



EXPOSITIONIS
PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ
LIBER IV.

Effectus Gravitatis Universalis Methodo Syn-
theticæ exponuntur.

C A P U T I.

De centro Systematis Solaris.

I. **P**ostquam Newtonus e comperto gra-
vitatis principio ad omnes materiae
particulas universe pertinente praeci-
puas potentias in Mundano Systemate agentes defi-
nivit-

nivisset, vires, inquam, in solem, Jovem, Saturnum ac terram; postquam etiam corporum cœlestium motus in spatiis aut resistentia penitus liberis, aut certe tam exigua impeditis, ut ejus effectus omnem effugeret sensum, peragi certis indiciis cognovisset, eo sepe jam vidit loco, ut systematis universi expositionem methodo synthetica deducere, atque effecta e causis tanta cum evidenter stabilitis eruere fibi liceret. Scilicet quodvis principium generale naturæ rite semel demonstratum ingentis accessionis loco in Philosophia habendum est, maxime si & de mutationis lege, & directione, & viribus ipsis id genus potentiae non minus luculentiter constiterit. Quanta autem ejus, de quo agimus, sit foecunditas, tam varia phænomena, quorum rationes inde pendent, longe clarissime testatum faciunt. Itaque per vestigationem suam Newtonus a centro systematis universi orditur. Pythagoræ equidem hac excellentiae nota solis centrum donarunt; telluris, qui Aristotelem, & Ptolomæum sequebantur: at cum Newtonus haec duo corpora in sepe mutua gravitate urgeri deprehendisset, & singula in reliqua omnia totius systematis, ea non magis a motu eximia censerri poterant, ac aliorum quodlibet.

2. Totius systematis centrum gravitatis unicum est punctum, cui quietem tribuere fas sit; illi scilicet, in quod universa concurreret materia corporea per mundum sparsa, si cohibitis corporum motibus, quibus circa illud deferuntur, gravitatis viribus libere agendi potestas fieret. Mutua corporum actio, alterius in alterum attractio, aut repulsio

fio, statum hujus centri intactum relinquit penitus, nec minimum mutat, ut proinde aut quiescere debat, aut in linea recta uniformi motu progredi. Et si porro communem omnium rogemus sententiam, si sensus, si rationem, si observata consulamus, nihil deprehendemus omnium, quod huic motum tribuere suadeat. Itaque commune hoc gravitatis centrum unum erit punctum immobile, reliquis omnibus universi corporibus variis circa illud motibus agitatis.

3. Quoniam autem leges agendi, quas natura in gravitate sequitur, ex iis perspectas habemus, quae in telluris nostræ superficie quotidie evenire cernimus, corporum systematis solaris motus e mutua gravitatione ortos, non aliunde illustrare commodius possumus, quam e quibusdam eorum imaginibus in terra sese prodentibus, postquam tam luculenta congruentia inter vires nostratia corpora impellentes, atque eas, quae cœlestia afficiunt, fuit deprehensa. Extra dubitationem est, quod si corpus a quavis potentia, aut machinæ cujusvis ope, in aerem ejiciatur, vis illa æquali nisu in oppositum tellurem quoque impellat; & si quidem tanta foret, quanta integro alicui monti, aut majori etiam portioni hunc in modum jaciendæ satis est, pari impulsu directione contraria reliquum hujus globi urgeret, ea quidem ratione, ut cum ejecta illa prior portio in curva sua moveri inciperet, pars residua in oppositum æquali motus quantitate ferretur; verum eo minore cum velocitate, quo ejus materia massam illius magis superaret: itaque telluris ambæ

A a a por-

portiones in sua quavis moverentur orbita circa commune gravitatis centrum, quod statum, quo ante projectionem erat, conservaret eundem. At si deinceps motus utriusque hujus partis medii resistentia extingueretur, denuo circa illud in unum véluti cumulum sese conjungerent. Si consimili ratione plures terræ portiones projicerentur, commune gravitatis centrum nihil per impressos eis motus turbaretur, sed ex omnes circa hoc revolvi pergerent, ita, ut summa motuum una ex parte hujus centri, omnino esset eadem, ac ex altera: id, quod etiam locum habet in omnibus exiguis illis motibus corporum, qui in tellure quotidie efficiuntur.

4. Jam vero in motibus hisce, de quibus nunc diximus, exemplar quoddam habetur eorum, qui in solari systemate in maximis fiunt corporibus: nec enim minus partes systematis mutua gravitate sese conjungere nituntur, quam telluris quævis portiones; atque ut hæ dissectæ, & ratione, quam indicavimus, projectæ circa centrum suum commune gravitatis moverentur; ita & cœlestia corpora circa suum commune centrum orbitas suas describunt; aut vero ut nunc quotidie projecta a nobis corpora prope telluris superficiem circa globi nostri, ipsorumque commune gravitatis centrum curvarum suarum portionem percurrunt: ut in eo tantum dispar sit vasti hujus systematis conditio, quod globi cœlestes inde ex maximis intervallis impulsi sint, ita definita virium mensura, ut planetarum orbitæ circulis fint admodum propinquæ, quo fit, ut neque multum a sole recedant, neque accedant ad eum pro-

propius , cum revolvuntur. Verum nequicquam Mundi Creator hæc corpora ita fecisset densa , ut distantiæ ratio poscebat , nisi inter vires proportionem quandam constituisse , qua periodos suas ad eadem intervalla peragere possent , neque longius ab iis exerrare: & quemadmodum vis tam vastis corporibus (quorum aliqua terræ molem sæpius excedunt) impellendis necessaria primi motoris potentiam manifestam reddit ; ita justa ejus proportio , & definita lege pro diversis planetarum intervallis variata , directioque opportunissima , sapientiam supremi Moderatoris declarant.

5. Fingere licet , universam mundani systematis massam primum illic in unum globum collectam fuisse , ubi nunc est entrum commune gravitatis totius systematis : ex hoc subinde varia corpora formata esse , atque ad congrua singula intervalla separata , ubi motus projectionis illis fuerit impressus ; potentias autem , quæ hæc corpora disjunxerint , atque ad motum impulerint , observasse naturæ legem , actioni semper æqualem reactionem requirentis , & cui re ipsa omnis generis vires subjacent. Hunc in modum cœlestium corporum motibus initium si factum fuisset , procul dubio perpetuo iidem persisterent , quin ullum motum in systematis totius centrum unquam inveharent.

6. Atque cum semel corpora in suis orbitis moveri cœperint , nil vetat ponere præterea , illis ex quædam in minores portiones divisa esse , potentiis iisdem legibus agentibus : unde ortum duxerint scilicet minora alia , & peculiaria systemata ,

A a a 2 velu-

veluti terræ ac lunæ, Jovis & Saturni cum suis satellitibus. Et in ejusmodi quidem peculiari systemate nullum corpus quiescat: terra & luna circa commune suum centrum gravitatis revolvuntur, dum interea illud ipsum motu certis definito regulis circa magni systematis centrum agitur. Idem de Jove, Saturno, eorumque comitibus censendum. Leges porro naturæ certos nos reddunt, motus corporum in minoribus systematis circa commune gravitatis centrum, haud quaquam officere illi, quo ipsum circa solaris systematis centrum fertur. Constituto denique secundæ classis quopiam systemate, facile patet, posse nova corporum sectione inferioris adhuc ordinis systemata enasci. Verum in natura divisio non tam longe progreditur, nisi quis velit ejus generis exemplum haberi in motibus corporum prope planetarum secundariorum superficiem projectorum.

7. Supereft, ut jam consideremus, ubinam hoc quietis punctum, five commune systematis totius gravitatis centrum collocandum fit? & ex iis, quæ superius exposuimus, manifestum sane est, illud haud posse longe à sole abesse, utpote cujus massa, immane, quantum materiam omnem reliquorum globorum cœlestium, si una accipientur omnes, exuperet. Multo vero id etiam cognoscetur clarius, si, quæ de centro gravitatis alias attulimus, in memoriam revocentur; hoc scilicet tanto semper ceteris majori corpori esse vicinius, quanto id reliqua amplius excedit. Planetis aliis mole præstat Jupiter, qui tamen non nisi $\frac{1}{7067}$ partem solis æquat, ut

ut proinde horum globorum commune gravitatis centrum millies sexagies & septies ad solem proprius, quam ad Jovem constituendum sit: & quoniam Jupiter a sole paullo magis, quam 1067 semidiametris solaribus remotus est, consequens est, solis, Jovisque centrum gravitatis parum admodum extra solis superficiem reperiri. Saturnus Jove & minus densus est, & mole multum inferior, ut proinde Saturni & solis gravitatis commune centrum intra solis ambitum contineatur. Hac methodo evidens plane fit, quod planetis omnibus in eadem recta ex eadem solis parte collocatis commune gravitatis centrum omnium horum globorum vix semidiametro a superficie solaris corporis remotum foret, quod quidem maximum omnium est intervallum, ad quod unquam possit recedere. Quare licet sol perpetuis motibus circa gravitatis commune centrum agitetur, cum tamen in tanta ejus semper constitutus sit vicinia, non immerito ab Astronomis velut ipsum systematis totius centrum spectetur. Ita quippe exiles illæ impulsiones a potentiss corpora in altum ejicientibus in globum nostrum factæ, & quæ, si accurate loquamur, motum quempiam reapse in eo efficiunt, non vetant, quo minus telluris quietem nihil turbari arbitremur, viribus tam exilibus non minus, quam earum effectibus, insuper habitis.



C A P U T II.

Cur e Gravitate communi non nihil turbationis in motus Planetarum redundet.

I. **S**I Planetæ nullis aliis viribus afficerentur, quam in solis centrum nitentibus, atque secundum generalem gravitatis legem agentibus; si que præterea centrum illud in quiete perstaret, eorum circa solem motus constante semper ordine perageretur, nullique perturbationi foret obnoxius. At enim vidimus, hos globos actioni virium in singula reliqua systematis planetarii corpora tendentium expositos esse. Quare ut certi quidpiam de harum potentiarum effectu constitui possit, fingit imprimis Newtonus, duo corpora æquali vi sese attrahentia circa commune gravitatis centrum revolvi. Et quoniam mutuæ eorum gravitationis directio ex altero ad alterum perpetuo per commune gravitatis centrum transit, ac præterea eorum ab hoc centro distantiae eadem proportione mutantur, qua distantiae alterius corporis ab altero; conficitur, ea debere areas æquales æqualibus temporibus describere, & figuræ similes inter se non modo circa commune illud gravitatis centrum, verum etiam, si alterum cir-

ca

ca alterum quiescens revolveretur (*). Unde mutua horum corporum attractio nihil penitus obturbaret ordinatæ alterius circa alterum periodo, qua demum cunque lege eorum gravitatem adstringi quis velit; sed illud tantummodo discriminis inde existeret, quod breviore tempore utrumvis circa commune gravitatis centrum revolutionem suam absolveret, quam si manente eodem utriusque intervallo alterum quiesceret, alterum circa quiescens moveretur, vi centripeta non mutata: quippe cum orbitæ circa centrum gravitatis commune descriptæ minores forent, quam quæ ab alterutro circa alterum quiescens percurreretur (quod scilicet idem inter utrumvis intervallum manere ponatur), atque huic undique similes, minore utique temporis spatio concicerentur.

2. Si tria, plurave corpora mutuis fese viribus attrahant, cujusvis gravitatio reliquorum actionibus genita e legibus compositionis motus definenda est, & si quidem gravitatis agendi ratio communis sit cum ea, quam in solari systemate vigere ostendimus, corporis nisus haud quaquam ad commune omnium gravitatis centrum, vel certum quodpiam punctum spectabit, sed jam in hanc illius centri partem, jam in alteram dirigetur, ut nequeant areæ æqualibus temporum intervallis æquales circa ullum totius systematis punctum a radiis vectoribus verri, atque corporum motus perquam turbatos enasci sit necesse. At vero si inter hæc corpora unum

(*) Princip. Lib. I. Propos. 58.

unum aliquod cetera magnitudine multum superet, ut ejus actionis comparatione aliorum vires vix in computum venire possint, centrumque gravitatis commune proxime ab eodem absit, motus in hoc systemate parum admodum a legibus aberrabunt, areis æqualibus temporibus proxime æqualibus respondentibus, & orbitis corporum vix ab ellipsibus discrepantibus, in quarum altero foco centrum illud sit constitutum. Quis vero non videat, rem ita prorsus cum sole & planetis habere, si quæ de eorum materiæ quantitate diximus, animo reputet? unde non modo ad leges exacti planetarum motus e gravitate deducuntur; verum etiam exigua quælibet eorundem perturbatio ex eodem principio est repetenda. Porro peculiaria Saturni, Jovisque, & eorum comitum systemata ad hunc omnino modum comparata sunt; at quod ad tellurem & lunam, et si magnitudinem minus sit discriminè, & commune utriusque gravitatis centrum longius a terra removeatur, quoniam tamen non nisi duobus corporibus hoc sistema constat, vix quicquam turbarum eorum circa commune centrum periodis infertur, aut certe cognito illo centro non admodum difficulter definitur. Peculiaria hæc telluris, Jovis ac Saturni systemata circa commune solaris centrum gravitatis deferuntur, quin mutua planetarum gravitatio, qua cujusvis partes in ordine continentur, e solis actione æquabiliter in singula corpora directa damnum patiatur. Dum classis integra currentibus, quas vocant, aquis, in singulas naves æquali vi illapsis abripitur, motus inter se comparati haud quicquam mutantur, & ne quidem per-

percipi posset cursus ille contrarius , si , qui iis vē-
hantur navibus , nihil viderent , quod non eadem
communis fluxio auferret secum. Pari ratione , si
eadem directione , eademque vi sol in systemata
secundaria ageret , peculiaribus eorum corporum mo-
tibus nihil afferret mutationis , nec id quidem un-
quam observare liceret , nisi cum stellis fixis inire-
tur comparatio , aut cum alio quopiam corpore ex-
tra sistema particulare posito , aut si quod foret
aliud , quod non eodem modo , ac reliqua , vi so-
lis afficeretur. Sed quia neque constans omnino est
solis actio in partes horum systematum , neque etiam
eadem semper ejus directio , aliquantum inde ut mo-
tus varientur , est necesse.

3. Quanquam vero sol , inferioresque plane-
tæ conjunctis viribus in planeta quopiam superiore
nism efficiant , qui non accurate commune gravita-
tis centrum respiciat ; quoniam tamen ab hoc longe
minus , quam a quolibet alio aberrat , superioris
planetæ motus magis cum legibus consentiet , si at-
tractionis centrum in eo figatur puncto potius , ac
in alio quounque , & , quam percurret , ellipsis ex-
acta erit , si focum inferiorem illic habuerit. Equi-
dem alterius hoc remotioris planetæ actio non desti-
tuetur penitus effectu in motum ejusmodi ellipticum ;
at quia simul in omnes inferiores planetas hujus vis
exeritur , qua quidem ejus parte hi omnes afficiun-
tur æqualiter , æqualique directione , nihil inde mo-
tus deflectet a regulis , sed ea tantummodo portio-
ne , qua actionum discrimin definitur. Et quoniam
hoc tam exiguum est , atque effectus inter se op-

B b b posī-

positos pro contrario remotioris illius planetæ situ in diversis orbitæ locis gignit, vix quicquam mutatio-
nis etiam plurium revolutionum tempore inde existet
in orbita planetæ mediæ.

4. Actio Jovis in Saturnum, cum maxima
est (dum nempe conjunctionis tempore minimo in-
tervallo disjunguntur) virium solis in Saturnum pars
ducentesima quarta est, siquidem materia in sole con-
tenta cum massa Jovis, & quadratum distantiæ so-
lis a Saturno cum quadrato distantiæ Jovis ab eo-
dem Saturno comparentur. Non caret equidem hæc
actio effectu suo, & Saturni orbita magis cum el-
lipsi consentire deprehendetur, si focus non in cen-
tro solis, sed in centro communi gravitatis solis &
Jovis, aut potius solis, omniumque planetarum Sa-
turno inferiorum, constituatur. Eodem modo reli-
quorum planetarum singulorum orbitæ minus ab el-
lipsibus discedent, si focus earum alter in centro
gravitatis solis, ac singulis inferiorum ponatur.

5. Jovis quidem tota actio ad perturbandum
Saturni motum impenditur, quandoquidem, cum in
conjunctione versantur hi duo planetæ, ejus directio
in Saturnum opposita est directioni in solem. At
quia tum Saturnus in Jovem & solem eadem direc-
tione agit, nihil Jovis circa solem motui officeret,
si vis, qua in utrumque hoc sidus gravitat, ea-
dem foret; unde tantummodo excessu illius in hunc
planetam supra eam, qua in solem nititur, Jovem
a definito alias cursu deflectit. Jam vero hoc vi-
rium discriminem non nisi ¹⁹²³ partem actionis solis
in

in Jovem æquat, atque adeo minus longe est, quam Jovis gravitatio, qua is Saturnum e sua orbita dimovet. In ceteris planetis actiones alterius in alterum his multo inferiores sunt, multoque minus obfunt ordinatis motibus, ut planeta quisque solem proprius ambit. Una telluris orbita paullo magis exercitare poterit, quam aliorum vicinorum planetarum, quod circa systematis sui peculiaris gravitatis centrum revoluta tellure, illud ipsum interea centrum orbem annum circa solem percurrat.

6. Si planetæ & a se se mutuo, & a sole attraherentur, at non item sol a planetis, hujus reactionis defectu fieri necesse foret, ut commune gravitatis magni solaris systematis centrum moveretur, e quo novi rursus errores in orbitas inducerentur. Et si porro planetæ primarii non mutuis traherentur a suis satellitibus viribus, ut hi ab illis, alter item aberrationum fons inde oriretur. Denique si majoris molis planetæ Jupiter & Saturnus in orbitis magis contractis deferrentur, eorum vis motus systematis planetarii multo redderet intricatores; at cum tanto supra cetera cœlestia corpora intervallo revolvantur, æqualiter fere in solem, & inferiores planetas agunt, eorumque circa solem motus parum admodum immutant; e quo etiam illud redundat commodi, quod minor sit solis vis ad satellites perturbandos. Licet autem terra cum luna in spatiis soli longe vicinioribus periodos suas peragant, paucioribus tamen erroribus obnoxiae sunt, quod sistema hoc non nisi e duobus corporibus componatur. Erit in sequentiibus ostendendi locus, intra planetarum orbes come-

tas exiguo morari tempore , & maxima revolutionum parte ad tam immensa recedere spatia , ut nulla pene vi in planetarum motus influere possint . Atque ex his appareat , gravitatis legem , ejus agendi rationem , corporum cœlestium in universo hoc systemate collocationem , omnia denique conspirare , ut motus omnes quam accuratissime servent ordinem . Verum his majus adhuc lumen e sequente Capite accedet .

C A P U T III.

Cur Planetæ singulis revolutionibus ad solem propius accedant , indeque rursus discedant .

I. **E**xpendimus adhuc vires in solari systemate agentes , illasque , quæ planetas in definitis singulis orbitis retinent , multo potiores deprehendimus , quam quæ constantem eorum cursum perturbare annituntur . Jam illud ad examen revocandum , qua ratione e potentiarum istarum actionibus motus in hisce orbitis enascatur ; qui item fiat , ut planeta quisque , cum circa centrum , in quod gravitat , revolvitur , alternis ab illo ascendet & descendat . Res hæc eo potiore jure in luce debita constitui postulat , quod nihil simile in gravium

vium motibus prope telluris superficiem evenire cernamus, quæ mox in terram gravitate sua recidere coguntur: seu enim ad perpendiculum sursum ejiciantur, seu oblique impulsæ ferantur, paulo post pondere suo relapsa solo alliduntur. Hinc scilicet est, quod multis difficile accidat, animo ejusmodi planetæ motum concipere, quo, postquam ad solis viciniam majorem pertigit, rursus ab eo recedat longius, maxime cum ejus in solem gravitas intervallo imminuto augeatur, decrescat aucto. Proclive nempe est, ut sibi persuadeant, accessu semel ad solem factò corpus debere magis semper, hmagisque propinquare, dum tandem in eum globum concidat, more corporum nostrantium in tellurem relabentium.

