurrant rectis Vi , VI in b , a , ut sit va differentia ipsarum vi , Th , & Vb differentia, ut figura exhibet, vel summa VI , TH , prout jacuerint ad eandem partem, vel ad oppositas; ipsarum Va , Vb quadrata eodem pacto divisa exhibent differentiam TV a Ta , sive bi , & Tb , sive HI a TV .

Correctionum
summa, metho-
dus alia facili-
or, cur minus a-
pta.

351. Satis est igitur summam quadratorum omnium TH , Th , VI , Vi , Vb , Va ad omnia tigilla pertinentium dividere per palmos 18, ut habeatur omnium simul tigillorum contractio orta ex curvatura. Satius autem est tabellam construere pro contractione respondente diversis magnitudinibus lineolarum TH , Th & c, quæ facile construitur, inveniendò tertiam proportionalem post palmos 18, & determinatam mensuram quamvis majorem maxima, quæ timeri possit, tum pro reliquis id minuendo in duplicata ratione ipsarum linearum, Et id quidem nos præstitimus. Duplo autem facilior evasisset res pro intervallis FH , GI si immediate determinata fuisset distantia punctorum H , L a filo FG , & utriusque distantie quadratum per palmos 18 fuisset divisum. Si enim ea perpendiculara terminarentur ad quædam puncta b , i , triangula FbH , GiL essent ipsa quoque rectangula. Verum pro intervallo HI ea methodus rem non perfecisset, quia non jacentibus Hb , li in eodem plano, sed potissimum ubi H , I jaceant ad partes oppositas, earum directionibus plurimum a se invicem discrepantibus, recta ex H parallela bi non occurrisset ipsi li .

Quanti extite-
rint hi omnes ef-
fectus simul.

352. Porro prioris rectificationis effectus medius tribuebatur mensuris inter utramque habitis, & prior quidem admodum varius singulis etiam diebus fuit, ac aliquanto major, posterior magis constans, & minor. In Ariminenfis basis priore mensurâ summa omnium contractionum

ctionum addenda vix palmum excessit, summa productionum demenda superavit nonihil palmum cum triente. In mensura posteriore summa contractionum fuit tantillo etiam major binis palmis, sine productione. Effectus secundæ rectificationis in Ariminensis basis mensurâ utrâque dimidium palmum excessit nonnihil, in priore quidem partium ejusdem centesimarum fuit 51, in posteriore 57, quæ correctio demenda est e numero invento, cum modulus brevior justo exhibeat justo majorem numerum mensurarum in dato intervallo.

353. Prioris rectificationis habita est ratio etiam in Romana basi, sed posteriorem negleximus, quam nimis exiguam fore censebamus, ut est revera, cum dimidius palmus, qui Arimini prodiit, gradum minus, quam decuplo longiorem basi, minus mutet, quam palmis 5, five minus, quam $\frac{2}{7}$ unius hexapedæ. Fuit autem aliqua curvatura etiam ibi, sed sane perquam exigua.

Rectificationis alterius ratio habita in utraque basi, alterius neglecta in basi Romana.

354. Adest & alia correctio ob caloris gradum diversum diversis anni diebus, quæ multo majorem effectum præstat, quam curvatura, vel productio, & contractio tigillorum. Calore enim dilatatur, frigore contrahitur virga illa, cum qua comparantur tigillorum intervalla. Inde autem fit, ut numerus mensurarum ad eandem ferream virgam: exactarum minor, vel major inveniri debeat in eadem basi, prout calor fuerit major, vel minor. Optimum autem factu est assumere certum caloris gradum, ut in Reaumuriano thermometro gradum 14 qui & ad temperiem quandam pertinet, & is est, quem Cassinus de Thurry invenit fere semper, cum ad eruendos Gallia gradus eandem præcipuam basim quinquies dimensus est, summo mensurarum consensu, & cui fere æqualis esse solet circa Quitensem urbem, ubi alteram e suis basibus Bouguerius, & Condaminus dimensi sunt. Porro correctio quædam respondens differentiæ graduum a numero 14 addenda erit, vel subtrahenda, prout gradus fuerit major, vel minor, quam 14.

De erroribus ex virgæ contractione & dilatatione orbis.

Quantus sit calor & frigoris effectus in virga prædicta.

355. Jam vero Condaminus ipse ingeniosissima sane, & accuratissima methodo determinavit effectum caloris in ferrea virga, quæ unius hexapedæ longitudinem habeat, eandem suspendendo, & observando numerum oscillationum intervallo unius diei respondentem diversis gradibus Reaumuriani thermometri, unde facile deducitur descensus centri oscillationis, & productio totius hexapedæ. Invenit autem respondere singulis gradibus thermometri $\frac{1}{7}$ lineæ, sive cum hexapeda contineat lineas 6×144 , sive 864, respondere $\frac{1}{7 \times 864}$, sive $\frac{1}{7 \times 864}$ totius. Hinc si sumatur numerus graduum medius inter binos observatos eodem die, & fiat, ut 75168 ad eum graduum numerum, ita numerus mensurarum cujuscumque generis adhibitarum inventus eo temporis intervallo ad quartum, habebitur correctio: toti mensurarum numero addenda, vel demenda, prout fuerint gradus pauciores, vel plures quam 14. Nos in nostra basi Romana habuimus verno tempore fere semper gradus plures, quam 14, & medius gradus fuit 17 in Ariminenfi in ipsa hyeme semper pauciores multo, & gradus medius fuit 5, atque hinc quidem ita constans, ut vix unquam binis hinc, & inde ab eo gradibus discessum sit. Summa correctionum basi Romanæ debitarum additiva vix quidquam excessit palmos 2, debita autem Ariminenfi negativa vix quidquam palmos 6.

Examen errorum, qui committi potuerunt. Quid ex rectificatione longitudinis, & directionis tigillarum, & caloris.

356. His expositis videamus jam, quid erroris timeri possit in hujusmodi basium dimensione, per hæc instrumenta. In primis autem notandum illud, in prima basi Romana nos invenisse post correctiones omnes pass. 8034.67, in secunda Ariminenfi passus 7901.14, adhibitis in priore mensuris constantibus e ternis tigillis, sive e 9 intervallis 9 palmorum $656 \frac{2}{3}$, in secunda $646 \frac{2}{3}$, nimirum utrobique minus, quam bis mille tigillis. Porro error aliquis timeri potest in primis ex illa rectificatione longitudinis, & directionis. Sed is est perquam exiguus, cum definiatur ea rectificatio non immediate, sed per par-

partes multo , ac multo majores , in quibus error exiguus , qui observationem effugiat , tanto minorem errorem secum trahit , ut facile sit demonstrare totam eorum collectionem in toto intervallo fere omnino insensibilem esse . Minimus itidem error timeri potest in correctione calori debita , cum tota correctio exigua sit , & facile observetur caloris gradus . Accedit , quod errores ii in partes oppositas agentes se mutuo debent corrigere , adeoque in immensum adhuc magis decrefcit eorum summa .

357. Ex notatione intervallorum inter puncta notata in laminis extremis tigillorum timeri posset error , qui colligeretur e summa errorum in singulis admissorum . Porro in singulis per circini cuspides satis acutas , & scalam satis tenuem , ac distinctam , facile evitatur error unius ducentesimæ partis uncix , & multo magis bis millefimæ palmi . Sunt autem in eo tigillorum numero ejusmodi intervalla minus , quam bis mille , tot scilicet , quot tigilla , uno dempto . Quare licet etiam omnes errores conspirarent , evitari facile posset error unius palmi . Cum vero , & hi errores æque in utramque partem committi possint , debent omnino se maxima ex parte corrigere , ut idcirco nullus inde satis sensibilis error timeri possit .

Quid ex notatione intervallorum

358. Ubi pendulum adhibetur vel ad elevanda , & depressenda tigilla , vel ad abrumpendum , & resumendum opus , vento flante , errores aliqui timeri possunt . Sed & eorum singuli , diligentia adhibita , & patientia , plurimum minuuntur , & pauci admodum numero sunt , ac se invicem corrigunt maxima ex parte . Ego quidem ei errorum fonti ne unum quidem digitum in tota basi tribuerim .

Quid ex penduli agitatione in collocandis tigillis .

359. Error , qui magis timendus videtur esse , est is , qui oritur ex prava collocatione tigillorum , sive ea non collocentur in plano horizontali , sive non in directum . Nam errores inde orti , omnes in eandem partem agunt , augentes mensurarum numerum , cum nimirum tigillum inclinatum ad basim rectilineam longius sit semper illo segmento ipsius basis , quod ei respondet . Videamus igitur ,

Quid ex prava collocatione tigillorum .

tur, quantus is error in singulis observationibus esse possit. Sit in fig. 20 tigillum oblique collocatum Fb , & distantia a recta positione bT . Erit TX etiam hic, ut supra num. 349 tertia post $\times T$ duplam ad sensum ipsius Tb , & hanc distantiam Tb . Porro in quovis tigillo cum sint palmi 27, erunt unciae 324. Jam vero tertia unciae pars ejusmodi est, ut in positione tigilli debeat omnino sensibilis esse, adeoque si fiat, ut 648 duplus earum unciarum numerus ad $\frac{3}{7}$ ita $\frac{3}{7}$, ad errorem, prodit $\frac{3}{3832}$ unciae. Positiones tigillorum sunt minus, quam 2000, & cum in singulis positionibus duplex committi error possit, errores committuntur minus, quam 4000. Quare eorum summa minor erit uno palmo, quae igitur basim erroneam reddere poterit minus, quam per unum palmum, & mensuram gradus minus, quam decuplam basis ipsius, minus, quam 10 palmis, & vero etiam minus, quam una hexapeda.