2. Verum duarum rerum isthic consideratio permagni est momenti, imprimis velocitatem quamlibet, quavis demum machina, quæ & summa violentia, & maxima perniciitate corpora ejicere in altum possit, impressam haud quaquam in comparationem cum illa venire posse, quæ intra pauca minuta temporis a gravitate in cadentibus efficeretur; tum etiam spatia a projectis confecta tam esse exilia, si ad distantiam centri telluris referantur, ut gravitatis directio a lineis parallelis vix aberret, ac propterea vis centrifuga, rotatione circa centrum genita, insuper habeatur. At si jactus in amplioribus spatiis spectemus, corpusque in orbita sua delatum persequamur longius, gravitatis directio jam consideranda nobis est velut in centrum convergens, atque ratio vis centrifugæ, e rotationis motu circa

B b b 3 idem

idem centrum ortæ habenda. Evidem & ejusmodi gravitatis leges se nobis offerent, quibus corpus proprius semper ad centrum descendens in illud tandem decideret; at nec aliæ deerunt, quibus alternos accessus & recessus reciprocet. Jam vero quid inter has intersit, videndum nobis est.

Et primo quidem cuivis perspicuum est, facile definiri vim, qua corpus in centrum S (fig. 65) attractum recta AE ad AS perpendiculari impelli debeat, ut in circulo AL a æquabiliter latum, peracta periodo in locum A motu, quem ab initio accepit, redeat. Vis enim eadem gravitatis corpus A a tangente sua AE dimovere nitens, in quovis alio puncto L ex æquali ab S intervallo in illud agit, atque æquali tempore tantundem a tangente deflectit. At quoniam e rotationis motu vis a centro abeundi genita gravitati par est, neutra plus in corpus poterit, quod proinde neque a centro discedet unquam longius, neque etiam proprius accedet. Si projectionis impulsum augeri ponamus, gravitatis quoque vis ut crescat, necesse est, ut corpus in eodem permaneat circulo, idque ea lege, ut si dupla fuerit impulsio, attractio in centrum non nisi prioris quadrupla eidem describendo circulo sufficiat, quandoquidem AK duplam AL æquante, punctum K quadruplo longius a tangente removetur, quam L, uti superius ostendimus. Hinc generatim gravitas corpus in eodem circulo retinens duplicatam sequitur vis projectionis rationem, & (quod consequitur) celeritas subduplicatam gravitatis;

tis; nempe si sumantur attractiones ut 1 & 4, velocitates futuræ sunt ut 1 & 2.

3. Corpus e minore a centro virium distantia eadem velocitate projectum, velut e D, majore gravitate urgeri debet, ut in circulo moveatur; quippe cum hujus major sit curvatura, extremum P arcus DP, cum AL æqualis, longius abest a tangente in D, quam punctum L a tangente in A, ea quidem ratione, qua arcus DP magis curvatur, seu qua intervallum SD minus est, quam SA. Quod si porro projectionis celeritas in D augeatur, qua longior scilicet arcus DQ eodem temporis spatio percurri possit, gravitas simul, ut corpus ex hoc circulo non exerret, in duplicata ratione crescat, oportet; cum & QT ad PR sit in ratione duplicata spatii DQ ad DP. Sit exempli causa velocitas in D ad velocitatem in A, ut est SA ad SD, erit QT ad PR ut quadratum SA ad quadratum SD; & QT ad LM, ut cubus SA ad cubum SD, id est, vires, quibus corpora in circulis retinentur, sunt reciproce ut cubi radiorum, dum velocitates sunt in ratione inversa simplice radiorum eorundem; & e contrario, si vires centrales sint in ratione inversa triplicata radiorum, velocitates projectionis ad diversos circulos describendos necessariae sunt reciproce ut distantiae a centro virium.

4. Universo itaque, cum gravitates corporum in circulis circa commune centrum latorum crescant simul in ratione quadratorum celeritatum auctarum, simul in ratione inversa distantiarum; ut celeritates

ritates comparari possint, quæ projectione imprimendæ sunt corporibus in illis circulis movendis, evidens est, debere rationem gravitatum cum ratione distantiarum in unam componi, atque inde haberi rationem quadratorum velocitatum. Hunc in modum cum in systemate planetario duorum corporum, quorum distantiæ sunt ut 1 ad 4, gravitates sint ut 16 ad 1; hæ rationes compositæ exhibent rationem 16 ad 4, vel 4 ad 1, quadratorum scilicet velocitatum, ut ipsæ propterea velocitates sint ut 2 ad 1. Et hac quidem methodo, quæcunque sit gravitatis lex data, definiri poterit ratio velocitatum in quibusvis a centro virium S intervallis, quibus impellenda sunt corpora, ut circa illud in circulis deferantur.

5. Si corpus minore cum celeritate projiciatur e loco A (fig. 64), quam quæ requiritur, ut in circulo moveatur, necesse est, ut intra circumflexum recidat. Etenim nifus a centro abeundi e motu circa S genitus minor tum est, quam quem haberet corpus in circulo progrediens, atque id in ratione, qua velocitatis illius quadratum minus est, quam foret in circulo; quare in eadem ratione a gravitate superatur, ut corpus gravitatis excessu supra vim centrifugam proprius ad centrum accedere cogatur. Præterea motus corporis per arcum orbitæ A B M descendenter accelerari debet, descriptis semper a radiis vectoribus intra æqualia temporis spatia areis æqualibus; ac velocitas in M tanto major erit, quam in A, quanto S A major est, quam S P, seu perpendicular e centro virium ad tangentem orbitæ in M de-

M demissum. Nam si arcus AK, MN eodem percurrentur tempore, areæ triangulares ASK, MSN æquantur, ideoque bases AK, MN rationem inversam altitudinum SA, SP sequuntur: cum itaque velocitates sint ut arcus AK, MN, eadem quoque in ratione reciproca SA & SP erunt. Hinc velocitas in orbita ex A in M magis augetur, quam minuantur distantiae SA, SM, quippe cum SA sit ad SP in majore ratione, quam SA ad SM. Tum vero unice, quando denuo directio corporis ad radium vectorem ex S ductum fit perpendicularis, velut in puncto quopiam B, SM & SP congruent, & velocitatum ratio erit eadem cum inversa distantiarum SA, SB.

6. Quando corporis in B directione ad SB normali projecti tanta est celeritas, ut excedat eam, qua circulus BGH circa virium centrum ad distantiam SB describi posset; corpus extra circulum hunc feretur, & a centro S discedet. Scilicet id si fiat, motu rotationis major generatur vis centrifuga, quam si corpus in circulo BGH moveretur, quæ proinde gravitatis actione superior erit, & excessu suo corpus ab attractionis centro S removebit. Porro dum corpus ascendit, ejus motus perpetuo imminuitur, utpote gravitatis actione retardatus, ut velocitas ubivis minor futura sit, quam in B, in ratione SB ad Sp, id est, ad perpendicularum ex S ad lineam directionis, quam motus sequitur, demissum.

7. Descendit itaque Planeta a puncto A, (quod *apsidem superiorem* dicunt) ad punctum B, *apsidem inferiorem*, indeque rursus ad A enitur. Nempe descensus causa est accessus ad centrum attractionis, cum in A minore feratur celeritate, quam qua opus foret ad eum retinendum in circulo ad intervallum SA circa centrum S. Et quoniam in descensu propior semper fit suo centro S, majorem nanciscitur celeritatem, quam quæ satis esset percurrentis circulis ad illas distantias. Est enim celeritas in orbita, cum ad B pertigit, velocitate in A tanto major, quanto minor est SB, quam SA, dum celeritas in circulo describendo radio SB tantummodo excederet eam, quæ necessaria est ad circulum radii SA percurrentum, in ratione \sqrt{SA} ad \sqrt{SB} , & siquidem poneretur SA ad SB, ut 4 ad 1, prior ratio foret 4 ad 1; altera tantum 2 ad 1. E quibus clarum fit, quantum velocitas in orbitæ puncto B eam superare possit, quæ haberetur in circulo ad idem spatium, etsi in orbitæ loco A minor sit, quam qua Planeta in circulo ad distantiam SA deferri posset. In superiore orbitæ parte celeritas corporis minor est illa, quæ motui in circulos circa S efficiendo par est; at enim majora accipit incrementa in accessu ad centrum attractionis, quam ut enasci possit illa velocitas, quæ circulis ex iisdem intervallis describendis est opportuna, ut proinde in infima orbitæ parte eam supereret. Verum in binis apsidibus altera vincit alteram vicibus alternis: quæ ad circulos requiritur, in superiore apside; qua orbita percurritur, in inferiore. Hinc dum corpus velocitate orbitæ, quæ circularem excedit, ex B digreditur,

hæc

hæc (quæ circulis fatis est) sensim superat velocitatem orbitæ, scilicet non tantis imminuta decrementis, quantis ista lentescit, ut corpus in ascensu dimidiā ellipſin percurrere debeat, æqualem, similiiterque positam alteri dimidiæ, quam in descensu descripsit.

8. Gravitas quidem in B excedit gravitatem in A ea proportione, qua distantiae quadratum minus fit. Verum conatus a centro abeundi e motu circa S enatus, in majore crescit ratione, ea nempe, qua distantiarum cubi decrescunt. Nam vires centrifugæ sunt in ratione composita e directa quadratorum velocitatum, & inversa distantiarum simplificium; est vero prima harum eadem cum reciproca duplicata distantiarum, atque ideo ex iis composita est ratio inversa cuborum distantiarum. Quare necesse est, ut vires centrifugæ magis crescant, quam gravitates; & quamvis hæ superent in superiore orbitæ parte; illæ tamen alternis vicibus in inferiore vincent. Unde attractio in apside superiore viribus superior efficit, ut corpus ad punctum S accedat; vis centrifuga in inferiore ab eodem S illud rursus dimovet, ut consequenter utriusque actione ab apside altera ad alteram planeta revolvatur.

9. Ex iis, quæ diximus, perspicuum est, posse corpus a superiore apside ad inferiorem descendere, indeque iterum ascendere ad illam, siquidem velocitates necessariæ ad corpus retinendum in circulis circa virium centrum in accessu ad hoc crescant in minore ratione, quam celeritates, quibus orbita A

MB describitur. Nam licet velocitas in circulo ad maximam distantiam excedat velocitatem in orbita; hæc tamen decrescentibus distantiis magis augetur, atque cum corpus ad infimam orbitæ partem pervenit, superat velocitatem, qua isthic describeretur circulus, ideoque rursus a centro longius abducitur. At si velocitates describendis circulis congruentes in accessu versus centrum attractionis, seu in majore, seu in eadem ratione, qua velocitas in orbita, crescant, tum vero, cum velocitas in puncto orbitæ A posita sit minor, quam quæ haberetur in circulo, hæc semper minor manebit, neque unquam illas poterit ita excedere, ut corpus denuo a centro removeat. Quare id ubi evenit, corpus nunquam iterum recedet a centro, cum semel ei vicinus est redditum, sed ad minora usque intervalla accedit, donec tandem in ipsum recidat. Etenim inde ab A versus centrum proprius admoveri incipiet, quod minorem habeat celeritatem, quam qua possit ex eo puncto circulum describere: tum quidem augetur ejus celeritas, ut ad minores semper pervenit distantias; sed quoniam velocitates, quæ corpus ad eadem spatia a centro S in circulis deferre possent, tantundem crescunt, velocitas in orbita semper hisce erit inferior, quibus in circulis moveretur, ut propterea accessus ad centrum futurus sit perpetuus.

10. Ut jam definiantur limites legis gravitatis, & virium projectionis, intra quos corpus vel ad centrum decidit, vel rursus inde abit, considerandum nobis est, velocitates in orbitæ punctis A & B esse in ratione inversa distantiarum eorundem locorum

corum a centro gravitationis ; & siquidem gravitas
augeatur in ratione cuborum distantiarum decrescen-
tium , esse velocitates pro circulis in A & B ne-
cessarias in eadem ratione inversa distantiarum puncti
S ab A & B. Quare haec si sumatur gravitatis lex ,
celeritates in circulis , & in locis orbitae A & B ,
eadem proportione mutantur , & quæ in altera ha-
rum distantiarum major fuerit , in altera quoque
excedet , ita , ut ex eadem causa , qua corpus ab
A versus punctum S accedit , itidem ex B acces-
sum prosequi debeat ; aut vero si ex B recedat ab
S , etiam ex A longius semper abeat : hoc est ,
accedendi semel facto initio , corpus semper ad ma-
jorem deseratur viciniam ; & ex opposito , si ali-
quando recedere cœperit , recessus nunquam abrum-
patur. Idem vero etiam evincitur ex illis , quæ
de vi centrifuga attulimus , quæ in eadem orbita in
ratione cubica imminutæ distantia augetur , sive in
eadem , in qua gravitas , ut præsens fert hypothesis .
Unde quæ harum virium in quavis apside fue-
rit altera superior , necesse est , ut etiam sit in al-
tera , siquidem apsidibus in orbita locus foret ; &
corpus vel perpetuo a centro recedet , vel ad illud
accedet perpetuo.

ii. Si gravitatis vires augeantur in ratione
reciproca majore , quam triplicata distantiarum a cen-
tro , velocitates , quibus corpus in circulis circa
idem centrum ferri posset , cum accedit ad illud , in
majore augmentur ratione , quam minuantur distantia ,
sive magis crescunt , quam celeritas , quam habet cor-

pus in orbita ex A in B descendens , ita , ut quemadmodum celeritas in circulo superat celeritatem in puncto orbitæ tantundem a centro remoto , sic multo magis eandem excedat in B , ut consequenter corpus , cuius gravitas hac lege mutatur , tam diu centro magis propinquet , donec penitus in illud cadat , siquidem ex A digressum versus illud admovei cæperit ; & ubi aliquando majorem acquisierit distantiam , ea augeatur deinceps semper . Porro quo major fuerit exponens dignitatis distantiæ , cuius rationem inversam gravitatis vis sequitur , eo pauciores circuitus , si cetera paria sint , peraget corpus , antequam centrum attingat . Si gravitas sit reciproce ut cubus distantiæ , infinites revolvetur corpus , dum perveniat ad centrum . Si augeatur in ratione quartæ potentiae distantiæ imminutæ , prosciaturque corpus ex A velocitate ea proportione minore , quam qua circulus describeretur , quia in habet $\sqrt{2}$ ad $\sqrt{3}$, corpus media revolutione confecta centrum tenebit , motumque in epicycloidis quadam specie exiget . Gravitate aucta in ratione inversa quintæ potentiae distantiarum a centro , & sumpta celeritate projectionis ad illam , qua circulum corpus percurreret , in ratione 1 ad $\sqrt{2}$, in semicirculo super diametro SA descripto ad centrum post dimidiam revolutionem descendet . Si gravitas reciproce ut septimæ potentiae distantiarum crescat , fitque celeritas projectionis ad celeritatem in circulo , ut 1 ad $\sqrt{3}$ corpus $\frac{1}{8}$ revolutionis partem peraget , dum ad centrum usque perveniat . Universe si lex gravitatis sit , ut sequatur rationem inversam potentiarum

$n+3$ distantiarum, & velocitas, quacum ex A projicitur corpus, sit ad velocitatem, qua per idem punctum describeret circulum, ut 1 ad $\sqrt{1 + \frac{n}{2}}$, absoluta $\frac{1}{2n}$ parte revolutionis in centro erit. Sie crescente attractione in ratione potentiarum distantiarum decrementum, quarum exponens est $3 \frac{1}{100}$, & celeritate projectionis posita ad celeritatem in circulo, ut 1 ad $\sqrt{1 + \frac{1}{100}}$, corpus, postquam quinquagesies centrum circuivit, in illud relabetur. Verum ista demonstrare hujus loci non est, quæ eum tantummodo in finem addidimus, ut theoriam exemplis magis redderemus perspicuam. (a).

12. Si minora sint attractionis incrementa, quam ut gravitas sequatur inversam rationem cuborum distantiarum, celeritates, quæ corpori in circulis circa S movendo fatis essent, cum proprius ad S acceditur, in minore ratione augentur, quam sit simplex distantiarum decrementum, &, quod consequitur, in minore, quam crescant velocitates in orbita ex A usque ad B. Itaque licet velocitas in orbita, cum distantiae maximæ sunt, excedatur a velocitate circuli; attamen hanc vincere poterit, cum ad distantias minores fuerit ventum, corpusque hac lege

(a) Vid. Tract. de Flux. Art. 437.

lege motum ab apside superiore ad inferiorem descendere, atque ab hac ad illam alternis reverti. Superabit scilicet gravitas in remotioribus orbitæ spatiis vñm a centro abeundi; at quia in descensu corporis minus augetur, quam vis centrifuga, in orbitæ parte inferiore posterior vincet, ac corpus ad priora intervalla deferet. Quod si cresceret gravitas, ut cubus distantiæ minuitur, corpus ad apsidem inferiorem B nunquam pertingeret. Ac si augeatur vis in centrum, ut quadrata distantiarum decrescant, corpus dimidium revolutionis absolvet, quando ad imam apsidem perveniet.

13. Si ea lege crescat reciproce gravitas, ut distantiæ potentia quæpiam minor tertia, & major secunda, corpus plus dimidia revolutione peraget, antequam a suprema apside ad infimam descendant, atque eo amplius, quo potentia illa crescentis gravitatis cubo fuerit propior: quippe tum velocitas in orbita eo minus semper vincet motum in circulo, ac vis centrifuga eo difficilius superabit gravitatem. At si eum in modum crescat gravitas, quo decrevit distantiæ potentia quadrato minor, cum tunc in accessu minus augeantur velocitates requisitæ pro circulis, quam quæ habentur in orbita; hæ illas, ac vis centrifuga actionem gravitatis citius excedent, minusque dimidia revolutione opus erit, ut corpus ad inferiorem apsidem deferatur, ac proinde nec integrum absolvet, cum rursus ad superiorem recedet. Hinc autem manifestum fit, quod quemadmodum apsidum situs immutabilis est, si corpora communis gravitatis lege regantur, hoc est, si attractio ita augera-

geatur, uti distantiarum quadrata minuuntur; sic necesse sit, ut apsides progrediantur directionem corporis secutæ, quando in majore ratione crescit gravitas; ac regrediantur in oppositum, dum ratio gravitatis auctæ est minor, quam duplicata reciproca distantiae. Cum porro abeunte ratione gravitatis reciproca quadratorum distantiae in rationem reciprocam cuborum, motus quodammodo infinitus in apsidibus efficiatur, ita, ut corpus nullo unquam tempore ad ullam earum revertatur; etiam perexigua a lege gravitatis, qua nunc tenentur corpora, deflexio faciet, ut in apsidibus oriatur motus haud quaquam negligendus, atque corporibus saepe tandem in orbem rediuntibus varius apsidum positus minimam quamvis legis gravitatis mutationem prodet. Quare illud recte hinc conficiemus, quod cum apsides in planetarum orbitis tam parum mutationis patientur, ut non nulli inter Astronomos ejus nullam habeant rationem, atque num motus iis reapse tribuendus sit, incertum habeant; quod, inquam, corporum istorum attractio cum lege quadratorum distantiarum inverse acceptorum quam accuratissime consentiat.

14. Ut tamen Newtonus apsidum motus e gravitate a communi lege tantillum aberrante ortos calculo subjiceret, fingit, planetas in ellipsibus defiri, quæ ipsæ constante ratione circa centrum S agantur, itaque peracta revolutione apsidum progressum definiant. In ellipsi quiescente superius jam comperimus, vires centripetas sequi rationem reciprocam quadratorum distantiarum SA & SB. At ponatur jam corpus moveri in ellipsi *a l b* (fig. 65) Fig. 65.

D d d

cir-

circa S definita lege mobili, ut manente in hac S l æquali cum SL in orbita immota, angulus AS l cum ASL constantem servet proportionem, quæ sit ratio quantitatis G ad F : tum vero oportebit, ut anguli in eadem ratione augeantur, dum inter m SL , & Sl æqualiter minuuntur, atque ut motus angularis utriusque corporis L & l circa S in hisce orbitis delati sit eadem proportio, nec non arearum, quas radii ab S ad ea corpora ducti verrunt, ita quidem, ut si corpora simul ex A projiciantur velocitatibus ejusdem rationis, atque congruis urgeantur viribus centripeticis, in hisce orbitis mota simul æqualiter ad S accedant, eodemque tempore perveniant ad l & L . Quoniam motus, quo centro propiora fiunt, in æqualibus ab eo distantiis æqualis est, atque ab excessu gravitationum supra vires centrifugas per rotationem circa S genitas provenit, necesse est, ut gravitas in orbitalium altera tantundem vim centrifugam superet, quantum in altera, & propterea virium centrifugarum discriminem sit idem, quod gravitatum: unde si reperienda sit gravitas in orbita mobili, gravitati in orbita immota, dum intervalla a centro sunt eadem, addi debebit excessus vis centrifugæ in orbita mobili supra vim centrifugam in immota ad easdem distantias. Jam vero sunt hæ vires centrifugæ in ratione data, quadratorum scilicet motuum angularium, hoc est, ut G^2 ad F^2 ; & earum differentia ad alterutram constantem habet rationem: ac si præterea diversæ sint distantiae, eadem vires centrifugæ (quemadmodum jam ostendimus) sunt reciproce ut distantiarum cu-
bi,

cubi, rursusque eārum differentia in eadem ratione mutari debet: quare differentia gravitatum in ellipſi mobili, atque altera immota, mutabitur quoque ut cubi distantiarum reciproce.

15. Si motus ellipſeos circa S revolutæ fit directus, hoc est, si progrediatur versus eandem partem cum corpore, motus angularis, ac proinde etiam gravitas, & vis centrifuga corporis orbitam mobilem percurrentis major est, quam in immota, ellipſi. At si ellipſis circa S in oppositum, ac motu retrogrado feratur, gravitas cum motu angulari in orbita fixa major est. Si primum contingat, differentia virium centrifugarum addita ad gravitatē in orbita immota exhibebit gravitatem in mobili ad eandem distantiam ab S; si alterum, eadem illa centrifugarum virium differentia auferenda est a gravitate in orbita fixa, ut acquiratur gravitas in mobili, quando par est in utraque ab S distantia.

16. In ellipſi immota vis centralis augetur ut quadratum distantiae minuitur. Adde huic vi alteram crescentem in ratione cubica inversa distantiae; summa inde collecta magis crescat, quam in ratione quadratorum, sed minus, quam in ratione cuborum distantiarum inversa. Quare corpus percurrentis ellipſin, quæ ipsa circa S habeat motum directum, necesse est, ut urgeatur vi mutabili in ratione inversa potentiae distantiarum quadrato majoris, sed minoris cubo. Quo porro is motus ellipſeos major est, eo quoque vis centrifuga, cum eadem sumitur distan-

tia , magis excedet vim centrifugam in ellipsi fixa ; eo item major erit pars illa vis centralis compositæ , quæ secundum cubos decrescentium distantiarum mutatur , si conferatur cum parte altera , quæ in ratione inversa quadratorum augetur ; denique eo magis ratio , quam in mutatione vis ex utraque exurgens sequitur , discedet a ratione duplicata , & eo vicinior erit rationi triplicatæ reciprocæ distantiarum . In ellipsi hunc in modum mobili gravitas , quæ est ut vis illa composita , nequit considerari , velut in accurata quadam ratione alicujus potentiae distantiae mutabilis ; quod si tamen ellipsis parum admodum a circulo discrepet , reperietur , vim compositam mutari in ratione , quæ proxima sit alicui potentiae distantiae : indeque ejusmodi ellipseos motus haberi poterit , ut virium illarum aggregatum varietur in ratione , quæ prope consentiat cum potentia distantiae , quæ inter quadratum & cubum definiri potest .

17. Si a vi crescente , ut quadrata distantiarum decrescunt , auferatur altera , quæ in majore , nempe ratione cubica decrescentium distantiarum , augetur ; quod relinquitur , crescat in minore ratione , quam quæ est quadratorum distantiarum imminutarum . Quodsi itaque corpus describat ellipsin circa S motu retrogrado præditam , oportet , ut in ea retineatur vi centrali in minore ratione variabili , quam inversa quadratorum distantiarum , atque eo quidem minore , quo motus ellipseos major fuerit , ut etiam , si sat velociter regrediatur , gravitas non modo non crescat in ratione imminutæ distantiae , sed etiam de-

decrescere possit. Et siquidem ellipsis circulo sit vicina, ejus motus talis esse poterit, ut vis residua mutetur in minore ratione quampiam, quam quadratorum distantiarum.

18. Ex his auctor noster eruit methodum, qua de apsidum motu constitui possit, quamcunque demum legem gravitatis actio sequatur. Etenim si ponatur hæc vis e principiis expositis supputata in ellipsi mobili secundum datam quampiam legem mutari, quinam inde in ellipsi, vel apsidibus, motus consequatur, invenit; atque etiam motu ellipseos dato potentiam distantiae definit, in cuius ratione proxime mutatur gravitas. (*)

19. Egimus adhuc, quantum instituti nostri ratio poscebat, de motu a gravitate pendente, dum corpus definita lege ab apside altera ad alteram revolveritur; & tum quidem distantia a centro gravitationis mutatur re ipsa, attamen ita, ut omnis ea varietas certis limitibus circumscribatur, intra quos constante tenore corpus periodos suas exigit: ejusmodi porro ut motus haberi possit, ostendimus requiri, ut gravitas minuatur in minore ratione, quam augeantur cubi distantiarum a centro. Sed enim non hunc in modum semper motus corporum est comparatus; quandoque enim, si sat magna sit projectionis in B celeritas, corpus perpetuo magis a virium centro recedens nunquam ad superiore

D d d 3 rem

(*) Vid. Princip. L. I. Sect. 9.

rem apsidem in A pervenit. Nam demonstravimus jam, quod si gravitas crescat ut cubi, vel ut altiores adhuc potentiae distantiarum decrescentium, & celeritas in B utcunque parum excedat eam, qua posset circulus describi circa gravitationis centrum, corpus longius semper ab S abeat. Si gravitas minuatur in minore ratione, quam crescant cubi distantiarum, corpus ex B projici poterit, ut itidem a centro removeatur perpetuo, modo gravitas in majore ratione decrescat, quam augeantur distantiae; nam tum limes est ratio inversa simplex distantiarum. Quod si gravitas in majore quamplam, quam simplice ratione distantiarum mutetur, tanta semper projectionis vi finita haberi potest celeritas, ut corpus a centro majorem semper acquirat distantiam; at si in hac accurate ratione, aut etiam in minore sit variabilis, nulla finita vis projectionis efficere potest, ut recessus corporis a centro S sit perpetuus, sed quacunque vi impellatur, semper inter duas apsides revolvetur.

20. Id ut perspicuum fiat, cogitare licet imprimis corpus, cuius gravitas minuatur in majore ratione, quam crescent distantiae, projici sursum in recta ad horizontem perpendiculari: quod si celeritas sit magna sit, corpus tota aeternitate ascendere perget motu ex actione gravitatis perpetuo retardato, at nunquam penitus extincto, quippe quae ita semper decrescit, ut ex actionibus ejusmodi numero infinitis non exurgat nisi quantitas finita.

21. Ea-

21. Eadem hæc lex est limes quidam eorum, in quibus recessus perpetuus a centro haberi potest sive in motibus rectilineis, sive in curvilineis. Demonstravit enim auctor noster, quod si corpus alterum in curva, alterum in recta ascendat vel descendat, ac utrumque eadem gravitatis lege teneatur, sitque in duabus quibuscumque æqualibus distantiis par utriusque velocitas, eadem æqualis sit futura in omnibus æqualibus altitudinibus (*). Hinc cum gravitas corpus in recta verticali in altum data quapiam celeritate projectum ad redeundum cogere nequeat; neque efficiet unquam, ut cum oblique projectum curvam describit, versus centrum rela-

(*) Sint (fig. 66) corporum L & P in distantiis æqualibus S L, SP celeritates æquales; & describant spatia Ll , Pp admodum parva, ita, ut sit $S l = Sp$. Describatur centro S arcus circuli p N l, secans SL in N, erit $LN = Pp$. Gravitas corporis L versus S resolvenda est in duplum vim, quarum altera per LR exhibita agit secundum tangentem LR, aut directionem corporis, altera secundum directionem RS ad tangentem perpendicularem, quæ propterea nihil ad motus accelerationem conferre potest: prior autem est ad gravitatem ut LR ad SR, vel LN ad Ll. Motus porro corporis P acceleratur totius gravitatis vi: unde vires acceleratrices corporum L & P sunt ut LN (vel Pp) ad Ll . At quia velocitates in L & P ponuntur æquales, tempora, quibus Ll & Pp percurruntur, sunt ut ipsa spatia Ll , & Pp , ut proinde, licet corpus L in descensu ad l minore vi acceleretur, attamen tempus, quo agit vis acceleratrix, in eadem ratione sit majus. Atque hinc intelligitur, accelerationes horum corporum, dum spatia Ll , Pp describunt, esse æquales, consequenter etiam eorum celeritates in l & p. Quare eodem modo æquales erunt in omnibus altitudinibus æqualibus. Vid. Princip. L. I. Prop. 40.

Fig. 66.

relabatur. Vis enim centrifuga e motu rotationis circa S proveniens ita gravitatis efficaciam immunit, ut elidendo motui ascensus obliqui magis impar sit, quam si recta sursum corpus ferretur. Quare si gravitas mutetur in ratione reciproca distantiae elevatae ad potentiam, cuius exponens unitate est major, corpus deferri poterit in orbita in infinitum recedente, siquidem definitae celeritatis impulsu projiciatnr.

22. Quod si jam ea fuerit projectionis velocitas, quam labendo e spatio infinite alto acquisivisset corpus, in curva parabolica abibit. At si adhuc majore projiciatur celeritate, quam quæ lapsu ex infinita altitudine acquireretur, curva ad hyperbolas pertinebit. Aliis porro legibus agente gravitate, si eodem ceterum modo corpori projecto imprimitur velocitas, quam gravitas ex infinito intervallo cadenti communicasset, in infinitum recedet revolutionis parte majore, minoreve, aut etiam revolutionum integrarum numero alias majore, minore alias peracto, ut nempe distantiae potentia, cuius rationem inversam gravitas sequitur, major fuerit, aut minor: limes tamen horum motuum, quicunque fit gravitatis modus, erit quarta revolutionis pars inde ab apside, sive ex eo loco, in quo directio motus perpendicularis est ad rectam e centro ad corpus ductam; cum plus semper temporis, quam huic conficiendæ fatis sit, recessus ad infinitum spatium requirat. Si gravitatis actio mutetur in ratione sesquialtera distantiae reciproca, corpus non nisi revolutionis perficiet, si ea fuerit in ratione dupli-

plicata reciproca, corpus in infinitum recedens in parabola dimidiam habebit revolutionem; si sequatur rationem reciprocam potentiae, cuius exponens est $\frac{1}{2}$, periodum complebit; at si reciprocam cuborum distantiarum observet, motusque projectionis obliquus sit ad radium, infinites corpus revolvitur. (**).

23. Si gravitas decrescat minus, quam in ratione simplice inversa distantiarum, & corpus ex apside quacunque finita vi projiciatur, haud poterit perpetuo recedere; sed in quavis distantia eandem habebit velocitatem, quam haberet in eadem distantia, si e punto A directe sursum eadem vi fuisset projectum: at quoniam in ascensu perpendiculari quælibet vis finita extingui debuisset; si corpus percurrat curvam, denuo versus centrum ut redeat, oportet, atque ubi per superiorem apsidem transierit, descendat ad inferiorem, quanquam hæc interea

(**) Generatim si gravitas mutetur reciproce ut potentia m distantiarum, ac corpus projiciatur oblique sursum celeritate, quæ sit ad eam, qua circulus describi posset, ut i

ad $\sqrt{\frac{m-1}{2}}$, perpetuo a centro recedet, & peraget

$\frac{1}{6-2m}$ revolutionis partem, seu $\frac{1}{2}n$, si nempe $\frac{1}{n}$ sit excessus numeri 3 supra m . Si gravitas sit reciproce ut distantiae potentia $2 \frac{99}{100}$, corpus quinquagesies revolvetur.

Vid. *Tracl. de Flux. Art. 416, Et seq.*

ea loco suo digredietur. Multo minus ad infinitum a centro spatium abire poterit corpus, si gravitas in ratione distantiarum augeatur. Atque ex hisce animadversionibus intelligi poterunt limites variorum motuum, quos variæ gravitatis leges efficerent.

C A P U T IV.

De Motu Lunæ.

I. **E**xpliuimus quidem generatim motus corporum coelestium, quæ solare systema constituant, rationibus e gravitate petitis, atque etiam monuimus, non nullas inæquabiles varietates, atque aberrationes in eos ex eodem principio induci; at quæ inde in lunæ motu oriuntur, peculiarem merentur considerationem, tum quod is planeta minimo omnium intervallo a nobis abest, tum quod non exiguum emolumentum ex ejus motibus accurate supputatis redundat. Qui alias struendis systematis operam dederunt, in ingentes semper inciderunt difficultates, dum phænomena suis cum principiis conciliare conarentur; verum auctor noster antevertit pene, quæ postea observatione sunt detecta: & quo ad majorem perfectionem motuum cognitio, qui in

in Mundi systemate peraguntur, provehetur, eo plus semper pretii ejus Philosophiæ accedit, cuius præstantiam posteri magis, quam nos, perspicient, quibus scilicet accuratior erit motuum cœlestium notitia, quos longa observationum series sequentis ævi solertia instituendarum certius definiet.

2. Ut autem calculi Newtoniani fundamen-
ta ea proponamus perspicuitate, quam res tam ar-
dua fert, in memoriam revocandum est, quod jam
superius diximus, quod scilicet, si sol in tellurem
& lunam æqualiter ageret, atque in lineis parallelis, ea
vis id tantum præstaret, ut uterque planeta motu
annuo circa solem ferretur, neque mutuæ eorum of-
ficeret actioni, aut motui circa commune eorum
gravitatis centrum. Id si esset, & utrique libere in
solem labendi fieret potestas, æqualiter uterque glo-
bus caderet, neque situm, quo alter esset compa-
rare ad alterum, descensus ille mutaret. Liceret tum
nobis eos ita contemplari, velut in plano quodam
forent, in cuius partes singulas eadem solis esset
actio, & quod proinde una cum illis ita versus so-
lem accederet, ut eorum motus inter se iidem per-
starent, ac si in plano immoto peragerentur. Quin
etiam cogitare fas esset, planum illud interim in or-
bita annua circa solem deferri, dum in eo terra,
& luna ita citra omnem aberrationem revoluerentur,
velut planum motu omni careret. Verum cum luna
in altero orbitæ suæ dimidio soli propior sit, quam
in altero; & vis solis ad minora intervalla major,
fieri debet, ut dum vicinorem orbitæ partem per-
currit, fortius, quam tellus, a sole attrahatur,

dum vero in altera remotiore versatur, minus, quam terra, in solem urgeatur; atque hinc motus lunæ a legibus non nihil dissidebit, excessu attractionis, quando propinquior fit, & defectu, cum remotior est, in vim turbatricem degenerantibus: cui etiam illud accedit, quod directio actionum solis in terram & lunam non sit parallela, sed in rectis in centro solis concurrentibus.

3. Ut jam, quid utraque hæc vis efficere possit, videamus, fingamus, extinto motu projectionis, terram, & lunam libere posse versus solem decidere. Quod si tum luna in conjunctione cum sole versaretur, aut in orbitæ parte soli propiore, cum majori esset attractioni in solem exposita, quam tellus, hac quoque velocius laberetur, crescente inter descensum utriusque planetæ intervallo. At si luna eo tempore soli esset opposita, aut percurreret orbitæ partem remotiorem, minus attracta tardius descenderet, quam terra, quæ eam majore post se spatio relinqueret, ut proinde etiam tum distantia inter cadendum augeretur. Denique sublato motu projectionis, dum luna est in quadraturis, quoniam par foret solis tam in hanc, quam in terram actio, uterque globus æquali velocitate caderet; sed quo propiores fierent solis centro, eo quoque alter alteri fieret vicinior, imminuta eorum distantia. Itaque illud interea extra dubitationem est, quod quotiescumque sol cadentium distantiam augeret, ea disjunctione mutuam terræ, & lunæ gravitatem minueret; & quotiescumque inter descendendum alterum planetam alteri redderet vicinorem, illa

con-

conjunctione eorum in sece mutuam gravitatem augeret, hoc est, eadem solis actione in conjunctione, & oppositione mutuam terræ & lunæ gravitatem minui, augeri in quadraturis. Ut ne autem nobis error subrepat, illud probe retinendum est animo, vim, quæ horum corporum motus perturbat, non esse integrum solis actionem; sed eam tantummodo illius partem, quæ aut separare alterum ab altero nititur, & distantiam augere; aut minuere, cum admoveat alteri alterum: hæc quippe sola eorum motibus impedimento est, ne accurate ad leges exigantur; dum pars actionis reliqua, eaque multo major, utrumque planetam in orbe annuo retinet, quem simul circa solem percurrunt.

4. Quando igitur, quid solis actio in motus terræ ac lunæ inter se comparatos possit, quaeritur, solius excessus habenda est ratio, quo vis in lunam superat vim in tellurem, dum illa in conjunctione est, atque ita spectandus est, ut qui trahendo lunam versus solem, eam a tellure disjungere nittatur. Quando luna soli opponitur, attendi tantummodo debet excessus actionis solis in terram supra actionem in lunam, quo nempe luna removeatur a terra in plagam loco solis oppositam, quoniam scilicet terram semper velut quiescentem consideramus, omnesque motuum perturbationes uni lunæ tribuimus. In quadraturis ita spectamus solis actionem, velut quæ partem aliquam gravitati lunæ in terram addat.

5. Ponatur luna a quadratura conjunctionem præcedente ea celeritate digredi, qua posset circumlum accurate circa tellurem describere, siquidem actio solis nihil obesset. Sed quia hac solis actione ejus gravitas in terram augetur, necesse est, ut ad eam accedat, atque intra illum circulum moveatur. Hinc magis curvabitur ejus orbita, quam si sol nihil ageret, quippe cum gravitatis hoc augmentum lunam in extremo alicujus arcus magis a recta, quæ arcum in altero extremo tangit, removeat. Fiet quoque, ut motus inde acceleretur, perduretque acceleratio usque ad proximam conjunctionem; quoniam scilicet toto eo tempore directio actionis solaris cum directione motus lunæ angulum acutum efficit. Cum ad conjunctionem pervenerit, imminuta ejus gravitate in terram, orbita minus curva reddetur, atque longius recedet a tellure, dum interea ad vicinam quadraturam progreditur; & quia tum directio actionis solis cum directione motus lunæ obtusum angulum complectitur, motus iisdem gradibus retardabitur, quo in accessu ad conjunctionem accelerabatur.

6. Hunc igitur in modum luna post quadraturam, quæ conjunctionem præcedit, aliquantum propior fiet telluri usque ad conjunctionem; post hanc recedet rursus, donec ad sequentem perveniat quadraturam. Consimile quid efficiet vis turbatrix solis luna percurrente alterum orbitæ dimidium, remotius scilicet a terra; movebitur enim luna inde a quadratura conjunctionem sequente usque ad oppositionem velocius, simulque, ex aucta in ea quadra-

dratura gravitate sua in terram, ad hanc paullo magis accedet; at post oppositionem usque ad quadraturam, e qua primum digressam posuimus, rurus recedet. Areæ, quas radii e terra ad lunam ducti æqualibus temporibus percurrent, non erunt æquales, sed ex actione solis majores fient, quæ verrentur in accessu ad conjunctionem, vel oppositionem a quadraturis has præcedentibus; minores vero, eadem vi motum retardante, a conjunctione, vel oppositione ad quadraturas sequentes.

7. Supputavit auctor noster hærum aberrationum magnitudinem earum causis ad calculos revocatis, atque comperit, vim gravitati lunæ in terram adjungendam in quadraturis esse ad ejusdem gravitatem, qua circa terram circulum describere posset ad distantiam medium, quam nunc habet, si actio solis nihil obturbaret, ut 1 ad $173\frac{2}{4}$. Eodem modo invenit, vim subtrahendam ex ejus gravitate in conjunctionibus & oppositionibus, esse duplam illius, quæ in quadraturis addi debet; atque hinc aream dato tempore in quadraturis percurrentam a radio vectore, esse ad aream, quæ eodem tempore in conjunctione vel oppositione a radio vectore verreretur, ut 10973 ad 11073. E quo calculo etiam illud eruitur, quod distantia lunæ a terra tempore quadraturarum, sit ad distantiam tempore conjunctionis vel oppositionis, ut 70 ad 69.