*Is error gradum
cograharet. Cur
tantus in men-
suris consensus.*

360. Constat igitur & hunc errorem esse admodum exiguum. Accedit, quod hic error mensuram producit intervalli ad gradum determinandum adhibiti, quo correcto adhuc noster gradus minueretur nonnihil, qui quidem jam minor est per sese Cassiniano in Australi Gallia definito in eadem latitudine. Et quidem illud in primis congruit cum iis, quae diximus opusculo I num. 157 consensum binarum ejusdem baseos dimensionum extitisse, admirabilem sane iis omnibus, qui ea non perpenderint, quae diximus. Nam postremus hic quidem error utramque producit basim, reliqui, quorum mentionem fecimus, iis omissis, qui ex oscitantia nimia orientur, possunt alterius basis mensuram augere, alterius minuere, sed ita parum, ut vix ullum discrimen inveniri debeat ab Observatore satis diligenti.

*Quid in inter-
vallo interjecti
fluvii in basi A-
riminensi.*

361. Est alius duplex erroris fons in nostra basi Ariminensi, qui cum aequae utramque mensuram afficiat, earum dissensu deprehendi non posset, licet esset utcumque magnus. Primus repeti potest a flumine interjecto, cuius ego mentionem feci opusculo I num. 155, & Mai-
rius

rius opusculo 2 num. 18. Id quidem intervallum immediate metiri non potuimus, sed determinavimus ope trianguli fere æquialteri, cujus angulos dimenſi ſumus, & latus unum, quæſito intervalllo fere æquale. In latere dimetiendo idem error committi potuit, qui potuiſſet, ſi ipſum intervallum immediate obſervaviſſemus. In angulis trianguli error omnino committi non potuit, qui dimidium pollicem, immo nec qui multo minorem pollicis partem ſecum trahat in intervalllo definiendo. Nam in tanta vicinia exiguo ipſo minoris quadrantis teſcopio magnitudo dimidii pollicis apparebat immanis ſane, & ſummam in eo adhibuimus curam, ut centrum, circa quod regula mobilis convertitur, accurate collocaretur ſupra initium, & finem lateris, quod aſſumpſeramus, & menſi fueramus ad ipſum intervallum deducendum.

362. Porro menſuram ejuſmodi diligenter inſtituimus in ipſo itu, angulis ſæpius captis cum ſummo conſenſu, & ſigna reliquimus deſoſſa altius, quæ in reditu illæſa invenimus; prioribus tum etiam illis determinationibus uſi utrobique.

Cura in eo intervalllo determinando.

363. Alter erroris fons videri poſſet flexus illæ noſtræ baſeos, de quo & ego in opusculo 1 egi num. 155, & Mairius in opusculo 2 num. 18, quem quidem flexum exprimit tabulæ 1 figura 1. At ne is quidem ejuſmodi eſſe potuit, ut ejuſ ratio habenda ſit. Nam in primis angulum *A*, & *C* majori quadrante diligentiffime definivimus. Erexeramus autem tres trabes in punctis *A*, *B*, *C* proſus ad perpendicularum, & iis impoſueramus latiores tranſverſas verticales tabellas calce illitas, in quarum medium collineabatur, notabaturque diligenter diſtantia, & poſitio centri quadrantis reſpectu punctorum *A*, & *C*, ad correctiunculam adhibendam. Invenimus autem eos angulos apprime reſpondentes lateribus *BC*, *AB* menſura actuali definitis, quibus nimirum eorum ſinus proportionales ſunt, & factis, ut radius ad coſinum anguli *B*, vel *C*, ita *AB*, vel *BC* ad *AD*, vel *CD*.

Quid ex flexus, ſive angulo baſis Ariminenſis. Tab. 1, F. 1

Is error ad sensum nullus potest etiam non exiguo errore anguli.

364. Concipiamus jam in angulis *BAD* commissum fuisse errorem maximum quendam 20 etiam secundorum, cujusmodi omnino esse non potuit. Segmentum *AD* invenitur factis, ut radius ad sinum anguli *ABD* ita *AB* ad *AD*. Quare stante radio, ac latere *AB*, & mutato *ABD* iisdem 20 secundis, quibus mutatur *A*, erit ex n. 317, ut tangens ipsius *ABD*, sive cotangens *A*, ad sinum secundorum 20, ita *AD* ad errorem, qui in eo segmento committi potuerit. Porro angulus *ABD* erat complementum *A*, sive $4^{\circ}, 10', 45''$ juxta n. 18 opusc. 2, cujus cotangens minor, quam 1378206 ad eundem radium 100000, ad quem sinus 20'' est 10. Quare error in eo segmento est minor quam $\frac{10}{1378206}$ totius. Id autem calculo inito inventum est eodem numero palmorum 28569. 6; Error igitur minor, quam $\frac{285696}{1378206}$, sive multo minor, quam $\frac{1}{4}$ palmi unius, & idem fere in segmento *BD* error committi potuit, qui idcirco in totam basim inducit errorem multo minorem dimidio palmo, adeoque in gradu multo minus, quam 5 palmorum, minus, quam dimidiæ hexapedæ error committi inde potest, qui quidem, errore anguli adhuc imminuto magis, adhuc magis decrescit in ratione ad sensum eadem; ac proinde fere penitus evanescit. Hinc autem omnino evidentissimum est, nihil quod sensu percipi possit ex ejusmodi flexu timeri posse, qui quidem nobis utilissimus extitit, & laborem nostrum contraxit mirum in modum.

Quid ex diversa elevatione partium bascos Romanæ supra horizontem.

365. In Romana basi est alius quidam errorculus, sed admodum exiguus & penitus contemnendus. Is provenit ex eo, quod non omnis ea basis in directum jacet, nec in plano horizontali, sed alibi assurgit nonnihil, alibi subsidit. Nos quidem mensi sumus basim ipsam semper in directione horizontali, quod ut fieri posset, tigillum identidem ope fili penduli collocavimus inferius, aliquando superius, & nec intervallum inter bina pendulorum fila in majore altitudine supra superficiem maris est idem, ac in minore. Is quidem error in multo etiam

etiam majore soli inæqualitate insensibilis omnino esset, in nostro casu, in quo inæqualitas ejusmodi erat perquam exigua tam exiguus esse potest, ut pro nullo penitus haberi debeat.

366. Nullus etiam censeri debet error, qui forte committi potuit in reductione basis definitæ mensurae semper horizontali ad mensuram rectilineam obliquam, quæ ab uno extremo tendit in alterum. Arimini quidem ejusmodi reductio fuit omnino nulla, ubi nimirum utrumque basis extremum fuit in eodem maris litore, adeoque in eadem horizontali superficie. Romæ fuit aliqua, erat enim alterum extremum altius medio gradu. Hinc ut basis horizontaliter definita reducatur ad illam obliquam, fieri debet, ut sinus complementi anguli dimidii gradus ad radium, sive ut radius ad secantem anguli dimidii gradus, ita basis horizontalis ad obliquam; adeoque ut radius ad excessum ejus secantis supra radium, nimirum ut 1000000 ad 38, ita basis horizontalis, quæ juxta n. 19 opusc. 2 est passuum 8034.37, ad quantitatem, qua ea augenda est, ut reducatur ad obliquam, nimirum ad 0.30, quo numero aucta illa basis evadit 8034.67 juxta eundem numerum opusculi ejusdem. Porro si in eo angulo etiam trium minorum error committeretur, ne una quidam decima passus parte aberraret basis inventa a vera. Nam si is angulus fuisset minorum 27, excessus secantis esset 31, & ejus reductio 0.25 discrepans a priore per 0.05. Unde patet, omnino nihil ab ejus generis erroribus timeri posse.

Quid ex reductione ejus bases ab horizontali ad inclinatam.

367. Et hoc quidem pacto habetur quidquid pertinet ad determinationem utriusque baseos in iis mensuris, quas nos adhibuimus, nimirum in palmis Romanis, quorum 9 e Capitolino modulo desumpsimus, & qui admodum facile reducuntur ad passus. Nam singuli quidem passus quinos pedes continent, singuli autem pedes ii, quibus nunc utimur ad milliaria Romana definienda, & disponendos in viis publicis lapides ea denotantes,

Que mensura adhibita dū adveniret hexapeda, & cur.

tes, continent 16 uncias ejusdem palmi duodecimas ita, ut unum milliare contineat palmos $6666 \frac{2}{3}$. Porro cum nondum Parisiis accepissemus hexapedam, ejusmodi mensuram 9 palmorum desumpsimus, ut certam aliquam, atque hic saltem usitatam, haberemus mensuram, quæ ab hexapeda Parisiensi parum abesset; ut hæc quidem parum abest, cum singuli Parisienses pedes fere contineant palmum cum dimidio.

Comparatio hexapedæ cum nostra mensura, huius excessus.

368. Recepta hexapeda illa a Mairanio ad nos transmissa, ut exposui opusculo 1 num. 75, conferenda fuit mensura hæc nostra cum hexapeda illa, quod quidem pluribus vicibus admodum diligenter præstitimus. In primis fideli circino, qui virga, & binis cuspidibus sibi perpendicularibus constat, assumpsimus hexapedam integram, & in nostram ferream virgam transtulimus, in qua binis tenuissimis punctis notata erat mensura illa nostra palmorum 9; alteram nimirum cuspidem alteri ex iis punctis inseruimus, alterâ punctum notavimus tenue in papyro levi, qua ferreæ nostræ virgæ superficiem inter illa duo puncta obduxeramus, in directum cum altero puncto intervalli palmorum novem extremo, directionis teste filo tenui per totam virgam extenso. Hexapeda novem hisce palmis brevior evasit. A ratione ejus differentię ad hexapedam res tota pendet. Hanc pluribus modis investigavimus.