8. Ad hæc luna revolutiones suas circa tellurem non peragit in eodem plano, in quo sita est orbita annua terræ circa solem, sed in

in alio ad hoc sub angulo fere 5 graduum inclinato; id, quod in causa est, ut luna videatur nobis alium circulum, quam eclipticam percurrere, in qua sol moveri apparet, dum ad superficiem sphæræ cœlestis refertur. Jam circuli hi, quos a luna & sole describi videmus, sese in duobus oppositis punctis interlecant, quæ ab Astronomis *nodi lunæ* appellantur: ipsi vero hi circuli in distantia maxima a nodis 5 fere graduum intervallo a se sunt remoti. Itaque eclipses solis, ac lunæ dependent a distantia a nodis horum siderum tempore novilunii aut plenilunii: etenim si lunatio nova habeatur luna versante prope alterutrum nodum, solis eclipses fiet; & si in vicinia nodi luna fiat plena, ipsa eclipsis patietur in telluris umbram incurrens. Magna semper Astronomis cura fuit de constituendo vero situ nodorum, ut supputatio eclipsium (phænomeni summa diligentia ab omnibus observati) rite procederet. Nequaquam autem nodi eidem cœli loco sunt affixi, sed motu retrogrado octodecim, aut novendecim annorum spatio per omnia eclipticæ signa discurrere videntur.

9. Hos motus Newtonus non modo e solis actione oriri ostendit, sed admirabili prorsus sagacitate omnia eorum elementa, & varietates, initis effectricis causæ rationibus, ad calculum reduxit. Ut vero nodi vocati sunt ea puncta, in quibus lunæ orbita planum, in quo movetur tellus circa solem, secat; ita recta, quæ eadem conjungit, nomen *lineæ nodorum* tulit. Porro motum nodorum directum dicimus, dum in eandem progrediuntur par-

partem, in quam luna in sua orbita, ab occidente scilicet in orientem secundum eclipticæ signorum Arietis, Tauri &c. ordinem; at si eorum motus lunari sit oppositus, fiatque ab ortu in occasum contra signorum ordinem, eum retrogradum vocamus. Præterea plano, in quo luna motus suos peragit, eum semper tribuimus positum, ut per centra lunæ, & telluris transeat, atque in eo sint rectæ, quæ centra conjungit, & quæ est directio motus lunæ, sive ejus orbitam tangit. Manifestum est, quod si æqualis semper foret actio solis in lunam, & terram, uterque hic globus æqualiter versus ejus centrum descenderet, & planum hoc, cuius situs a duarum illarum rectarum positione definitur, una cum iis, sed sibi ipsi semper parallelum, moveretur, ita, ut luna in eodem revolvi nobis in tellure constitutis videretur: at actionis solis discriminem, quod superius exposuimus, ex eo plano emovet lunam, propiusque ad solem adducit; dum orbitæ partem huic globo vicinorem percurrit; ac rursus, dum in remotiore versatur, ultra planum illud, longiusque a sole abire cogit.

10. Hinc itaque habemus judicandi normam, cum de effectu solis in nodos agitur: quamdiu luna in orbitæ suæ dimidio soli propiore versatur, nodus, versus quem accedit, movetur versus locum, in quo fit conjunctio; at cum luna est in altero dimidio a sole remotiore, nodus, ad quem transit, versus locum oppositionis progreditur. Quando nodi sunt in Syzygiis, solis vis nihil in iis mutat. Etenim primum si fiat, aut si luna sit in par-

F f f te

te orbitæ soli vicinore , directionem , quam ex se haberet , mutare cogitur in aliam magis ad solem accendentem , & planum per hanc novam directionem & centrum terræ ductum secabit eclipticam ex parte orbitæ , quam tum percurrit luna , in puncto vicinore conjunctioni , quam si abesset actio solis motum perturbans . Alterum dum contingit , nempe quando luna est in orbitæ dimidio remotoire , actionis solaris directio contraria est , atque ideo nodum sequentem versus oppositionem promovet . Denique dum linea nodorum producta per solis centrum transfit , sol in eodem plano positus , in quo luna revolvitur , eam in neutram inde partem dimovere potest , unde tum nodi nullum penitus habebunt motum .

11. Hanc regulam si adhibeamus , perspicuum est , nodis in ipsis quadraturis A & C (fig. 3. 67) constitutis , dum luna digreditur a nodo A , hoc est , in quadratura conjunctionem B præcedente , nodum C , ad quem accedit , moveri versus conjunctionem B , ideoque eum esse retrogradum , utpote in plagam lunæ motui contrariam tendentem . Toto proinde revolutionis hujus tempore facile intelligitur , nodos retro ire , quod luna e quadratura C , quæ sequitur conjunctionem , abeunte , alter nodus A , versus quem progreditur , ad oppositionis locum D accedat , ut etiam in hoc orbitæ dimidio nodi retrogradi esse debeant .

12. Fingamus porro ita esse positos nodos in N , n , ut alter sit intra quadraturam A , & con-

conjunctionem sequentem **B**; alter in puncto oppo-
fito intra aliam quadraturam **C** & oppositionem **D**. His ita comparatis, dum luna ex **A** in **N** progre-
ditur, nodus **N** e regula generali §. 10 conjunctio-
ni **B** fit propior, atque motum directum habet; ve-
rum luna arcum **N C** percurrente, nodus priori op-
positus *n*, ad conjunctionem **B** admovetur proprius,
& retrogradus est. Et quoniam arcus **N C** alterum
A N excedit, etiam major est motus retrogradus
directo. Præterea luna e **C** ad *n* progrediente, no-
dus hic *n* motu directo ad oppositionem **D** proce-
dit; sed illa arcum *n A* conficiente, nodus **N** op-
positioni **D** redditur vicinior, & tum nodorum
motus directioni lunæ oppositus fit retrogradus;
cumque arcus *n A* superet arcum *n C*, manife-
stum est, nodos universe magis regredi, quam
progredi.

13. Nodo altero intra conjunctionem **B**, &
consequentem quadraturam **C** constituto, dum luna
ex **A** in **N** movetur, is ab **N** versus conjunctionem **B** regreditur; at cum luna arcum **N C** descri-
bit, nodus sequens *n* motu directo ad conjunctionem **B** accedit. Verum quia arcus **A N** major est,
quam **N C**, motus nodorum retrogradus ut direc-
tum superet, necesse est. Rursus luna spatium a
C usque ad *n* pergrante, nodus, versus quem mo-
vetur, ad oppositionem **D**, motu nempe retrogra-
do, appropinquat. Sed illa inter *n* & **A** versante,
sequens nodus **N** ad oppositionem **D** accedit, & di-
rectus est. Et quoniam iterum **C n** excedit ar-

cum A_n , consequens est, ut motu directo major sit retrogradus.

In aperto itaque est, ampliora esse regrefsus nodorum spatia, quam progressus, singulis revolutionibus, eas tantummodo si demamus, in quibus linea nodorum producta per soliscentrum transit, dum scilicet nodi motu carent; ut adeo gravitas anni intervallo in lunæ nodis retrogradum motum efficiat, cuius magnitudinem tum singulis periodis menstruis lunæ, tum etiam anno integro convenientem auctor noster definivit (*); neque potest non esse summe volupe tantum consensum videre observationum Astronomicarum cum motus hujus theoria e suis causis deducti. Et annum quidem nodorum regressum e gravitatis principiis $19^{\circ} 18' 1''$ fere computat, dum Astronomicæ tabulæ eundem $19^{\circ} 21' 21''$ constituunt, discriminè vix $\frac{1}{300}$ totius anni motus æquante. At si porro majore accurratione subducantur rationes, pene etiam in minutis secundis observatio theoriæ respondebit.

14. Verum etiam inclinatio orbitæ lunaris cum ecliptica pluribus mutationibus obnoxia est. Nodis in quadraturas A & C incidentibus, dum luna a quadratura A ad conjunctionem B progreditur, solis actio plani orbitæ inclinationem minuit, quæ minima omnium est, luna in B cum sole conjuncta; at iterum ea inclinatio augetur, luna a con-

jun-

(*) Princ. Lib. III. Prop. 32.

junctione ad sequentem quadraturam C properante, ad quam cum pertigerit, fere primum suum situm orbitæ planum recuperat. Quando nodi in B & D reperiuntur, eorum linea per solis centrum transeunte; orbitæ inclinatio extra solaris vis efficaciam est, utpote ejus plano, si produceretur, per solis centrum transeunte, ut propterea luna ex eo plano dimoyeret nequeat. Quare ita positis nodis orbitæ inclinatio maxima est, quæ tamen nodis ad quadraturas accedentibus sensim decrescit, ut minima evadat, cum illi quadraturis congruunt, atque luna in conjunctione, aut oppositione est constituta. Rursus Auctor noster omnem hanc varietatem e suis causis supputat, & quæ inde eruit, nihil penitus ab Astronomorum observatis dissentire comperit. (*)

Fff 3 15. Actio

(*) Ut allatae explicationi adhuc major lux accederet, figuram 69 (Tab. VI) addidimus, in qua ipsum tabulae planum exhibeat planum eclipticæ, S solem, T telluris centrum, L lunam in orbita D N dñ; N lineam nodorum inter quadraturam Q, & locum lunæ L in ultimo quadrante versantis. Sit LP pars rectæ LS, quæ repræsentet excessum actionis solis in L supra actionem in T: resolvatur ea in binas vires, LR ad planum orbitæ lunæ perpendicularem, & PR ad idem parallelam: sola prior ad mutandum orbitæ planum idonea erit, atque etiam tota in hunc effectum impendetur, qui quidem duplex est; nam *imo* inclinationem minuit motu, quem circa diametrum Dd, ad quam LT est perpendicularis, peragi cogitare possumus; *ndo* si ea vis LR cum directione motus lunæ in L, sive cum tangente orbitæ in L componatur, efficiet directionem quandam medium Lt. Quod si jam per hanc directionem, & terræ centrum ducatur planum, proprius ad conjunctionis locum C occurret eclipticæ, quam prius. Hunc iu modum etiam cetera magis perspicua licebit reddere.

Fig. 69.

15. Actio solis gravitatem lunæ in terram in conjunctionibus & oppositionibus magis minuit, quam augeat in quadraturis; & imminuta vi lunam in orbita retinente, ejus a terra distantia crescit, unaque periodicum tempus fit productius. Quoniam terra & luna minus distant a sole in perihelio, quam in aphelio, majorque est efficacia solis vicinioris, quæ propterea plus gravitati lunæ in terram demit, conficitur, lunam, dum terra est in perihelio, ad majorem debere distantiam ab eadem revolvi, atque etiam longiore tempore, quam terra in aphelio collocata: cui rei ipsæ quoque consentiunt observationes.

16. Est & alia quædam varietas in motu lunæ notabilis, atque ex eadem solis actione profecta, apsidum nempe progressio. Luna in ellipsi circa terram revolvitur, cuius foci alterum terra occupat; in hac cum ad maximam, ac minimam distantiam pervenit, in apsidibus est, sive in extremis axis majoris punctis. Hic itaque axis non eidem semper loco in cœlo respondet, verum motu directo progredi observatur, ita, ut novem ferre annorum intervallo circa telluris centrum revolvatur. Hujus motus causa ut rite animo comprehendatur, ejus meminisse oportet, quod superius exposuimus, nempe gravitate corporis minus decrescente, dum augmentur distantiae, quam lex communis poscat, corpus a superiore apside ad inferiorem citius percurrentum, quam dimidiam revolutionem peragat, ideoque apsidem tum fieri retrogradam, in eam scilicet partem motam, quæ corporis direc-

directioni est opposita, cui propterea aliquando occurrere debeat. At vero si gravitas magis decrescat auctis distantiis, quam ratio universalis gravitatis exigat, hoc est, si minuatur plus quam in ratione reciproca duplicata distantiæ, corpus majorem, quam dimidiam revolutionis partem absolvet, antequam a superiore ad inferiorem apsidem pertingat: unde hoc si fieret, apsides directe in eandem partem cum corpore progrederentur.

Dum luna est in quadraturis, ejus gravitas actione solis augetur, atque id tanto magis, quanto majore intervallo luna a terra abest: quare impedit solis vis, ne auctis distantiis tantum decrescat lunæ gravitas, quantum quidem ordinato cursui necessum foret; unde in quadraturis apsides regreduntur. Sed quando luna est in coniunctione, aut oppositione, solis actio gravitatem in tellurem minuit, eoque magis, quo major est lunæ distantia a terra: quo fit, ut illius gravitas legem communem sequi nequeat, sed in majore ratione decrescat, quam quadrata auctarum distantiarum; e quo motus in apsidibus directus enascitur.

Quoniam vero solis actio gravitati lunæ in terram majorem partem adimit in coniunctionibus, & oppositionibus, quam addat in quadraturis, & universe magis minuit, quam augeat; etiam major inde existet motus directus in apsidibus, quam retrogradus, ut propterea secundum signorum ordinem progredi debeant.

17. Atque hac ratione omnes motus lunæ aberrationes & varietates explicationem e gravitatis actione recipiunt; & siquidem longior accuratarum observationum series cum hac theoria conjugatur, dubium non est, quin omnes hujus sideris motus calculis responsuri sint, possitque tempus prædicti, quo infra stellas quaslibet fixas transitum est, maximo saepe navigantium emolumento, cum in mari longitudo definienda est.

C A P U T . V.

De orbita Planetæ secundarii in plano immoto descripta: ac simul illustratur explicatio Newtoniana motus satellitum e theoria gravitatis petita. ()*

Motus systematis solaris ea plerisque expendi ratio probata est, qua Planetarum primiorum orbitæ in planis immotis considerantur, motus autem satellitum referuntur ad plana mobilia cum primariis circa solem delata. Eandem

(*) Præfens Caput isthic vixum est, velut loco suo, inserere, quod e literis Auctoris ad virum eruditum Benjamini Hoaldy. Familia Regiae Medicum, datis excerptimus.

dem viam Newtonus motus hosce e gravitatis theoria explanaturus instituit; qua nempe analysi tum motuum in se ipsis spectatorum, tum virium effectricium investigatio, & simplicior evadit, & expeditior, quam si satelles quispiam in plano immoto periodum suam peragere cogitetur, atque via tantummodo quæratur, quam in spatio *absoluto* ex actionibus adeo complicatis percurrit. Quanquam & illud fatendum nobis sit, curvæ ejusmodi proprietates non tantopere intricatas esse, uti rem leviter tantum pendenti videri possunt, neque suo quandoque caret commodo, satellitum orbitas hunc in modum contemplari, maxime ut difficultates non nullæ tollantur, quæ a quibusdam hujuscemotus explicacionem a Newtono datam, atque e gravitatis theoria petitam, intellectu magis arduam reddere existimantur. Est autem ea orbita quandoque toto ambitu suo versus solem cava; alias etiam ejus pars foli propior eidem convexitatem, remotior cavitatem obvertit, ut prioris generis exemplum suppeditat curva a luna descripta; posterioris, quas superiorum Planetarum satellites percurrunt.

Vis porro, qua efficitur, ut satelles in orbita ejusmodi in plano immoto descripta deferatur, est in coniunctione discriimen gravitatis illius in solem, & in suum primarium. Si magis in solem trahatur, quam in primarium, vis illius directionem incurvans ad solem magis vergit, ideoque versus hunc globum cavam reddit orbitam, id, quod lunæ evenire in sequentibus videbimus. At vero si satelles in coniunctione constitutus plus in primarium

G g g in gra-

gravitet, quam in solem, vis satellitis motum inflentis proprius ad primarium tendit, adeoque in partem soli oppositam, efficitque curvam versus solem convexam, quod in Jovis satellitibus contingit. Quod si denique gravitas in solem par sit gravitati in planetam primarium, orbita in coniunctione, ut cum Mathematicis loquamur, punctum *rectitudinis* habet, nec cessat interim soli cavam undique partem obvertere.

Quoniam gravitas lunæ in solem, dum in coniunctione est, superat ejus gravitatem in terram, atque punctum, in quo constituta luna eadem vi a sole, & terra attraheretur, inter lunam & terram situm est; existimarunt non nulli, aut solis parallaxin ab ea, quam Astronomi constituerunt, admodum discrepare debere, aut certe lunam deserta telure versus solem accedere (*).

Verum facile hic error eximi poterit, si modo attento animo expendantur, quæ Newtonus de motu corporum alterius circa alterum demonstravit, dum tertia quæpiam vis communis in eadem directione interea agit, & quæ experimentis pene in vulgus jam cognitis confirmantur: etenim nihil penitus extranea illa vis motibus eorum peculiaribus, atque inter se comparatis obturbat, quemadmodum singularum navium propriis motibus nihil officit, si inter se conferantur, quod classis integra currentium

(*) Vid. *Cosmoteoriam Puerilem*.

tium aquarum vi abripiatur; aut vero ut circa axem suum globus, vel pila ferrea converti pergit, et si riratri pulveris violento igne in altum interim ejiciatur; vel denique uti pluviae gutta figuram suam retinet, quamvis, dum labitur, singulae ejus partes gravitatis suae nisum in terram exerant. Quidquid inæquabilis varietatis in lunæ motibus deprehenditur, id uni inæqualium solis in terram ac lunam actionum differentiæ, atque aberrationi a parallelis directionibus adscribendum est. Verum aliæ quoque suppetunt rationes hanc difficultatem penitus complanandi, si imprimis observetur, a luna reapse terram deferendam esse, si quidem in coniunctione minorem haberet celeritatem, quam qua corpus earundem virium, quæ tum lunam urgent, actioni expositum, sive excessui gravitatis lunæ in solem supra gravitatem in terram, circulum circa solem describere posset. Id quippe si esset, luna minore prædita velocitate, quam quæ descensum intra circulum illum impediret, relicta tellure ad solem accederet propius. Jam autem et si minor sit lunæ in coniunctione constitutæ celeritas, quam qua tellus in orbe annuo progreditur; ejus tamen in solem gravitas tantopere minuitur attractione telluris, ut semper velocius moveatur, quam necesse sit ad circulum ex eo intervallo circa solem percurrendum, in quem scilicet non nisi virium differentia nititur: quare jam inde a coniunctionis momento luna extra ejusmodi circulum fertur, longius semper a sole recedens, dum ad oppositionem perveniat. Huc delata, cum jam gravitas utraque tum in solem, tum in tellurem, in unam summam conspiret, neque tanta incitat

G g g 2 velo-

velocitate , quanta opus esset corpori ad circulum ad eam distantiam circa solem describendum , si illud urgeretur viribus ; denuo versus solem cursum inflectit . Hunc itaque in modum luna alternis vicibus ad solem accedit , receditque , ut quævis orbitæ portio menstrua binas habeat apsides , periheliam in coniunctione , & in oppositione apheliam , intra quarum limites non secus revolvitur , ac planetæ primarii intra suas . Nempe in perihelio planeta a sole abit , quod major ejus sit velocitas , quam ad circulum in ea distantia eadem vi centripeta agente describendum necessaria esset . Ab aphelio rursus ad solem reddit , cum minore feratur celeritate , quam postularet motus in circulo circa solem ad eam distantiam . Vid . Tract . de Flux . Art . 447 .

Quamvis autem cava undique versus solem sit lunæ orbita , variis tamen in partibus varia admodum est ejus curvatura , multo scilicet minor in apside inferiore , sive coniunctione , quam in superiore , aut oppositione .

Sic orbitæ quoque cuivis portioni , quam satelles quispiam Jovis synodica revolutione percurrit , binæ sunt apsidæ , hoc discrimine , quod ad imam apsidem convexa pars solem respiciat , ut adeo simul in ejusmodi portione duplex adsit punctum flexus contrarii . (*)

Hæc

(*) Vide notam ad Prop . II Coroll . I , quam mox subjun-
gamus .

Hæc orbitæ consideratio ad idem procul dubio nos deducet, quod e legibus motus breviore methodo Newtonus eruit, quod si scilicet eadem vi in satellitem, atque planetam primarium, & parallelis directionibus sol ageret, ita æquabilem satelles circa primarium teneret cursum, velut si Sol penitus abesset; id, quod sequentes propositiones perspicuum reddent, in quibus tamen & planetam primarium circa solem, & satellitem circa primarium æquabili velocitate, atque etiam in eodem plane in circulos agi ponimus.

Propositio I.

Orbita satellitis in plano immoto considerata, est epicyclois descripta a puncto dato circuli revoluti super basi circulari, cuius (baseos) centrum est idem cum centro solis, & diameter est ad diametrum circuli revolutione sua epicycloidem describentis, ut est tempus periodicum Planetæ primarii circa solem, ad tempus revolutionis synodicæ satellitis circa primarium: tangens autem orbitæ est perpendicularis ad rectam, quæ ex satellite ad illud punctum ducitur, in quo sese hi duo circuli contingunt: & velocitas absoluta est in ratione distantiae ipsius ab eodem punto contactus.