Determinatio duplex ejusdem excessus, & ratio hexapedæ ad mensuram nostram.

369. In primis hunc excessum transtulimus in scalam a Langletio incisam hexapedæ Parisiis transmissæ, & invenimus repetita observatione pluribus vicibus summo consensu pollices 2 lin. 3. 31. Deinde eundem excessum transtulimus in directum in nostram mensuram, & invenimus eam contineri vicibus 32, ac superesse segmentum, quod in eandem scalam translatum, inventum est pollicis 1 lin. 6. 06. Hanc itidem observationem sæpe iteravimus eodem successu. Ex prima determinatione cum hexapeda contineat pollices 72, adeoque lineas 864, nostra autem mensura hexapedam, & præterea lineas 27.31,

con-

continebit lineas tota nostra mensura 891. 31. Ex secunda determinatione calculum sic instituo . Ex tota hexapeda linearum 864 ablata postrema parte linearum 18 . 06 , relinquitur 845 . 94 pro 31 partibus æqualibus , quarum trigesima secunda erat ipse excessus . Diviso igitur residuo illo 845 . 94 per 31 habetur 27 . 29 , Quare excessus ille , qui immediatè obvenerat 27 . 31 , jam evasit 27 . 29 , ob errorem scilicet aliquem perquam exiguum observationis cum exiguo aliquo errore divisionis Langletianæ . Sumpto medio de more , nostra mensura palmorum 9 erit linearum 891 . 30 , eritque hexapeda ad nostram mensuram , ut 86400 ad 89130 , sive ut 8640 ad 8913 .

370. Ea ratione usi sumus in primo , & secundo opusculo , quam censemus non posse aberrare a vera magis , quam per $\frac{1}{86400}$ totius , tum quia illæ binæ determinationes a media nihilo plus distabant , tum quia & aliæ methodi ad eam comparationem adhibitæ idem ad sensum exhibebant . Ejusmodi autem error , ne unius quidem hexapedæ errorem in toto gradu secum trahit , qui nimirum hæxapedis 57000 brevior est . Inde autem eruuntur facile rationes , quæ usui sunt .

Qui error in ea timeri possit .

371. In primis palmus Romanus continebit lineas pedis Parisiensis $\frac{891.30}{9}$, sive 99 . $\frac{2}{30}$. Quoniam autem pes Romanus recens continet uncias palmi 16 , factis , ut 3 ad 4 , ita 99 . $\frac{2}{70}$ ad quartum , prodit 132 . $\frac{2}{7}$. Ea mensura excedit per unam lineam circiter mensuram pedis Romani antiqui . Ejus 4 modulos habemus nunc in Capitolio , Statilianum , Colotianum , Ebuzianum , Capponianum . Eos ad pedem Parisiensem accuratissime exegit P. Ab. Revillas , ut videre est in Dissertationibus Cortonensibus tom. 3 , dissert. 4. Eos ipse diligentissime dimensus invenit decimarum lineæ partum 1310 . $\frac{2}{5}$, 1307 . $\frac{2}{5}$, 1314 . $\frac{2}{5}$, 1309 . $\frac{2}{12}$. Medius est 1310 . $\frac{2}{5}$. Itidem in epistola Stuartii adjecta ad calcem operis Bandiniani de Obelisco Campi Martii recens eruto , quam quidem epi-

Comparatio pedis recentis , & antiqui cum pede Parisiensi .

stolam ex ipsius Stuartii adversariis quibusdam, dum in Græciam navigaret, hinc relictis, ego digessi, & italicè, ac latine conscripsi, adjectis pluribus, quæ præclarissima sagacissimi viri inventa vel comprobarent, vel illustrarent, habetur mensura Romani pedis eruta ex ejus obelisci dimensione, & ex Pliniano loco, qui ejus nobis altitudinem litteris consignavit, quæ nimirum cum iis congruit fere accuratissime, & est itidem linearum 131 quam proxime.

Comparatio nostri pedis, & palmi cum iis Patri Revillas. Cur pes recens veteris longior.

372. Hinc pes hinc noster ad veterem illum quamproxime accedit, eo tantillo longior. Longior vetere obvenit hic recens etiam Patri Revillas, qui tamen recens milliare constituit palmis 6680, adeoque $3\frac{1}{2}$ longius quam nos. Consentit tamen mirum in modum apud ipsum relatio palmi ad Parisiensem pedem desumpta ex integro Capitolino modulo palmorum 10, cum ipsi sit palmus decimarum lineæ partium 990. $\frac{1}{10}$, nobis 990. $\frac{1}{10}$, sive illi linearum 99. $\frac{1}{100}$ nobis 99. $\frac{1}{100}$, quod in illis moduli crassioribus aliquanto limitibus, & divisionibus mirum videri possit; discrimen enim est $\frac{1}{100}$ lineæ vix observabile. Porro quod pes antiquus sit recenti longior nihil mirum. Jamdiu notatum est mensurarum modulos paullatim crescere, dum alii ex aliis deducuntur, tum quod rubigo cutem quandam metallis, ex quibus plerumque constant, superaddat, tum quod opifices modulos ipsos potius longiores efficiunt, quam breviores, qui ubi longiores evaserint, contrahi possunt limando, ubi breviores justo, produci omnino non possunt.