Tempus periodicum planetæ primarii circa solem dicatur T; quo vero satelles periodum circa primarium absolvit, t; S (fig. 70) exhibeat solem; Fig. 70. A a orbitam primarii. Sumatur in radio AS pars AE, quæ sit ad AS, ut t ad T. Centro S describatur circulus EeZ, tum alter quoque EMF

centro A, qui ponatur super E e Z, tanquam basi, revolvi. Quod si quodvis punctum L in plano circuli EMF ad distantiam AL, aequalē distantiæ satellitis a primario suo, accipiatur, describet id orbitam satellitis.

Ponatur enim circulus EMF in emf transferri, punctum A in a, & L in l, occurrantque AL, al productæ peripheriis EMF, emf in M & m. Ex arcu em abscindatur er = EM; erit angulus ear = EAM. Secet porro ar circulum cld, centro a, radio al descriptum, in q; & quoniam eaq = EAL, angulus eaq exhibebit elongationem satellitis a sole in priore loco L. Porro cum em (= er + rm) = eE + EM, & er = EM, est rm = eE, ideoque angulus ram : e SE = SE : AE = T - t: t, sive ut celeritas angularis satellitis circa solem ad celeritatem angularem planetæ primarii circa eundem globum. Describitur autem angulus ESe a planeta primario circa solem; itaque est ram, vel qal incrementum elongationis a sole, quod eodem tempore satelles acquirit; l locus ejusdem, quando primarius ad a pervenit; & epicyclois a puncto L, vel l descripta satellitis orbita.

Quia circulus EMF super puncto E volvitur, directio motus alicujus puncti, velut L, est ad EL perpendicularis, seu tangens orbitæ in quovis puncto L est ad EL perpendicularis. Denique celeritas puncti L est ut ejus distantia EL; & quia

planeta primarius velocitate uniformi progreditur per EA exhibita, velocitatem satellitis repræsentabit EL.

Propositio II.

Si in AS accipiatur pars AB, ut sit AB : AS = tt : TT (sive AB : AE = AE : AS) ; tum super diametro EB descripto circulo EKB, qui fecet EL in K, sumatur LO tertia proportionalis ad LK, LE, & ex eadem parte puncti L, in qua est LK; erit O centrum circuli curvaturam orbitæ in L metentis, & LO ejus radius.

Quoniam EL, el sunt normales ad orbitam in punctis L, l productæ concurrent in centro circuli curvam in L osculantis. Producatur qe, donec occurrat LE in V; juncta SV est angulus SeV = qea = LEA = SEV; consequenter angulus eVE = eSE; & EVS = eES, nec non EVS = EeS, ac SV fit ultimo ad EO perpendicularis. Pariter ultima ratio anguli EOe ad EVe (= ESe) est EV ad EO, hoc est (cum sit EV : EK = ES : EB = AS : AE) ut EK × AS ad EO × AE. Est autem motus angularis rectæ EL motui angulari rectæ EA æqualis eo temporis momento, quo circulus EMF super puncto E volvitur; quare ultima ratio anguli LE l ad angulum AEa (qui est ad ESe ut SA ad AE) est ratio æqualitatis. Et quia est EOe ad LEl, ut EL ad LO; erit quoque EOe : ESe = SA × EL : AE × LO = EK × SA : EO

$EO \times AE$. Igitur $EL : LO = EK : EO$; & $EL : LK = LO : EL$; seu $LK, LE, \& LO$ sunt in proportione continua.

Hujus theorematis usus est in definiendo radio curvaturæ epicycloidum, & cycloidum omnis generis, ea tantummodo adhibita observatione, quod cum basis Ee sit linea recta, AB evanescat, & E B æquetur cum EA .

Coroll. I. Quando AL , aut AC minor est, quam AB , (cum LO semper sit cum LK ex eadem parte puncti L), orbita in omnibus suis partibus versus S cava est. Si $AC = AB$, curvatura in conjunctione est nulla, id est, curva illic habet punctum *rectitudinis*. Dum AC major est,

quam AB (vel $AS \times \frac{tt}{TT}$), portio aliqua

orbitæ prope conjunctionem est versus S convexa, parte circuli CLD cadente intra circulum BKE . Denique L incidente in alterutrum punctum intersectionis horum circulorum, orbita acquirit punctum flexus contrarii (*).

Coroll.

(*) Si ponatur $AC = AE$, hæc eadem puncta C & E in alio puncto rursus congruent, efficientque *cuspider*; & si AC esset major, quam AE , orbita haberet nodum, ut illa, quam intimus Jovis, & Saturni satelles describit.

Coroll. II. Si de luna agatur, est tt : T

$$T = 1 : 178, \quad \& \quad AB = \frac{1}{178} \times AS; \quad \text{est au-}$$

tem AC fere $\frac{1}{337} \times AS$, ideoque AC minor
est, quam AB, & lunæ orbita toto suo ambitu
versus solem est cava.

Propositio III.

Si fuerit $AB : AS = tt : TT$, vis, qua orbita satellitis describi potest in plano immoto, semper dirigetur ad punctum B radii AS, eritque ut BL, satellitis a punto B distantia, si gravitas plane-
tæ primarii in solem exponatur per BA.

Cogitetur vis ad orbitam describendam necessaria in plano immoto, resolvi in duas, quarum altera **L O**, ad ipsam orbitam perpendicularis, tantummodo semitam satellitis inflectit in curvam, nihilque in ejus velocitate immutat; altera ad **L O** perpendicularis, motum satellitis accelerat, aut retardat; erit prioris mensura **L K**, posterioris **B K**, si planetæ primarii gravitatem in solem repræsentet **A B**. Est enim prima ad gravitatem primarii in solem **S**, ut $\frac{E L^2}{L O}$ ad $\frac{E A^2}{A S}$ (quippe cum vires hæ sint directe ut quadrata velocitatum, & reciproce ut radii curvaturæ), hoc est, ut **L K** ad **A B** (per Prop. II): atque hinc si primarii planetæ

gravitas sit ut AB, vim illam primam metitur LK.

Porro vis altera in satellitem secundum directionem tangentis orbitæ agens, ejusque motum accelerans, aut retardans, est ut fluxio celeritatis EL directe, & ut fluxio temporis reciproce: fluxio vero temporis est ut $\frac{Aa}{EA}$ (nempe sumpto Aa arcu a planeta primo descripto, & EA pro celeritate, qua is describitur) = $\frac{Ee}{EB} = \frac{rm}{EB} = \frac{lq \times AE}{EB \times AC} =$ (si ponantur an, quu ad el in n & u perpendiculares, ut sit lq : lu = ac : an, seu AC : AN) = $\frac{AE \times lu}{EB \times AN} = \frac{lu}{BK}$. Quare vis, quæ sit ut lu, seu fluxio celeritatis El vel EL, divisa per fluxionem temporis, id est, ut $\frac{lu}{BK}$, erit quoque ut BK: unde sequitur, cum vim in directione LE agentem metiatur LK, & vim, quæ secundum directionem perpendicularrem KB agit, KB; vim ex utraque compositam habere mensuram LB, atque ex L in B dirigi.

Ex iis, quæ demonstrata sunt, manifestum est, posse orbitam describi vi ad punctum B tendente (quod in radio AS datur, unaque cum eo circa S revolvitur), aut viribus quibuscumque, e quibus oriatur composita versus B directa, & distantiae satellitis a punto B rationem sequens. Esto LH æqualis & parallela ad AB; erit

erit $A B H L$ parallelogrammum, poteritque vis L
 B spectari velut composita ex $L H$, & $L A$; hoc
est, vis $L B$ enasci potest ex altera $L H$ in satel-
litem agente, æquali, & parallela cum $A B$, gra-
vitatem scilicet primarii planetæ versus solem; & al-
tera $L A$ in primarium tendente, & æquali gravi-
tati, qua satelles circa primarium posset circulum C
 $L D$ describere eodem tempore periodico t , si sol
prorsus non esset: ejusmodi quippe vis est ad gra-
vitatem planetæ primarii in solem per $A B$ exhibi-
tam, ut est $\frac{AL}{tt}$ ad $\frac{AS}{TT}$, sive ut AL ad $AS \times$

$$\frac{tt}{TT} = AB.$$

Hæc itaque methodus ad idem nos deduxit,
quod Newtonus, motu satellitis resoluto, reperit,
scilicet, si in satellitem in planetam suum primarium
gravem sol agat eadem vi, qua in primarium, at-
que directionibus parallelis, eum satellitem eodem
modo circa primarium revolutum iri, velut
si hic quiesceret sole nihil agente. Sunt enim binæ
illæ vires, gravitas in planetam primarium, & alte-
ra æqualis & parallela gravitati primarii in solem,
accurate pares efficiendo, explicandoque motui sa-
tellitis in orbita sua, utcunque ea curva complicata
videatur; neque est quicquam, quod motum hunc
perturbet, praeter discrimen gravitatis satellitis, &
gravitatis primarii in solem, & quod hæ actiones
non exerantur directionibus parallelis. Quod si hæc
corpora, satellitem, inquam, & planetam prima-

H h h 2 rium,

rium, ita considerare luberet, velut quæ circa commune suum gravitatis centrum revolvantur, quod ipsum interea circa solem abriperetur; aut si orbitæ ponerentur esse ellipticæ; nihil sane inde erueretur, quod non omnino consentiret cum iis, ad quæ via breviore illustris noster auctor pervenit.

C A P U T VI.

De Figura Telluris, & Praecessione Aequinotiorum.

I. **S**I terra fluida foret, atque motu circa axem suum destituta, mutua ejus partium æquali attractione in figuram sphæricam accurate componeretur, columnis, quæ inde a superficie ad centrum usque animo effungi possent, sese mutuo ad eandem altitudinem sustentantibus. Sed enim e diurna telluris circa axem conversione orta vis centrifuga, e partium sub æquatore positarum gravitate demit quidpiam; quæ utrinque ab æquatore distant, minus deperdunt, ut scilicet ipsa rotationis diurnæ velocitas decrescit, atque nisus a centro abeundi inde genitus minus dirette partium earum gravitati opponitur; partes denique in ipsis constitutæ polis nullum gravitatis detrimentum a diurno motu patiuntur. Quare æquilibrium, in quo prius ponebantur partes telluris, haud amplius

plius in sphærica figura locum habebit, sed ob inæquales earum gravitationes non antea obtinebitur, quam aqua tantum sub æquatore attollatur, tantumque subsidat ad polos, quantum necesse est, ut altitudinis excessus sub æquatore compenset gravitatis vim majorem ad polos. Atque hinc locis interjectis media quadam altitudine tributa, tellus abiit in sphæroides compressum, in quo diameter æquatoris sit omnium maxima per centrum transeuntium; minima vero axis.

2. Quod si gravitatis actio in corpus quodpiam sub æquatore constitutum tolleretur penitus, id ex motu rotationis circa axem per tangentem superficie telluris abiret, cuius directionem secutum intra minutum secundum temporis tantum supra terram ascenderet, quantum tangentis extremum alterum distat ab extremo arcus, quem corpora in superficie posita eodem tempore percurrunt. Compertrum autem est, intervallum hoc esse fere 7, 54 linearum pedis Parisiensis; unde efficacitas vis centrifugæ sub æquatore intra unum minutum secundum est ut idem spatium; at in loco quovis ab æquatore diffito, ex. cauf. Parisiis, minor est, iis e caufis, quas modo indicavimus; & inito quidem calculo haud major, quam qua posset unius minutus secundi tempore percurri spatium 3, 267 linearum. Addatur jam huic spatium, quod experientia teste corpora vi gravitatis Parisiis percurrunt, scilicet 15 pedes. 1 dig. 2 lin. summa 2177, 267 lin. exhibebit spatium, quod corpora vi gravitatis minuto secun-

do temporis percurrerent, siquidem nulla esset vis centrifuga. Quod si comparetur effectus a vi centrifuga præstitus cum gravitate sub æquatore, reperiatur illa hujus esse pars $\frac{2}{3} \frac{1}{3}$, quoniam nempe est 7, 54 ad 2177, 267, ut r̄ ad 289.

3. Ex his conficitur, corporum gravitati sub æquatore minimum partem $\frac{2}{3} \frac{1}{3}$ decedere, ideoque tellurem illic tantundem altius assurgere, quam ad polos. At enim cum partes telluris eo plus gravitatis deperdant, quo & longius removentur a centro, & figuræ mutatione in legem communem major varietas inducitur, nequit ea esse vera proportio altitudinis terræ sub æquatore, & polis.

Res hæc non adeo abstrusa erat, ut Newtoni sagacitas non posset viam reperire quæsitam rationem aut omnino definiendi, ut veræ proximam. Ut igitur in tam perplexo negotio ad exitum perveniret, fingebat, axem telluris esse ad diametrum æquatoris, ut 100 ad 101, e qua hypothesi inquirebat in vim centrifugam sub æquatore, qua hoc figuræ discrimen effici posset, cumque eam gravitatis $\frac{2}{3} \frac{1}{3}$ esse invenisset, hac analogia utebatur: si vis centrifuga, quæ gravitatis est pars $\frac{2}{3} \frac{1}{3}$, tellurem sub æquatore reddit altiorem parte $\frac{1}{100}$ totius altitudinis sub polo, vis centrifuga, quæ sit gravitatis pars $\frac{2}{3} \frac{1}{3}$, eam itidem attollet parte sibi æqua proportione respondente, quæ proinde subductis calculis reperitur $\frac{1}{100}$ altitudinis ad polos. Unde constituit auctori nostro, esse diametrum æquatoris ad dia-

diametrum per polos transeuntem, seu ad axem, ut
230 ad 229. (*)

4. In hac supputatione massa telluris æque
ubivis densa sumitur; quæ si prope centrum magis
sit compacta, corpora ad polos constituta propter
hoc materiæ incrementum, utpote viciniora, magis
attrahentur; atque ex hoc capite alias erit semidia-
metri æquatoris excessus supra axem dimidium. Quod
vero telluri, si tota fluida esset, contingere, id
etiam nunc in ea locum habet, et si alia sit ejus
conditio. Etenim si firma, atque solida illius por-
tio exposita figura destitueretur, & globosa tantum-
modo esset, Oceanus per totum undique tractum
sub æquatore diffusus regiones polares pluribus pa-
ssuum millibus supra aquarum superficiem eminere fi-
neret, cum tamen eas non magis supra libellam oceani
attolli videamus, quam continentis partes æquatori
subjectas.

5. velocius multo, quam tellus, Jupiter cir-
ca axem suum vertitur, diurnæ revolutionis spatio
vix

(*) Haud latere potest quemquam theoriae hujus consensu cum obseruationibus illustrium Academicorum, Regis Galliarum jussu ad ipsum prope Septentrionalem polum missorum, ut per vulgata haec de figura telluris lis componeretur. Illud tantummodo inter observata est discriminis, quod ratio dia-
metri æquatoris ad axem paulo major illis obtigerit, quam Newtono e calculo. Conimili ratione pendulorum accele-
ratio versus polos major notata est, quam magnus noster
Philosophus definiverit.

vix 10 horas æquante; & cum præterea rario fit hujus globi massa, quam terræ nostræ, ejus figura longius a sphæra abit, majore inter æquatoris diametrum, & axem discriminé, quod adeo notabile est, ut Astronomicæ observationes non minus constituant, quam inter 13 & 12.

6. Gravitatis imminutio inde a polis ad æquatorem usque longe manifestius fere in pendulorum motu prodit. Si quod pendulum in loco polo boreali vicino singulas oscillationes minutis secundis singulis peragens ad æquatorem transferatur, ita ejus motus lentescit, ut brevius reddi debeat, siquidem etiam isthic intra minuti secundi spatium vibratio absolvenda sit. Atque hinc gravitatem sub æquatore minorem esse uti rectissime conficitur, ita etiam telluris diurnus motus, ejusque ad polos depressa figura non parum firmitatis accipiunt. Ex eadem porro figura consequitur, gradus meridiani ab æquatore versus polos crescere; attamen differentia tam est exigua, ut per observationes nihil decerni possit, nisi quando ejusmodi gradus inter se comparantur, quorum dimensio in locis latitudine admodum discrepantibus capta est. Certe graduum inter se contiguorum discriminem, si auctoris nostri cálculos sequamur, multo minus idoneum est ad veram telluris figuram constituendam, quam pendulorum motus, in quo minima quæque varietas facile admodum sub sensus cadit, si ingens sumatur oscillationum numerus.

7. Fue-

7. Fuerunt, qui existimarent, hanc pendulum sub æquatore tarditatem deberi calori virgæ longitudinem in pendulis augenti; verum ostendit Newtonus, majori per ea loca æstui peregrinam retardationis partem adscribi posse. Richerius sane, qui nihil accurationis, nihil solertiæ in suis observationibus desiderari paſſus est, reperit, pendulum singulis minutis secundis temporis in insula Cayenna oscillans, esse integra linea, & quarta parte brevius, quam quod Parisiis eodem intervallo temporis vibrationem peragit. Censuit autem Newtonus, non levi ductus ratione, caloris effectum haud posse sextam lineæ partem excedere, quæ subducta e tota illa differentia Richerio observata relinquit lineam cum duodecima adhuc parte, procul dubio gravitatis imminutioni adscribendam: id, quod plane cum illis conspirat, quæ sua e theoria auctor noster deduxit: & siquidem terram sub æquatore septendecim passuum millibus magis attolli, quam sub polis, eam ipsam theoriam secuti, statuamus, non minus Richerii observationem consentientem habebimus.

8. Ex figura sphæroidea ad polos depresso, quam exposuimus adhuc, Newtonus causam præcessioneis æquinoctiorum repetit. Cum terra orbem suum annum circa solem percurrit, plerumque ejus axis situm sibi ipsi parallelum ubi vis conservare ponitur, ut proinde cum plano eclipticæ constantem semper comprehendat angulum $66\frac{1}{2}$ fere: e quo fieri necesse est, ut planum æquatoris ad planum eclipticæ inclinetur sub angulo $23\frac{1}{2}$ graduum, atque si produceretur, binis tantummodo in locis fin-

gulis revolutionibus annuis per centrum solis transiret. Ea porro puncta superficie sphaeræ cœlestis, in quibus tum solis centrum nobis appareat, æquinoctialia appellant. In aliis quibusvis orbitæ suæ locis constituta tellure, sol ex alterutra parte plani æquatoris videtur, Boreali scilicet per semestre æstivum, ac Australi per alterum hybernum. Puncta æquinoctialia non eidem affixa sunt loco, sed sensim inter stellas fixas ab ortu in occasum moventur, & quidem anni spatio fere $50''$, ut propterea temporis intervallum inter æquinoctium atque ejus redditum in sequente revolutione (quod Astronomi annum tropicum dicunt) aliquot minutis contrahatur, breviusque fit, quam tempus, quo terra ad idem orbitæ suæ punctum revertitur, quod annum vocant periodicum. Hoc itaque motu punctorum æquinoctialium retrogrado cum æquinoctii tempus semper aliquantum recurrat citius, quam contingeret, si is abesset, phænomeno præcessionis æquinoctiorum nomen impositum est. Qui e Philosophis Ptolomaicum systema amplexi sunt, hunc motum ipsis stellis fixis adscripserunt, atque ut fingendi libertate utebantur nullis circumscripta terminis, ita religioni sibi haud ducebant novam condere sphærām circa eclipticæ polos lente admodum circumactam, secumque stellas fixas abducentem, cum tamen nihil æque naturæ phænomeni congruat, quam ut e motu quodam retrogrado nodorum æquatoris & eclipticæ oriri dicatur, consimili prorsus illi, qui in nodis orbitæ lunæ habetur.

Sat dilucide superius expositum est, qua ratione actio solis motum retrogradum in nodis lunæ efficiat, atque ex iisdem principiis perspicuum est, etiam alterius planetæ in plano æquatoris prope telluris superficiem revoluti nodos fore retrogrados, quamvis multo tardius, quam lunæ, ea quidem proportione, qua propius, quam luna, a terræ centro abesset. Fac jam numerum ejusmodi planetarum eo usque crescere, ut tandem continua sece contingent serie, atque annuli speciem circa æquatorem efficiant: non secus totius hujus annuli nodi retro movebuntur, quam unius cujuspiam planetæ ex omni eo numero. Ad hæc finge, annulum circa æquatorem ipsi telluris globo accrescere; pergent nihilominus redire nodi, quamvis motu multo lentiore, quippe cum annulus terræ undique adhærescens moveri nequeat, quin secum totam illius molem trahat.

Jam vero quod annulus, idem altius assurgentes sub æquatore telluris partes præstant, nisi quod minor sit nodorum æquatoris, aut punctorum æquinoctialium motus, cum ea portio quamvis emineat, ut tellus a figura sphærica aliquantum discedat, in sat amplum tamen superficie spatium diffusa sit, minusque efficere possit, quam si in æquatoris plano in annulum collecta foret. Et quanquam in eminentiorem hunc telluris tractum tum sol, tum luna vim suam exerat, hæc tamen præ illo multo est efficacior ad motum retrogradum punctorum æquinoctialium, utpote non ad tantum intervallum remota: utriusque autem fideris actione tam lentus est nodorum regressus, ut integra eorum revolutio non

minus, quam 25000 annorum spatium requirat. Motus hujus magnitudinem viribus efficientibus ad calculum revocatis auctor noster ita definivit, ut observationes Astronomicæ cum theoria accurate consentiant.

Est & aliis quidam effectus actionis solis & lunæ in hunc annulum, verum adeo exiguus, ut in observationibus Astronomicis vix notari possit; quod nempe annuli cum ecliptica inclinatio singulis annis alternis vicibus bis crescat, bis decrescat.

C A P U T VII.

De Aëstu Maris.

Cum mutuæ gravitatis materiæ effectus non ad cœlestium corporum motus tantummodo restringantur, in eo jam sumus, ut phænomeni in tellure nostra contingentis, atque omnibus notissimi rationes ab eodem repetamus principio, æstuantis, inquam, maris reciprocati motus, cuius explicatio cum omnibus, qui ante Newtonum in causam inquisierant, infeliciter cessisset, Philosophiæ ipsi imbecillitatem reprobrare videbatur; sed ab illustri hoc viro tanta cum evidentia ex inæquali gravitatione partium telluris in solem & lunam deducta est, ut nihil ad ejus perfectionem desiderari pos-

possit. Et quoniam omnium pene scriptis haec quæstio celebrata est, non abs re fuerit, resolutionis methodum diffusius exponere. Nemo non intelligit, quod si tellus motu careret, atque fluida ubivis foret, ejus partibus æquali undique gravitate libratis, perfectæ sphæræ formam indueret. At singamus jam in terræ ita comparatæ partes omnes potentiam quampliam æquali vi, & directionibus inter se parallelis agere: eveniret procul dubio, ut terra nihil penitus mutata figura a potentia illa moveretur, quandoquidem singulæ illius partes in lineis parallelis æqualiter progradientes situm inter se eundem servarent perpetuo retenta forma sphæræ, cuius centrum eadem ferretur velocitate, qua quælibet pars. Quemadmodum enim aquæ gutta, dum versus terram labitur, figuram interim sphæricam conservat; & corporum positus, quæ navi æquabiliter delata vehuntur, communi illo navis motu nil mutatur; ita, neque partium telluris inter se comparatarum situs mutationem subire potest e potentia ejusmodi actione, quæ vim in singulas æqualem, eademque directione exerit, paremque omnibus motum impertit.

Demonstravimus jam, partes terræ versus lunam graves esse, & siquidem gravitatio ubivis foret eadem, atque in lineis parallelis, nihil inde terræ figuram perturbatum iri, ita, ut si lunæ motus circa commune peculiaris hujus systematis gravitatis centrum tolleretur, terraque gravitatis suæ vi in lunam libere permitteretur, illæsa globi forma versus eum planetam recideret, partibus nempe fini*gulis*

gulis æqualiter motis, ideoque priorem inter se situm servantibus.

At enim alia est in alias terræ partes lunæ actio, cum e communi lege, quæ lunæ proximæ sunt, vi maxima attrahantur, minima remotissimæ, & quæ has inter locum medium occupant, mediocri actioni sint expositæ. Cui & illud accedit, quod telluris partes nequaquam lineis inter se parallelis, sed ad centrum lunæ convergentibus gravitent in eum planetam, qui propterea utroque ex capite mutationis aliquid figuræ terræ afferre debet.

Fingamus iterum, uti superius, terram liberè versus lunam cadere, atque interim mutuæ partium inter se attractionis, atque cohærescendi vires animo seponamus. Nemo est, qui non intelligat, id si fieret, partes lunæ propiores majore cum velocitate casuras, utpote quas fortior urgeret attractio, atque post se telluris centrum, maximamque ejus portionem inter lapsum relicturas; eas autem, quæ ceteris essent remotiores, tardius mouendas, minori scilicet attractioni obnoxias, ideoque subinde paullo majore a centro intervallo volumen reliquum telluris subsecuturas, quam sub motus initium. Unde perspicuum fit, figuram terræ sphæricam brevi in sphæroides oblongum abituram, cuiusa mxima diameter versus lunæ centrum dirigeretur.

Quod si mutua partium gravitas sublata foret, & tantummodo in lunam singulæ attraherentur, lunæ

lunæ proximæ semper longius a centro abirent, maiore illarum velocitate intervallum perpetuo augente; & ob eandem causam partes a luna, maxime diffitæ, minoreque centrum velocitate sequentes, ab eodem magis semper removerentur. Quare tum telluris figura longior semper evaderet, aucta continuo diametro, quæ lunæ centrum respicit.

Verum non ex hac tantummodo causa globus terræ, si ejus partes libere in lunam cadere possent, in sphæroides oblongum transformaretur: partes terræ, quæ a puncto lunæ directe imminente quadrante undique removentur, cum centro pari velocitate latæ versus idem punctum, seu lunæ centrum, interea simul ad seipsum accederent, imminta distantia, adeoque etiam diametris easdem conjungentibus; unde crescente diametro versus lunam directa, iis autem decrescentibus, quæ rectæ per lunæ, & terræ centrum ductæ normales sunt, etiam ex hoc capite longior fieret terræ figura.

Sed si jam mutuam partium terræ attractiōnem consideremus, cum ea multum superet actiōnem lunæ, & multo magis discrimen virium, quas exerit luna in diversas telluris portiones, non nisi exiguum gravitatis suæ partem per has lunæ actio-nes amittent illa corpora telluris, quæ a centro disjungere conatur gravitas in lunam in priore nostra hypothesi; & perparum item addetur illis, quæ in eadem proprius ad centrum admoverentur, id est, telluris partes tum lunæ proximæ, tum ab eadem remo-

remotissimæ tantillo minus in centrum graves redentur ; quæ vero ab illis quadrante absunt , paululum fient graviores . Ex his itaque conficitur , quod si terra fluida esset , columnæ versus partes lunæ proximas , & ab ea maxime dissitas altius reliquis assurgerent , donec altitudinis excessu ceteras sustentarent in æquilibrio , quarum gravitas vel minus perdit , vel etiam inæquali lunæ actione augetur , ut proinde , si globus noster partes omnes fluidas haberet , in sphæroides oblongum abiret .

Spectavimus adhuc terram velut gravitate sua versus lunam cadentem ; nunc autem ita eam nobis proponamus , ut cogitemus , certa quapiam directione projectam circa commune sui systematis gravitatis centrum moveri . Evidens est , quamlibet ejus partem gravitate in lunam tantum quovis temporis momento a tangente deflectere , quantum ab eadem discederet , si libere in lunam decidere posset ; quemadmodum scilicet corpora isthinc apud nos in tellure projecta , a directione , qua impelluntur , tantundem abeunt , quantum spatii lapsu perpendiculari gravitatis suæ viribus eodem tempore conficerent . Itaque eæ telluris partes , quæ lunæ sunt præ ceteris vicinæ , longius a tangente deflectere nitentur ; quæ vero maxime omnium dissitæ sunt , minore quoque , quam reliquæ , intervallo a tangente versus lunam conabuntur accedere , eandemque subibit globus hic noster figuræ mutationem , ac si , remotis obstaculis , in lunam laberetur , sive sphæroidis formam induet ,

et , cuius diameter maxima versus lunam sit directa.

At enim illud follicite animo retinendum semper est , figuram telluris non actione lunæ , sed actionum differentia mutari ; & siquidem eadem esset hujus planetæ vis in singulas terræ partes cum illa , quæ in centrum exeritur , atque etiam directionis ejusdem , nulla penitus consequeretur mutatio.

Hinc scilicet est , quod Newtonus primum considereret attractionem , quæ in partes centrales fit , in reliquas omnes æquabiliter , & eadem directione diffusam , postea vero discrimen actionum tanquam effectum a potentia quapiam præstitum spectet , qui additamenti instar communi illi gravitationi adjungi debeat , atque versus lunam dirigatur , quando verus habetur actionum excessus ; in partem autem oppositam , dum a gravitate in centrum deficiunt . Hunc in modum , ubi attractio in reliquas partes superat eam , qua centrum telluris urgetur , per summam duarum virium exhibebitur ; quemadmodum per differentiam , ubi minus trahuntur eæ partes , quam centrum . Et quoniam tantum ea ratione hæ vires in considerationem veniunt , qua figuræ telluris mutandæ idoneæ sunt ; evidens sane est , per eas debere sphæroides oblongum , quale descripsimus , effici , excessu nempe actionis lunaris supra gravitatem centri addito gravitati partium terræ , quæ lunæ sunt proximæ , easdem aliquantum a centro versus lunam removente , dum interea partes a luna aver-

K k k fæ ,

fæ, maximeque dissipata, defectu a gravitate centri in plagam oppositam recedere coguntur.

Actio porro lunæ, quæ telluris partes quadrante unidue a vicinissima remotas afficit, in duas resolvenda est, quarum altera æqualis, & parallela est actioni in centrum, altera ab iisdem partibus versus terræ centrum dirigitur. Prior equidem nihil globi nostri figuram perturbare potest, quippe æqualis communi omnium partium gravitati in lunam, ideoque in hac perquisitione non attendenda; altera tantummodo addenda est gravitati illarum partium versus telluris centrum, ut columnæ fluidi aucto illic pondere sustinendæ aliarum altiorum pressioni pares evadant, quarum gravitas aliquantum lunæ actione est imminuta. Unde vis figuram terræ sphæricam mutans instar summæ cuiusdam e duabus confluentis habenda est; altera nempe, quæ accrescit partibus quadrante distantibus a lunæ proxima; & altera, quæ aliarum partium gravitati in centrum terræ decedit.

Intactum interim, dum hoc exponeremus, motum telluris circa axem suum reliquimus, cuius certe ratio habenda est, ut, quid lunæ actio in Oceum possit, penitus intelligatur. Hic motus si abesset, maxima sphæroidis diameter, in quod globus noster abiret, in lunæ centrum accurate dirigetur; sed cum universa terræ massa ab occidente in orientem revolvitur, aquæ in cumulum assurgentes haudquaquam directe lunæ subjacent, verum

rum rotationis motum secutæ ulterius versus ortum abripiuntur.

Aqua, postquam lunam directe sibi imminente habuit, attolli pergit, quamvis tum jam decrescere incipiat hujus planetæ efficacia, neque antea ad maximam suam altitudinem pertingit, quam plus dimidio quadrante circuli ultra eum locum sit progressa; uti etiam confectis inde nonaginta gradibus, ubi lunæ proxime suberat, haud illico subsidere cefsat, licet vis ejus gravitati addita jam minuatur: auget enim adhucdum reapse luna ejus gravitatem in telluris centrum, ideoque etiamnum deprimit, donec plus quam dimidio quadrante ulterius excurrexit. Quare fit, ut maximi aëstus loca nunquam respondeant rectæ centra lunæ & terræ conjungenti, sed dimidio fere quadrante ab illa linea versus ortum, quo diurna rotatione tellus movetur, discedant.

Manifestum itaque est, si tellus fluida esset, eam in sphæroides transformandam, cuius maxima diameter versus orientalem lunæ partem spectaret, five lunam semper futuram ad occasum earum partium, quæ præ ceteris assurgerent altius. Fingere jam licebit, insulam quampiam e circumfuso undique fluido eminere, quæ proinde singulis revolutionibus sphæroidis partibus altioribus fiet propior, aquis propterea bis dietim per illius littora excurrentibus, & tunc altitudinem maximam acquirentibus, quando insula minimum distat a sphæroidis verticibus, hoc est, dum a luna jam versus ortum pro-

gressa est, aut dum ipsa luna ultra illius meridianum versus occasum aliquantum abiit.

Verum solam adhuc lunæ actionem expendimus, cum tamen certum fit, ex iisdem capitibus etiam actionum solis discriminem, quibus diversæ telluris partes attrahuntur, consimilem in figura globi fluidi mutanda effectum habiturum, qui sane multo minor erit, quam a luna præstitus, cum tam immanni intervallo globus solaris absit, et si gravitas partium telluris in hunc multum superet gravitatem in lunam: ut enim sëpe diximus, non ipsa vis horum syderum in terram agens, sed differentia actionum, figuram perturbat. Tanta autem est solis distantia, ut ei collata terræ diameter vix major puncto habenda videatur: quam ob rem multo minus solis actio in partes terræ ei proximas differt ab illa, qua remotissimas attrahit, quam si non majore abessef a nobis intervallo, quam luna, cuius distantia fere 30. diametrorum terrestrium est. Sic etenim globosam guttæ figuram a gravitatis in terram differentia prorsus non mutari videmus, quod ejus diameter distantiae a centro comparata nihil sit.

Quoniam autem tanta est solaris globi moles, etiam e tam immenso intervallo ejus efficacia percipi potest; & quamvis æstus maris reciprocatus motus præcipue lunæ debeatur, notabile nihilominus ei incrementum a sole accedit, quando utriusque syderis actiones conspirant, quemadmodum id fit in pleni-luniis & noviluniis, cum scilicet cum centro telluris prope in eadem recta constituuntur, ideoque unitis agunt

agunt viribus , mari tum maxime tumescente , quos
æstus aquarum vivarum vocabulo indicant . Sed in
quadraturis solis vis opposita est lunæ actioni , quod
illic per alteram aqua attollatur , ubi per alteram
deprimitur , æstibus inde multo minoribus existenti-
bus , quibus etiam mortuarum aquarum nomen in-
diderunt . Quanquam si accuratius loquamur , ma-
jores æstus non ipso syzygiarum tempore , nec mi-
nores in quadraturis posita luna eveniant , sed se-
rius aliquantum , cum scilicet idem his accidat , quod
in aliis omnibus observari diximus , effectum haud
tum esse maximum , vel minimum , quando causæ
actio in se maxima , aut minima est . Sic , ut alio
utamur exemplo , calor non ipso solstitii die oritur
maximus , quo sol fortissime agit , verum elapsò
aliquo inde tempore .

Id ut evidentius pateat , animadvertisendum ,
quod si fingamus hoc temporis momento solis ac lu-
næ vim omnem penitus cessare , nihilominus aliquo
adhuc temporis spatio æstuantis maris motus perdu-
raret : aquæ enim , qua altius assurrexerant , indere-
lapsæ per humiliora diffunderentur loca , donec etiam
in his , descensu priore concepta velocitate , in cu-
mulum elatæ rursus in priora cogerentur redire spa-
tia , quanquam ad minorem semper altitudinem at-
tollendæ , partium mutuo attritu motum retardante .
Quare persistaret in oceano adhuc aliquo tempore mo-
tus ille reciprocus , quem nunc videmus . Etiam
postquam conquevit pocella , perdurantes maris flu-
ctus ; quin quidquid motuum in fluidis excitatur ,
quæ attulimus , luculenter sane confirmant .

Non eundem semper luna situm obtinet, quando aquæ ad maximam perveniunt altitudinem, sed id quandoque citius, quandoque etiam tardius continet, quam si unius lunæ actio mare cieret. Pendet vero phænomenon a viribus solis, qui peculiarem efficeret æstum, luna penitus sublata, eumque aliquando citius, quam luna suum, id, quod manifestum est, fieri debere, cum luna primum, ac tertium quadrantem suæ orbitæ percurrit. Eodem modo retardat sol aquarum ascensum, quando tardius oceanum commovet, quam luna, uti dum hæc in secundo, & quarto quadrante versatur. Porro distantiarum lunæ a terra varietas in his quoque maris motibus percipitur; & dum proprius ad nos accedit, majore vi in singulas nostræ telluris partes agit, aucto inde actionum discriminé, cui oceani perturbatio debetur. Crescunt quippe actiones in ratione quadratorum distantiarum decrescentium; & quamvis ipsarum distantiarum differentiæ inter se æquales sint, est tamen majus discriminè inter quadrata quantitatum minorum, quam inter quadrata majorum. Sic ex. gr. 2 a 3 haud minus exceditur, quam 1 a 2, cum tamen a quadrato numeri 3 (hoc est a 9) quadratum numeri 2, sive 4, tantummodo paullo magis, quam duplo superetur, licet quadrati numeri 2 (seu 4) quadruplo sit majus, quam quadratum 1. E quo intelligitur, lunæ proprius ad terram acedentis actiones in partes telluris ei maxime vicinas magis crescere, quam quibus remotiores afficit, ideoque æstus in majore ratione augeri, quam decrementum lunæ distantiarum. Et ostendit quidem Newto-

tonus , eos ita crescere , ut cubi distantiarum min-
nuuntur , ut si luna ad dimidium tantum ejus in-
tervalli remota esset , quo nunc a nobis abest , o-
cties majores concitaret æstus. Quoniam itaque lu-
na in orbita elliptica movetur , ad minimam in ea
a tellure distantiam delata altius debet aquas attolle-
re , quam dum in maxima distantia est. Quam ob-
rem maximi in syzygiis æstus nequeunt alter alte-
rum in eadem continuo revolutione sequi. Etenim
si luna nova minimam habeat distantiam a terra ; ma-
ximam ut acquirat , cum plena fit , est necesse , con-
fecto scilicet interea dimidio orbitæ : unde tempore
plenilunii multo minus turgebit mare , quam in no-
vilunio. Hinc quoque si æstus fuerit maximus in
lunæ oppositione , in conjunctione minor orietur.

Si sol aut luna in polo constituta esset , ni-
hil prorsus ad mare commovendum posset , quod
ejus actione undique circa æquatorem ad æqualem
altitudinem consisteret ; ac proinde locus quispiam
suum ad æquatorem parallelum percurrens , nuspiciam
offenderet aquam magis elevatam , quam alibi , ut nullus
ascensus , nullus descensus toto revolutionis tempore
observari posset.

Verum tum imprimis hæc sidera ad pertur-
bandum mare viribus pollent , quando in æquatore
versantur , quod eo tempore axis sphæroidis , in
quod telluris figuram commutant , in maximo o-
mnium circulo circumagatur , aquis vehementissime
concitatis : ideoque etiam maximi in syzygiis æstus
notantur , cum uterque globus in æquatore est posi-
tus , uti circa idem tempus , qui in quadraturis fiunt ,
fiunt

sunt omnium minimi. Præterea in lunæ quadraturis æstus majores sunt sole ad tropicum alterutrum declinante, quam in æquatore constituto. Nam primum si fiat, luna prope æquatorem est; at si alterum, prope tropicos: universe autem potior est lunæ actio, quam solis, ad mare movendum, ut magis etiam tum attolli aquæ debeant, quando luna majore vi agit. Interea tamen fit ob majorem solis in hyeme viciniam, quam in æstate, ut maximi omnium æstus paullum consequantur æquinoctium autumnale, & prævertant vernum.