Nostra mensura ad Parisiensem hexapedam relatio definita certo, & accuratè. Plures mensurarum plurium rationes.

373. Sed quidquid de eo sit, id quidem nostram perquisitionem nihil turbat. Nos enim, ut mensuram nostri gradus conferre possimus cum reliquis, debemus nostram illam mensuram reducere ad hexapedam Parisiensem, qua reliqui gradus definiti sunt, sive ea cum vera Romani palmi, Romani pedis magnitudine congruat, si ve minus. Id autem accuratissime, & tutissime est præstitum, habito hexapedæ modulo, quem tanta cum dili-
gen-

gentia Mairanius contulit cum suo, ex quo idem Artifex reliquos desumpserat, quos Academici in reliquorum graduum dimensione adhibuerunt, & eo ita collato cum mensura nostra, ut error committi non potuerit, qui in toto gradu unius hexapedæ errorem induceret. Porro hoc nostro palmo assumpto, qui, ut vidimus, continet lineas $99 \cdot \frac{2}{14}$, & pede, qui continet $132 \cdot \frac{2}{15}$ calculo inito, erit.

Nofter	ad pedem Parisiensem	ad hexapedam
Palmus	ut 2971 ad 4320.	ut 2971 ad 25920
Pes	ut 2971 ad 3240.	ut 2971 ad 19440
Passus	ut 2971 ad 648.	ut 2971 ad 3888

374. Hinc jam, vel per numeros, vel per logarithmos facile est mensuras omnes opusculi 2 vel passuum, vel palmorum reducere ad hexapedas. Atque in primis binæ bases hîc facile reduci possunt. Est basis Ariminensis juxta num. 19 opusculi 2, palmorum 52674. 3. Eo numero ducto in $\frac{2}{3}$ habetur numerus pedum, ducto autem in $\frac{2}{3 \times 5}$, sive in $\frac{2}{15}$, vel in 0. 15, habetur numerus passuum 7901. 14, factis autem ut 3888 ad 2971, ita 7901. 14 ad quartum, habetur numerus hexapedarum in ea basi 6037. 62. Basis autem Romana inventa est passuum 8034. 67, adeoque est hexapedarum 6139. 66

Mensuræ plures
e passibus ad hexapedas reducæ,
basium in primis

375. Ex basibus hoc modo definitis definiuntur omnia poligoni latera, & per ea, ac per ipsius poligoni positionem intervallum inter parallelum transeuntem per binæ loca, in quibus astronomicæ observationes institutæ sunt, nimirum inter conclave musæi Collegii Romani, & ædes Garampianas Ariminenses. Id quidem præstitimus capite 2, & numero quidem 268 ostendimus, quo pacto inde rectilinea poligoni latera determinentur. Porro Mairius opusculo 2 hæc ipsa latera exposuit in tabula numeri 21, prout ab Ariminensi basi proveniunt, ubi Ro-

Latera ex basibus deducæ, & basis Romana deducæ ex Ariminensi minor, quæ ex dimensione. Quæ inde correctio.

mana basis in fine tabulæ provenit passuum 8033.4, pro 8034.67, uno circiter passu minor justo. Si ab hac secunda basi calculus initus fuisset, omnia latera, & quivis tractus Meridiani, ille in primis, qui post omnes reductiones obvenit interceptus tholo D. Petri, & ostio Aprusæ, obvenissent majora, quam ex priore basi in ratione 8034.67 ad 8033.4. Quamobrem ut innotescat, quid ex hac basi Romana provenisset, satis est intervallum illud post omnes reductiones augere in ea ratione.

Intervallum
inter parallelos
ductos per bina
extrema poligoni.

376. Porro intervallum illud post bina reductionum genera ibidem facta, ex num. 294, adhibitis Romanis observationibus positionis poligoni est, excessus numeri passuum 161127.9 supra 5.7, adeoque est 161122.2. Idem intervallum ex observationibus Ariminensibus ejusdem positionis poligoni est longius passibus 3.0 juxta num. 302, adeoque passuum 161125.2; quorum si libeat assumere medium habebitur 161123.7. Atque hoc quidem intervallum prodiisset majus a basi Romana in ratione 803467 ad 803340.

Intervallum
inter parallelos
per bina loca
observantium
Astronomicarum
transcuentes.