Quando luna ab æquatore versus alterutrum polum declinat, etiam alteruter aquarum cumulus, qui verticem sphæroidis constituit, in telluris superficie parallelum illi fere respondentem percurrit, quem diurno motu luna videtur peragrare; alter autem, oppositusque, cum apud hujus antipodas assurgat, circumagit in parallelo tantundem in alteram telluris partem ab æquatore remoto, ita quidem, ut alter circumeat in hemisphærio boreali, in australi alter, æquali uterque ab æquatore intervallo. Hinc si locus quispiam ad alterutram æquatoris partem detur, semper vicinior erit illi sphæroidis vertici, qui per idem revolvitur hemisphærium, quam alteri opposito, & parallelum suum in altero hemisphærio conficient: & siquidem luna in idem hemisphærium declinet, in quo locus datur, æstus diurnus illius loci, sive qui contingit luna supra loci horizontem versante, superabit nocturnum, seu eum, qui fit luna jam infra loci horizontem depressa. Oppositum observabitur, luna declinante in aliud hemisphærium, quam in quo lo-

locus datur: etenim tunc sphæroidis vertex lunæ oppositus ex illa æquatoris parte revolvitur, in qua est locus datus, cui proinde vicinior erit, quam alter. Aëstuum discrimen sentietur potissimum utroque sydere, sole, inquam, & luna, versantibus in tropicis, quod tunc bini illi aquarum cumuli percurrent parallelos omnium remotissimos, quos unquam describere possunt. Inde est, quod ipsæ observationes nos doceant, in æstate vespertinos aëstus majores esse matutinis, hyberno vero tempore a matutinis vespertinos superari. Differentia Bristolii quidem deprehensa est quindecim digitorum; Plimutbi vero unius pedis. Et sane adhuc magis excresceret, nisi communis lege fieret, ut fluidum quodvis impressum sibi motum aliquo deinceps tempore retineat, ac propterea sequentes aëstus a præcedentibus perturbentur (*).

Phæ-

(*) Vid. (fig. 71) in qua sphæroides P A p E tellurem exhibet; P, p polos, A ē æquatorem; F locum quemvis extra æquatorem; f ejusdem loci parallelum; D d parallelum ex altera æquatoris parte; L locum lunæ tribus horis præcedentis; H locum terræ; cui luna est verticalis; h locum oppositum; K, k loca 90 gradibus a prioribus diffita. Metientur CH, C b maximam aëstuum altitudinem; CK, C k minime; CF, C f, CD, C d erunt altitudines in F, f, D, d. Et si NM sphæroidis circulus occurrat æquatori, & parallelis in S, R, T, erit CN aquæ altitudo in S, R, T, ac omnibus locis in circulo NM positis. Maximi aëstus in loco quovis F accident in F & f tribus horis post transitum lunæ per meridianum tum supra, tum infra horizontem; minimi autem tribus horis post ejus occasum, & ortum: & siquidem F & L sint ex eadem æquatoris parte, aëstus diurnus altior erit nocturno, cum tunc sit CF major, quam C f. Contrarium fiet, si lunæ declinatio, & latitudo loci cuiuspiam D sint diversæ, altera borealis nempe, australis altera, excedente tunc CD rectam C d.

Fig. 71.

L 11

Phænomena porro æstuum maris, quæ in peculiaribus locis observantur, nihil prorsus discrepant a legibus communibus horum motuum, quos nunc exposuimus, dummodo ratio habeatur tum situs ipsius, tum amplitudinis maris, atque littorum. Omni retro tempore animadversum est, motum oceanii cum lunæ cursu conspirare, eo intervallo aquis bis tumentibus, quod a transitu lunæ per meridianum loci dati usque ad sequentem ad eundem circulum appulsum elabitur, quod quidem diem solarem tribus fere horæ quadrantibus excedit, quo scilicet spatio serius ob motum suum proprium ad eundem meridianum luna redit. Pariter quæ de solis actione effectum a luna præstatum expositis rationibus augente, minuenteve attulimus, constanti experientiæ respondent, æstusque in late patente, satisque profundo oceano theoriæ veritatem omni ex parte reddunt conspicuam.

Ut autem libere, & absque obstaculo hi maris motus peragantur, necesse est, oceanum, in quo sit æstus, saltem 90 gradibus ab ortu in occasum porrigi, seu quadrante circuli telluris, quod aquarum, quæ maxime elevantur, hoc sit ab iis intervallum, quæ maxime deprimuntur. Quare facile intelligitur, id genus æstus haud effici posse, nisi in majoribus oceanii tractibus; & quid causæ sit, cur majores observentur in mari Pacifico, quam in Atlantico. Eodem modo jam latere nequit, quare in zona torrida inter Africam & Americam, qua parte arctior est oceanus, simul minoribus agitetur motibus, quam in zonis temperatis. Hinc quoque perspicuum fit, cur reciprocae elevationis, & depressionis motus tam

exi-

exiguus notetur in insulis a majoribus continentibus admodum remotis.

Etenim quis non videat, in oceano Atlantico aquas haud posse attoli ad alterutrum littus, quin ad oppositum deprimantur, ut proinde ad insularum oras, quæ fere medium tenent situm, media quædam sit futura aquarum altitudo inter maximam ad alterum, & minimam ad oppositum littus. Cum affluentes, aut refluente aquæ per syrtes & loca vadosa, per fauces finuum, ac freta transire coguntur, pluribus mutationibus earum motus obnoxius est, multaque semper sunt, a quibus altitudo dependet. Et quidem in mari Atlantico ad oras occidentales Europæ, positum lunæ, ut explicuimus, fere sequitur. Sic maximam aqua ad Hispaniæ, Lusitaniæ & Hiberniæ littora, quæ occasum spectat, consequitur altitudinem tribus prope horis a lunæ per meridianum transitu.

Inde autem per freta, quæ viam paucioribus impeditam obstaculis præbent, refluit, ita, ut alio traetu meridionalem petat Angliam, alio Scottiæ septentrionalem, tempore non exiguo interim elabente, dum ea intervalla emetiatur; quo etiam fit, ut citius illis in locis attollatur, ad quæ promptiorem nocta est aditum, quam in aliis; jamque iterum illic deprimi incipiat, cum ad remotiora littora adhuc affluit. Porro cum novus affluxus sequitur, is refluentium aquarum impetu fistitur, neque percipi potest, donec illarum cursus inde e magno oceano confluentibus frangatur, sicque denuo attollatur mare. Duodecim horarum spatio opus est, ut ex oceano ad pontem

Londinensem æstus propagetur, ubi cum altissimus est, jam alter in oceano ad maximam elevationem pertigit, aquis per loca non nulla interjacentia depresso. Maris hæ motiones, ubi sinus angustiores, & freta occurunt, haud multum ab iis dissident, quæ aliquo post procellas tempore perdurare solent. Animadvertis quoque Newtonus, per freta, & vadosa loca, quæ littoribus leniter acclivibus continentur, æstus longe altius assurgere, quam in ampio, & profundo oceano, cujus littora præcipitem præbent descensum, quod vis currentium aquarum ita inhiberi nequeat modica illa oræ altitudine, quin longe magis accumulentur,

Quod si alicubi ad bina maria pateat trajetus, aut per duplex fretum in oceanum eundem, quorum alterum viam præbeat aquis commodiorem, quam alterum, fieri potest, ut bini æstus, quorum alter sequitur alterum, ita inter se confundantur, ut phænomena orientur admodum diversa. Meminit Newtonus tanquam peculiaris hac in re exempli portus Regni Tunquinensis ad Batsham in orientali India, ad latitudinis septentrionalis gradum 20^{um} & 50^{mum} minutum. Hic namque aqua die transitum lunæ per æquatorem sequente stagnat, motus expers; at cum luna relicto æquatore in boream declinat, mare attolli, deprimique incipit, semel singulos in dies, æstu in lunæ occasum incidente, rursusque subsidente mari ad lunæ ortum. Inde sequentibus septem, octo diebus motus hic diurnus incrementa sua capit, totidemque decrescit iterum pari-

paribus fere gradibus, donec luna ad æquatorem re-versa nullus sit. Sed postquam a transitu per æquatorem luna in Austrum declinare cœpit, redit quo-que mari æstu pristinus, hoc tamen discrimine, quod ad lunæ ortum assurgant aquæ, ad occasum deprimantur. Ut causam hujus motus exponat, observat Newtonus, duos ad hunc portum Batshen-sen patere per totidem vicina freta aditus, alterum ab Oceano Sinensi inter continentem & Philippinas insulas; alterum a mari Indico inter insulam Borneo & continentem. In cujus rei consideratione non du-bitat, se phænomeni explicationem deprehendisse, quod scilicet æstu quopiam per alterum e fretis ad Batsham appellente tertia hora lunari, sequens illuc per alterum fretum hora lunari nona deferri possit, sex nempe horis tardius. Quod si jam prior posteriori æqualis fit, atque ex illo refluat aqua, dum affluit ex hoc, nihil mutari altitudinem necesse est. Atqui luna in æquatore versante æqua-libus viribus uterque æstu cietur; & cum in idem transgreditur hemisphærium, in quo Batsha-fita est, peripicum fit, ex iis, quæ superius ex-posuimus, diurnum fore majorem nocturno, ita, ut eo in portu bini sese æstus majores, minoresque alternis excipere debeant, quorum discrimine orietur nova quædam maris agitatio, qua tumeat maxime tempore medio inter binos æstus majores, subsidat vero rursus medio inter minores illos æstus tempore elevatione fere in sextam horam a lunæ occasu inci-dente, depressione in ejusdem ortum. Quando lu-na ex altera æquatoris parte est, nocturnus æstus diurnum superat, aquis propterea ad maximam al-

titudinem assurgentibus luna oriente, atque hac occidente ad minimam regredientibus. Ex iisdem causis repetendi sunt aestus a communi lege aberrantes, qui in locis motum ordinatum peculiari situ suo non admittentibus observantur, ut quidem ex aliorum narratione accepimus.

Verum non satis habuit Newtonus, generatim hæc de maris aestu observasse: quid sol, quid luna ad turbandum mare virium habeat, ex eorum attractione præterea supputavit. Gravitatis incrementum iis partibus telluris accedens, quæ quadrante undique distant a soli proximis, confimile prorsus est illi, quod ejusdem fideris actione efficitur in gravitate lunæ versus terram, quando in quadraturis versatur, & cujus magnitudinem rectissime jam definierat Newtonus: scilicet est illa gravitatis accessio in partibus terræ quadrante remotis fere pars $60\frac{1}{2}$ ejus, qua lunæ gravitas in terram augetur, cum in quadraturis est, * quod earum a centro telluris distantia tanto sit minor, quam lunæ. Porro partium, quibus sol recta imminet, quæque his opponuntur, gravitas duplo magis minuitur, quam augetur priorum nisus in centrum. Et quoniam tum incrementum partium quadrante remotarum, tum decrementum soli proximarum, ac remotissimarum conspirant ad elevationem tam aquarum, quæ soli directe subjiciuntur, quam earum quæ in aversa sunt telluris parte, supra illas, quæ undique ab his sunt

aqua-

(*) Princip. Lib. III. Prop. 16

æqualiter remotæ ; manifestum est , vim omnem
æstus effectricem spectandam esse ut triplam illius ,
quæ gravitati partium quadrantis intervallo e lateribus
positarum additur . E quo consequitur , eam esse ad
ipsam gravitatem partium telluris , ut 1 ad 12868200 ,
& ad vim centrifugam sub æquatore , ut 1 ad 44527 .
Aquæ ascensus ex hac vi proveniens a Newtono
velut ejusdem generis effectus consideratur , cuius
est partium telluris sub æquatore supra ceteras ele-
vatio : & cum vis illa aquas attollens a centrifuga
44527^{ies} superetur , facile conficitur , aquas ex
hac causa ad 1 pedem & 11 $\frac{1}{3}$ digitos assurgere de-
bere . Atque tanta est vis , qua sol oceanum
commovet .

Ut porro vim lunæ ad mare perturbandum
Newtonus definiret , aquas vivas , seu æstus maxi-
mos in syzygiis æquinoctialibus (effectum scilicet
respondentem summæ virium solis & lunæ eo tem-
pore fere conspirantium) ante ostium *Avone* infra
Pristolium observatos comparat cum aquis mortuis ,
seu minimis æstibus in quadraturis , debitiss virium
differentiæ , quando sideris utriusque actiones prope
contrarios habent effectus , indeque aquarum altitu-
dines esse in ratione 9 ad 5 eruit . Tum vero op-
portunis aðh bitis correctionibus conficit , vim lunæ
esse ad vim solis , qua æstus centur , ut 4 ,
4815 ad 1 , ut proinde etiam sola si ageret luna ,
mare ad 7 $\frac{5}{6}$ digitorum supra 8 pedes altitudinem
attolli posset , & junctis utriusque sideris viribus ,
cum distantiam a tellure mediocrem habent , ad 10 $\frac{1}{2}$
pedes ; luna vero in perigæo constituta , fere ad pedes

12. Et certe ad littora sat ampli, ac profundi
oceani aquæ ascensus nihil admodum ab altitudine ex
hoc calculo eruta discrepat

Ex his rite compertis viam sibi aperiri sensit
Newtonus, etiam de lunæ densitate, & materiæ in
ea contentæ quantitate judicium ferendi. Est quippe vis
lunæ ad concitandos æstus unica ejus attractionis
efficacitas, cuius mensuram capere liceat, & cuius
ope densitatem illius cum solis densitatem collatam ex
æquo æstimare possimus. Et reperimus quidem, lu
nam sole densiorem esse in ratione 4891 ad 1000;
cum autem telluris densitas sit ad solis densitatem,
ut 4000 ad 1000, necesse est, ut lunæ, ac tellu
ris densitatum ratio sit 4891 ad 4000, sive 11 ad
9 fere. Ad hæc Astronomorum observationibus
diametrum terræ ad lunæ diametrum esse, ut 365
ad 100, nobis constat: quare citra negotium e
duplice hac proportione colligimus, materiæ quanti
tatem lunæ ambitu comprehensam esse ad telluris
massam, ut 1 ad 39,783; & commune telluris,
ac lunæ gravitatis centrum fere quadragesies terræ
vicinius, quam lunæ. Quod si vero centri hujus
situs nobis perspectus sit, omnes motus, qui in pe
culiari hoc systemate locum habent, magna accu
ratione definiri possunt.

Inquirit tum ulterius Newtonus in lunæ fi
guram: & quoniam tellus fere quadragesies plus
materiæ continet, quam luna, elevatio partium lu
narium terræ proximarum, quæque his sunt directe
op-

oppositæ, quam actio nostri globi efficit, pariter fere quadragesies major foret, quam aquarum altitudo, ad quam luna maria nostra attollit, nisi in eadem ratione imminuenda esset, qua lunæ semidiameter terræ semidiametro minor est, sive in ratione 100 ad 365. Compositis binis hisce rationibus reperit, diametrum lunæ per terræ centrum, si produceretur, transeuntem majorem esse ceteris huic ad perpendicularm insistentibus fere 186 pedibus. Existimat porro, solidas lunæ partes sphæroides constituere, cujus maxima diameter versus tellurem dirigatur, id, quod in causa esse potest, cur eandem nobis semper partem hic planeta obvertat. Quod si maria sat magna essent in luna, atque ipsa circa axem suum conversa alias semper, aliasque telluri partes opponeret, ingentes sane in ea æstus orirentur, nostris facile decuplo maiores; at quia eadem nos semper spectat facie, nullus in ejus maribus concitatur motus, nisi qui a discrimine distantiarum a tellure, atque lunæ libratione provenit, cum solis vis vix quicquam in lunæ oceanos possit.



C A P U T VIII.*De Cometis.*

POstquam superioribus capitibus in uno de Planetis argumento versati sumus, res jam exigit, ut etiam ea contemplemur corpora, quæ quamvis ad solare systema pertineant, motu tamen a legibus illis communibus multo magis diverso per cœlestia spatia delata, quandoque sese in nostrum dant conspectum. Sunt ea scilicet *Cometæ*, qui ex immensis systematis hujus intervallis rapidissimo cursu versus solem descendentes, peregrina sua specie, lusisque tractu, qui caudæ instar eos consequitur, atque in viciniore hac orbitæ parte nobis redditur aspectabilis, intuentium animos percellunt. At subducunt sese paullo post nostris oculis, ad priora illa spatia quam longissime recedentes. Et quanquam haud defuerint inter veteres, qui Cometarum naturam melius sibi habuerunt perspectam; quoniam tamen aliorum opinio plurimorum animis infederat, qui eos non nisi Meteora in aere repentina genesi exorta statuerunt, lusisque similia, quæ singulis pene noctibus sese nobis objiciunt, perbrevi tempore conspicua; nemo se putavit operæ facturum pretium ad hæc usque nostra tempora, si cœlestium istorum corporum aut

motio-

motiones observaret accuratius, aut phænomena describeret diligentius. Quare fieri necesse fuit, ut huic Astronomiæ parti plurima semper ad perfectionem decessent. Numerum porro Cometarum inire, inter ea adhuc est, quæ nos latent penitus, cum & antiquæ historiæ monumenta eorum persæpe meminerint, & non paucos nostri ævi Astronomi notarint, quin non nullos etiam causus per Opticos tubos conspiciendos obtulerit, cum proprius ad nos accederent, qui tamen exilitate sua oculum id genus instrumento non adjutum semper effugerent; ut proinde id tantummodo dicere possimus, Cometarum numerum magnum admodum esse, eorum temporibus periodicis, magnitudine, orbitarum dimensionibus in incerto adhuc positis. Nempe hæc Astronomicæ scientiæ pars non nisi post aliquot sæcula perfectionem suam adipiscetur, cum tot corporum, vastissimorumque eorum orbitarum dimensiones longa observationum series definit, atque iis adjungeret, quæ in cœlesti systemate jam nobis innotuerunt. Induet tum quidem novam, nobisque incognitam Astronomia speciem, licet tot ea jam sit dictata inventis, quibus ad ætatis nostræ gloriam tantas accessiones factas esse nobis gratulamur; verum vel ipso illo felici tempore Astronomorum animos ea non raro subibit cogitatio, a Newtono detecta, atque invictis rationibus stabilita suisse principia, tantorum hujus scientiæ progressum fontem unicum; hunc primum referasse aditum, hunc eo jam penetrasse, ut posteris id unum pene ad gloriam reliquisse videretur, ut solerti cura oculos, ani-

mumque ad cœlestium corporum observationes intenderent, atquæ ex ejus præscripto subducerent calculos.

Cum itaque Newtono Astronomia, qua parte de Cometis agit, e suis educenda esset elementis, inde hanc tractationem orditur, ut contra Scholasticos Philosophos perspicuum faciat, ea corpora longe ultra lunæ orbitam a nobis remota esse, quippe quibus ortus, atque occasus diurnus; ceteræque omnes apparentes motiones communes sint, quæ quidem globis cœlestibus, nullo nexu cum tellure junctis, convenient, & qui adhæc nulla nobis notabili parallaxi sint obnoxii. Sed quoniam eorum motus phænomena ex annua telluris in sua orbita revolutione varias mutationes subeunt, ut jam directi, jam retrogradi apparent; merito confici existimat, Cometas tum nostris patere aspectibus, cum ad illa cursum suum deflectunt spatia, in quibus planetæ suos orbes percurrunt. Cum vero fieri nequeat, ut eorum motus accurate exponentur, nisi ratio ubivis globi nostri circa solem delati habeatur; atque id si fiat, nihil sit in ullius Cometæ semita, quod non congruat legibus, quemadmodum idem telluris motus explicandis planetarum exerrationibus satis est; novum hinc robur opinioni nostræ accedit, quod terra solem circumeat, singulæque Philosophiæ hujus partes cum singulis mirum in modum conspirant.

Præterea Auctor noster, cum adversus Cartesii sententiam jam evicisset, Cometas reapse eotem-

tempore , quo nobis sunt conspicui , in planetarum regionem deferri , quamnam curvam percurrent inquirit. Et quidem ex universali gravitatis lege jam alias definita eorum orbitae aut parabolicæ ut sint , necesse est , aut ellipticæ admodum eccentricæ , in quarum foco altero sol sit collocatus. Ita hisce constitutis , rem summe arduam aggreditur , ut viam commonstret , qua in parabolis peracti Cometarum motus cum observationibus eorundem rite conciliari possint. Hunc in finem methodum ostendit , e tribus observatis Cometæ locis trajectoriam definiendi ; atque exempla , quæ non pauca ad fert , adeo exacte theoriæ consentiunt , ut hujus evidentia nova inde in luce poni videatur. E quo manifestum plane fit , quantum momenti in ea theoria sit , ut nostram de universi hujus systemate cognitionem longius semper proferamus.