377. Id intervallum num. 295 reducitur ad intervallum inter parallelos Musæi Collegii Romani, & ædium Garampianarum additis passibus 269, ac ablatis 139.1, sive addita eorum differentia 129.9, ac illud quidem quod Ariminensis basis prodidit 161123.7, evadit 161253.6. Is passuum numerus ex hac ipsa proportione reducitur ad hexapedas 123221.3, ut etiam opusculo 1 posuimus num. 204. Ex Romana basi prodiisset major in eadem ratione basium, non quidem accuratè, ob illas 130 hexepedas adjectas, quæ ab iis basibus non pendent, sed tamen quamproxime, cum ipsi passus 130 ex illa differentia basis deductæ, & immediata observatione definitæ ne decima quidem sui parte mutantur. Quam ipsam ob causam multo magis invento demum gradu ex basi Ariminensi, ut is innotescat, qui ex Romana prodiisset, satis est ipsum in eadem ratione augere.

378. Jam vero ex hujus opusculi num. 166, habetur
inter

inter sex medias determinaciones arcus cælestis intercepti inter bina zenith musæi Collegii Romani, & ædium Garinpianarum apprime consentientes media determinatio vix per 1" a reliquarum singulis discrepans 2°, 9', 47", sive 7787". Quare factis ut 7787" ad 3600", quæ continentur uno gradu, ita hexapedæ illæ 123221. 3 ad quartum, prodit gradus ejus intervalli medius 56966. 3, ut eum inde derivavimus ipso num. 204 opusculi 1.

Inde, & ex arcu cælesti gradus magnitudo definita.

379. Porro hic ipse gradus est aliquanto potius justo major, cum erutus sit ex positione poligoni definita per observationes Solis tam Ariminenses, quam Romanas, sumendo medium. Romanis autem, quæ minus intervallum præbuerant, magis fidendum nobis fuisse diximus in opusculo 2 n. 30, & opusculo 4 n. 297. Sed quoniam num. 302 correctio adhibita Romanæ determinationi ex Ariminensi adjecit toti intervallo majori gradibus duobus passus 1. $\frac{1}{2}$, minus inde in unum gradum derivatur, quam dimidium unius hexapedæ, quod pro nihilo habendum est. Sed eum adhuc aliquanto magis produximus, Mairius opusculo 2 a num. 48, & ego, opusculo 1 num. 204 triplici ex capite ibidem enunciato.

Correctiones ipsius plures.

380. Primum est Basis Romana, quæ juxta num. 375 est aliquanto major, quam ea, quæ ex Ariminensi per calculum eruitur. Ex ipsa Romana basi erueretur gradus major, quam ex Ariminensi in ratione 8034. 67 ad 8033. 4. Nimirum factis, ut 8033. 4 ad eorum numerorum differentiam 1.27, ita gradus inventus 56966. 3 ad quartum, prodit excessus hexapedarum 9. 0

Prima ex basi Romana longiore.

381. Secundum est latus poligoni, quod pertinet a tholo D. Petri ad montem Januarium, quod cum juxta num. 324 ex angulorum reductione prodierit passuum 22935. 6, prodiit ex immediata reductione minus passibus 3. 6; in qua eadem ratione si aberrarent a veris reliqua omnia latera, gradus evaderet major in ratione 22935.6 ad 6.3, qui cum obvenerit hexapedarum 56966. 3, inito calculo quartus proportionalis, qui exhibet addi-

Secunda ex reductione immediata lateris posteriori quæ ipsæ exhibet majorem.

additamentum faciendum in ea hypothefi, erit 8. 9

Tertia ex ob-
fervationibus &
Cycni tutiori-
bus.

382. Tertium est, quod in arcu cælesti definiendo videatur maximè fidendum esse observationibus & Cycni Romanis prioribus collatis cum Ariminensibus. Inde juxta num. 165 hujus opusculi erueretur arcus cælestis $2^{\circ}. 9'. 46''$. 1, sive $7786''$. 1, qui ex omnibus simul erat $2^{\circ}. 9'. 47''$, adeoque gradus augetur in ratione 7787 ad 7786. 1, & factis ut 7786. 1 ad differentiam 0. 9, ita gradus hexapedarum 56966. 3 ad quartum, prodirent hexapedæ 6. 6.

Correctionum
summa, & inde
gradus corre-
ctus.

383. Si jam fidere velimus soli huic Fixæ, & retinere totum incrementum 6. 6, ac retinere trientem discriminis a basibus inducti, cum Romana basis definita fuerit semel, Ariminensis bis per actualement mensuram, & trientem discriminis inducti a reductione laterum, nam id latus est postremum, & in prioribus error ex paucioribus erroribus collectus esse debet minor, ut adeo non debeat dimidium sumi, habebimus ex primo capite 3. 0, ex secundo 3. 0, ex tertio 6. 6. nimirum 12. 6. Addatur id gradui hexapedarum 56966. 3 superius invento, & jam erit gradus 56979 fere accurate, ut eum, Mairius posuit opusculo 2, num. 49, & ego opusculo 1, num. 204.

Creditus potius
justo major.

384. Hunc ego gradum aliquot hexapedis omnino cenfeo majorem justo. Nam & Ariminensi basi multo æquiore solo bis definitæ cum tanto consensu multo magis fido, quam Romanæ, idque magis, quam in ratione 2 ad 1. Est cur nonnihil suspicer de illa ipsa altitudine montis Januarii visi e tholo D. Petri, in quo puto haberi maximam partem causæ ejus discriminis, & quod caput est multo magis fido determinationi arcus cælestis mediæ inter omnes determinationes tam multas, quam unicæ per unicam Fixam, quod si fiat de more, fere 7 hexapedæ correctionis adhibitæ statim concidunt.

Qui errores in
eo timeri possint

385. Errorem autem in eo suspicari omnino non possumus ex observationibus Astronomicis majorem eo, quem

quem secum ferat error unius secundi in iis commissus, qui est hexapedarum 7, nec ex basi majorem uno, aut altero pede, cum vix digitis duobus secunda Ariminen-
 sis basis a prima distiterit, & ea basis sit major, quam decima pars totius gradus, ut idcirco in eo consequatur error minor, quam decuplus. Ex angulis autem poligoni, errorem itidem timere non possum majorem eo, quem secum trahit discrimen illud basis Romanæ computatæ, & observatæ, quod vidimus secum trahere hexapedas ad summum 8. 5. Demum e poligoni reductione ad planum horizontale majorem timere non licet eo, quem exhibuit immediata illa reductio lateris nimirum 8. 9. Ex positio-
 ne poligoni non majorem hexapeda una. Mitto autem minora alia, quæ sensum effugiunt, de quibus supra ab-
 unde egimus, ut illam Romanæ baseos curvaturam, omissam, quæ juxta num. 353 gradum contraheret minus quam $\frac{2}{7}$ unius hexapedæ, atque alias ejusmodi. Quin immo cum e singulis expositis capitibus partes tantum-
 modo quædam erroris timeri debeant, & eorum fere omnium ratio habita sit in correctione supra adhibita, atque ita sit habita, ut gradus potius productior assum-
 ptus fuerit, quam par erat, omnino mihi persuasum est, no-
 strum hunc gradum non excedere hexapedas illas 56979, & huic quidem numero esse satis proximum.

386. Ex proportione exposita supra num. 374 facile hic gradus reducitur ad passus multiplicando ipsum per 3888, & dividendo per 2971, ac habetur 74565; ni-
 mirum gradus hic paullo major milliariis 74. $\frac{2}{3}$; unde constat milliaria geographica, quorum 60 concipiuntur in circulo maximo, esse multo majora Romanis hisce no-
 stris ita, ut illorum 4 fere contineant horum 5; leucas autem Gallicas, quarum numerantur 25 in gradu, conti-
 nere quamproxime terna milliaria Romana. Potest au-
 tem inde etiam diameter Terræ veræ proxima inveniri ad eos usus, quos habuimus supra num. 295. Erit enim semiperipheria, ducendo gradum in 180, passuum

Gradus in passibus: Inde diameter Terræ veræ proxima.

13421700. Unde factis, ut 355. ad 113, ita hîc numerus ad quartum, prodit semidiameter 4272260. & diameter 8544520 vere proxima, sive media quædam ex medio hoc nostro gradu deducta.

Instrumenta & Artifici suo debere multum & fore Astronomis utilia.

387. Atque hæc quidem de mensura gradus dicta sint satis ex occasione agendi de apparatu, & usu instrumentorum a nobis adhibitorum, quorum usus ad hanc ipsam mensuram tendebat totus. Illud addam tantummodo, quod ad instrumenta pertinet, plurima me quidem Artifici Rufo suggestisse, & ideam quandam semper eorum, quæ vellem, multa tamen ipsum in iis potissimum, quæ ad quadrantis fulcrum, & varios motus pertinent pro ingenio suo excogitasse per sese. Spero autem eadem eodem modulo multum etiam perficienda ab aliis imposterum, & summo futura usui Astronomis.

Alia bases ad locorum propiorum determinationem, & aliud instrumentum crassius.

488. Addo & illud, ubi locorum pro mappa positiones investigabamus, sæpe nos alibi multo crassius, sed ad rem, quæ tum ageretur abunde accurate dimensos esse bases methodo multo expeditiore, incedendo nimis passu quodam nec nimis concitato, nec nimis lento, cum citra paucorum admodum passuum errorem constaret nobis bis mille ejusmodi passus uni milliari æquivalere, ac brevi ligneo instrumento captis angulis in utroque extremo baseos ita definitæ, definiebamus satis accurate positus locorum, quæ parum aberant; quod ex occasione basium sit dictum. Sed jam me quintum opusculum ad sese vocat.