Multus autem est in eo Cometa tantopere ubivis celebrato , quem sub anni 1680 finem , & sequentis 1681 initium cœlum exhibuit. Hujus trajectoriam , aut , quam descripsit , curvam , postquam e tribus a Flamsteedio annotatis locis constituit , suas omnes , tum aliorum etiam observationes cum motu corporis in curva illa lati contendit , & exiguum prorsus reperit discri men inter loca , in quibus Cometa versabatur , atque inter ea , quæ ad eadem temporis momenta supputarat. Fuit is unus , idemque cometa , qui mensibus Novembri ac Decembri anni 1680 comparuit , atque dein sequentibus Januario , Februario , ac Martio videbatur , quamvis plerique omnes duos esse , diversosque cre-

M m m 3 dide-

diderint. Cum nempe mense Novembri versus solem accederet, ad summam ejus viciniam die 12 Decembris pervenit, quo tempore cum ultra modum incaluisset, et si caput ipsum, aut nucleus debiliore fulgeret luce, ubi in altero orbitæ dimidio discedebat, caudam exhibuit deinceps multo majorem, quam antea, quippe quæ subinde ad septuaginta gradus in longum porrigebatur, etiam tum adhuc visenda, cum ipse nucleus jam oculis esset eruptus.

Doctor Helleius, tum de Astronomia omni, cum de hac potissimum parte optime meritus, eidem perficiendæ sociam cum Newtono junxit operam, cuius præclaros fructus ut ab illius industria enatis commodis sejungamus, nostrum non est. Cum hic animadvertisset, tres in historia memoratas observationes Cometarum in maximi momenti conditionibus ei, quo de agimus, convenire, eademque 575 annorum intervallo recurrisse denuo, suspicatus est, unum hos, eundemque fuisse Cometam, qui eo scilicet temporis spatio periodum circa solem absolvat. Quare parabolam in tantæ eccentricitatis ellipsis mutavit, ut eam Cometa 575 annorum tempore percurrere posset, quæque inferiore sui parte pene cum parabola congrueret; tum vero Cometæ loca in hac elliptica orbita e calculis reperta ita deprehendit cum observatis consentire, ut haud majus interesset discriminem, quam quod planetarum loca supputata ab iis exhibent, in quibus re ipsa ab Astronomis notantur, et si planetarum motus jam tot annorum millibus ad calculos revocentur. Unde non immerito peracta eadem

dem periodo circa annum 2255 idem cometa redux
expectari potest; quod si contingat, tanto a nobis
intervallo remota illa saecula novum addent Philosophiæ
Newtonianæ evidentiæ gradum. Et siquidem
fieret, ut temporibus eventum illum præcedentibus
rerum humanarum inconstantia, perpetuæque mutatio-
nes, aliquid a colendæ hujus Philosophiæ industria
detraherent, detererentque splendorem, næ ille co-
metæ eam rursus efflorescere faceret, atque in causa
esset, ut in magni hujus viri laudes omnium solverentur
ora, qui tum quidem testes essent ad futuri. Neque
fane est, cur quisquam prædictionem hanc velut
vanam, futilemque explodat, quando eorum tem-
porum Astronomi hujus cometæ observationem ma-
ximopere sibi cordi fument, quod ejus orbitæ portio
quæpiam ita vicina est orbi telluris annuo, ut in
quibusdam revolutionibus ex ejus propinquitate in
globo nostro, si non noxii, at certe per quam no-
tabiles effectus existere possint. Jam vero in tanto
cometary numero per orbitas planetarias trajicien-
tium, adeoque enormes caudas trahentium secum,
an non dudum necessitas nobis fuisset imposita, eo-
rum motus verendi, atque sollicite examinandi,
ob tot inopinos eventus, quos in tellure nostra ani-
madvertissemus, nisi corporum horum omnium per
universum discursus a supremo quodam Moderatore
& definiti, & executioni dati fuissent, cuius abso-
lutissima providentia omnes eorum inter se concur-
siones per tot saeculorum seriem futuras, indeque
orituras rerum singularium vicissitudines animo fuerit
complexa? Evidem aberat tum longius ab eo or-
bitæ

bitæ suæ loco terra nostra, prope quem cometæ iste in sua ferebatur trajectoria; at enim non nisi temere quis pronunciet, etiam deinceps semper citra novam fore ejus trajectum, qui universum cometæ cursum non penitus sibi habuerit perspectum. Illud interea commodum animadversione dignum arbitramur, quod tanti temporis periodi, atque observationes cum tot sæculorum intervallo connexæ promittunt, futurum scilicet, ut constantiorem reddant in colendis scientiis nostram solertiam, quæ tot alias fuerunt mutationibus obnoxia. Seros nempe posteritatis annos cum lapsis retro conjungunt quodammodo sæculis, causasque sufficiunt, quibus venturis quoque temporibus pulchra illa naturæ pertoscendæ cupiditas in hominum animis identidem excitetur.

Verum opus haud est, ut expectemus tam remoto a nostra ætate cometæ reditu theorię nostri Auctoris, præsensionisque veritatem firmari. Quod si orbitas cometarum, qui annis 1607, & 1682 fuerunt aspectabiles, inter se conferamus, adeo eæ inter se congruunt, ut nihil æque pronum sit, quam ut unus, idemque censeantur, qui 75 annorum intervalllo circa solem revolvatur. Et siquidem anno 1758, ut periodus isthæc exigit, reducem spectare liceat, insigne prorsus Astronomiæ decus accedet. Enimvero videtur hic cometes ex eorum esse numero, quorum orbitæ quam minimum a sole discedunt, & cujus ab eo maximum intervallum non nisi trigesies & quinques illud superat, quo terra removetur; & cum abest quam longissime, spatium inter

inter solem , & Saturnum interjectum , quater tan-
tum excedit. Ut proinde hunc primum existimemus
futurum , qui in planetarum classem referatur , at-
que Auctoris nostri theoriæ ingens pondus adjiciat.

Non satis erat Newtono , horum cometarum
exemplo palam fecisse , quæ animo conceperat , tam
belle rerum naturæ convenire , nisi eandem quoque
confessionem aliorum phænomena proderent. Quam-
obrem ejus cum primis cometæ complura loca suppu-
tat , quem anni 1664 , & 1665 spectandum dede-
runt. Tanta hic ferebatur velocitate , ut vicos
gradus diurno motu conficeret , per sex fere signa
in cœlo conspicuus , antequam ex hisce regionibus
visui nostro expositis subduceretur. *Cursus ejus* (in-
quit Newtonius) (*) a circulo maximo plurimum
deflexit , in boream incurvatus ; & motus ejus sub
finem ex retrogrado factus est directus. Et non obstan-
te cursu tam insolito , theoria a principio ad finem cum
observationibus non minus accurate congruit , quam
theoriæ Planetarum cum eorum observationibus congrue-
re solent.

Ex iis , quæ in cometis observare licuit , ma-
xime vero Anno 1680 viso , discimus sane , eos
esse corpora solida , firma , atque ad quamvis tem-
poris diurnitatem comparata. Fuerat is , cum ad
perihelium pertigerat , centies sexages , ac sexies
soli propior , quam terra nostra ; atque ex ea vici-
nia

(*) Lib. III. Princip. Propos. 12.
N n n

nia secundum Auctoris nostri computum bis millies majorem concipere debuit calorem, quam ferrum fusioni proximum; & siquidem mole tellurem nostram exæquet, eodemque modo, quo terrestria corpora, pristinum suum frigus recuperet, non minore, quam 50000 annorum spatio ad id opus erit. Huic tam incredibili calori ferendo, ut globus cometarius par sit, profecto solidissime compactus sit, oportet.

Est & illud cometis peculiare phænomenon, quod eos ubivis comitantur, caudaque appellatur. Fuerunt, qui hanc e solis radiis per corpus, aut *nucleum*, (quem pellucidum arbitrabantur) trajectis refractione generari putarent, cum alii eam ex illa lucis refractione repeterent, quam subiret in spatiis interjectis, dum inde e cometarum capite ad nostram usque tellurem reflectitur. At utrorumque rejecta opinione ostendit Auctor noster, caudam a vapore quodam formari, qui perpetuo e cometæ globo in partem soli oppositam attollatur, atque id consimilibus prorsus e causis, e quibus expirationes terrestres, fumusque nostram in atmosphærā exurgunt. Et quoniam cometæ in orbita sua semper progradientur, caudæ in eas partes aliquantum curvantur, quas caput jam transivit. Longissime porro sese explicant, cometis a perihelio digredientibus, hoc est, ex eo loco, in quo a sole absunt proxime, maxime incalescunt, atque in densissima atmosphæræ solaris regione versantur. Obscurius inde caput densior reddit halitus, atque ingenti copia elatus. Prodigiosi sane voluminis erat cauda cometæ anni

1680, quæ inde a nucleo ad spatiū haud minus excurrebat, quam sit illud, quo sol a nobis distat. Materia illa, e qua caudæ consurgunt, motum cum cometis habet communem, ideoque nucleos consequitur, a quibus cūm discedat sub initium, denuo fese illis adjungit. Ut autem ad majorem altitudinem attollitur, ita eam quoque magis semper rarescere est necesse, quod vel ipsa major latitudo tractus illius lucidi versus partes a capite remotiores indicat. Hinc eveniet quoque, ut non exigua caudarum portio, ad tantam scilicet subtilitatem redacta, per systematis solaris spatia dispergatur, atque inde sensim sua gravitate versus planetas recidat, quorum atmosphæris permista in illorum fluidorum locum succedit, quorum dispendio natura tot sua effecta præstat; & fortassis hic etiam modus est jacturam tenuissimi illius spiritus resaciendi, cuius per aerem diffusi tanta est necessitas ad vitam animalibus conservandam, aliasque naturæ operationes.

Ceterum in cometarum motibus frustra exspectabitur summa illa æquabilitas, atque accuratio, temporumque cujusvis periodi æqualitas, quæ in planetis deprehenditur, cum in tanto eorum numero, tam enormi apheliorum a sole distantia, mutua attractio ad eos perturbandos sat efficax esse debeat; cui ea præterea resistentia adjungenda est, quam densior atmosphæra solis iisdem objicit, quando inferiorem orbitarum suarum portionem percurrunt, quæque mutationis quidpiam in eorum cursum inventet. Hinc lentescens paullatim in propioribus hisce spatiis eorum velocitas haud impedire poterit, ut

plurium revolutionum tempore non magis semper ad solem gravitatis vi admoveantur, donec tandem ab immenso illo ignis globo penitus absorbeantur. Cometa certe, quem annus 1680 videndum præbuit, adeo exiguo intervallo a solis superficie aberat, quod ne sextam quidem ejus globi diæmetri partem excederet; proprius procul dubio sequente periodo accessurus, dum prorsus in eundem recidat. Atque ex hisce corporibus novo suspecto pabulo, fixarum quarundam, luce, & calore pene exhaustarum damna reparari poterunt; id, quod in iis potissimum evenisse credibile est, quæ repentina subin exarsisse lumine visæ sunt, tum vero iterum sensim deficere: quæ illa quoque fuerit in *Cassiopea*, quæ, cum die 8 Novembris Anni 1572 nondum videri posset, nocte insequente *Veneris* splendorem pene æquabat, inde autem ita continua lucis patiebatur decrementa, ut post 16 mensium spatiū penitus ex oculis evanesceret. Discipuli Kepleri alteram quoque ejusdem indolis stellam observarunt in dextero *Serpentarii* pede, *Jovis* fulgorem die 30 Septembris Anno 1604 superantem, quamquam nocte priore nihil ejus conspiceretur. Hujus itidem lumen consimili minuebatur ratione, donec post quindecim, aut sedecim menses videri desierit. Stellam hujus generis novam fuisse ajunt, quæ præter ordinem in cœlo comparens Hipparchum ad fixarum catalogum conficiendum excitarit. At enim vero videtur proprius, stellas ejusmodi, quæ alternis incrementis, ac decrementis jam aspectabiles fiunt, jam iterum subducuntur oculis, diversæ esse naturæ, earumque partem alteram obscuram, luminosam esse alteram,

quas circa axem suum conversæ ex ordine nobis
obvendant.

Argumenti porro vis, quod adversus æternitatem Mundanæ hujus machinæ inde peti solet, quod solaris globus sensim aliquid semper e sua materia deperdat, tantum abest, ut hinc infringatur, ut etiam e Cometarum exposita theoria plus roboris recipiat, quando evidens sane est, quid quid novi pabuli ei ex ipsis adjici potuerit, dudum jam absumentum fuisse, siquidem nullam temporariam originem habuisset. Ipsa ea Cometarum massa, cuius in singulis revolutionibus exhalatione circa perihelium tam copiosa caudæ enascuntur, jam longo ante ætatem nostram tempore exhausta debuisset. Universe quidquid augetur, minuiturque continuis mutationibus, cum Mundi æternitate pugnat, cum illud in immensum crevisse, hoc evanuisse ad nostra usque tempora oportuisset; quis vero nescit, utriusque generis res plurimas in hoc universo contineri?

Cometarum in inferiores planetarum regiones descensus illud etiam ostendit clarissime, orbis scilicet solidos, in quibus cœlestia corpora revolvi volebant Scholastici Philosophi, haud uspiam consistere posse, quam in eorum cerebro. Cursus ad hæc tam exacte respondens legibus, quo in orbitis adeo eccentricis quavis directione, in quamlibet cœli plagam feruntur, si præcipue cum aliis compluribus conjugatur argumentis, Cartesianos vortices penitus evertit.

Observatu quoque dignum existimat Newtonus, quod Cometus versus omnem cœli partem directionibus tantopere inter se diversis, & in trajectoriis tam eccentricis discurrentibus, quarum plana majoribus etiam inter se inclinantur angulis, nequaquam credibile videri possit, cæcæ cuidam necessitati adscribendum esse, quod tum planetæ circa solem, tum eorum satellites circa primarios suos, in eandem omnes plagam, in orbitis a circulis tam parum dissidentibus, atque in eodem prope plano moveantur. Cometarum globi, a quorum orbitalium centris sol tanto intervallo abest, ingenti velocitate ad illa delabuntur spatia, in quibus planetæ moventur, eaque pernicissimo tranant cursu, ut scilicet cum isthic tum inter se, tum etiam cum planetis ad maximam veniant viciniam, quam minimum sit tempus, quo vel ipsorum orbitæ, vel planetarum perturbari possint. Et quia diversa admodum plana percurrent, in maxime distis orbitalium suarum portionibus longissime a se discedunt, ubi imminuta tantopere velocitate, solisque vi exigua ad tam remota spatia agente, mutuis attractionibus turbarunt plurimum invehetur in eorum motus, nisi tanta longinquitate id caveretur. Ut adeo nunquam non, quæ res minus accurate exponentibus ordini, & naturæ legum elegantiæ adversari videntur, post maturius examen cum summa concinnitate disposita, atque sapientissimo ordinata consilio deprehendantur.

Hæc ubi præstítit Newtonus, animum tantisper ad causæ omnium supremæ naturam contemplandam convertit, atque ex aspectabilis hujus Mundi structura concludit, eum Omnipotenti cùdam, atque sapientiæ infinitæ Moderatori subesse, qui eundem non instar animæ, sed tanquam Dominus regat; qui perfectissimam in hoc universum exerceat potestatem, non velut in corpus, sed in opus suum, quod, ut libet, verset, quin ipse ejus vicinitudine quicquam afficiatur. Verum quæ Newtōno fuerint de Divinitate sensa, diffusius paullo nobis sequente Capite est expōendum.

C A P U T IX.

De Supremo Universi Auctore, & Conseruatore.

I. **A**ristoteles librum suum de Mundo hac animadversione concludit: quod impium foret, de mundo loqui, & de Auctore ejus tacere; cum reipsa nihil frequentius, nihil in natura deprehendamus constantius, quam Dei omnia moderantis vestigia; & Philosophus ille, qui his nihil admodum pensi habitis, sola universi, qua ex materia concretum sensibus subjicitur, specie,

cie, & Mechanicis motus legibus sibi satisfacit, negligit, quod ceteris omnibus excellentius est, atque imperfectum aliquid supremæ perfectioni, infinitati finitum, infirmum, atque angustis definitum limitibus, summæ, quam nulla temporum, vel locorum circumscriptio metitur, potentiae, caducum denique, & mortale æternum duraturo præponit. Qui ad tam manifesta sapientiae, bonitatisque supremæ indicia, quæ sepe ubivis offerunt, quounque vel mentis oculos convertant, aut undecimque naturæ pervestigationem inchoent, animalium non adhibent, antiquorum prorsus Philosophorum referunt morem, qui cæcam noctem, materiam, & chaos rerum omnium originem constituerunt.

2. Quemadmodum, cum & notio, & verba nos destituant, de supremo illo Ente locutros, Aristoteles in libri sui (cujus paullo superius meminimus) clausula, assurgere ultra non potuit, quam ut illud cum eo, quod præstantissimum est, atque in omni genere excellentissimum, componeret (*); ita nobis quoque dicitur Rex vel supremus

Domini

~~οὐδὲν οὐδὲν εἴ τι μηδὲ μηδὲν αἰτεῖται~~

(*) Καθόλις δὲ, ὅπερ ἐν τῇ κυβερνήσῃ, ἐν ἀριστερᾷ δὲ ἡγεμονίᾳ, δέ κορυφάιος, ἐν πόλει δὲ νόμος, ἐν σριτοπέδῳ δὲ ἡγεμονία. Τέτοιο θεὸς ἐν κόσμῳ. πλὴν καὶ οὗτον, τοῖς μὲν καματηρούσι τὸ ἄρχειν, πολιτικότερον τὸ πολυμέτρυνον. τῷ δὲ ἀλυπτον, απονότε τε καὶ πάσης κακωρίσμένον σωματικής φύσεως δελεγεῖται, ἐν ανθρώπῳ γαρ ἴδιμένος πάντα κίνει. καὶ περισσότερον βλέπεται, καὶ ἐπως, ἐν διαρροϊσι τέλειος τε καὶ φυσεσιν. De Mundo Cap. 6.

Dominus, omniumque rerum a se conditarum PARENTS, Mundi ANIMA, vel magnus denique UNIVERSI Spiritus. Iftiusmodi loquendi formulæ sub initium recto, quo debebant, sensu acceptæ, deinde tamen abusu quodam corruptæ sunt, & potissimum quidem illa, qua mundi dicebatur anima, quæ scilicet ens supremum non solum repræsentare potuerit instar principii efficientis, atque sua se virtute moventis, verum etiam velut patientis, & quod corporum actionibus, motionibusque afficeretur. Natura separata, & omnis concretionis expers posterioribus Platonis asseclis, præcipue vero Plotino, occasionem subministravit, abstrusissimas quasque, plurimumque ab intelligentia remotas de Divinitate, & religione ei debita notiones inducendi, uti cum nos docet, intelligentiam Deo nequaquam tribui oportere, cultumque, quem quidem ei præstare possumus, perfectissimum, non in venerationis, & reverentiæ, non in amoris, & gratitudinis actionibus, sed in arcana quadam nostri exinanitione, integraque facultatum nostrarum omnium abolitione recte positam esse. Hæc absurdâ quantumvis dogmata suos tamen sectatores nacta sunt, qui dum hic etiam, uti alias, majores nido conantur alas extendere, vim intelligentiæ suæ inferunt, & in quandam prorsus insaniam delabuntur, atque, quantum in ipsis est, veram religionem, pietatemque solidam in contemptum adducunt.

3. Qui extollendi supremæ causæ potentiam obtentu, veritatem, falsitatemque voluntati ejus penitus alligant, laudari ex hoc capite haud merentur, quem-

Ooo

ad-

admodum de Cartesio observavimus *Lib. i Cap. 4.* Hæc etenim dogmata directo spectant ad introducendam opinionem absurdam, quæ intelligendi facultatem ita posse comparatam esse docet, ut, quod re ipsa falsum est, tanquam verum clare, distincteque percipiat. Multo rectius profecto sentiunt, quos nulla prohibet religio, ipsam Dei potentiam, & rerum, quæ fieri possunt, naturam, e claris, quas de illis animo suo concipiunt, notionibus metiri, affirmantes videlicet, nec in ipsius adeo Dei potestate esse, efficere, ut res inter se pugnantes, quas *contradicторias* Scholæ dicunt, simul cum veritate consentiant, qui que quod in humanis cognitionibus certum est, haud aliter considerant, quam quod ex ipsa Divina sapientia, & scientia in nos emanarit quodammodo, nobisque in naturæ spectaculis, quæ oculis nostris subjecit, sit communicatum.

4. Cum ea sit argumenti hujus subtilitas, atque præstantia, ut infirmas hominum mentes fac illime ultra præstitutos ingenio limites provehat, earum tenuitati ut quoquo modo subveniretur, excogitatæ sunt imagines quædam allegoricæ, & ænigmaticæ, quæ tamen nocentissimis deinceps abusibus ansam præbuerunt. Ubi enim figuræ metaphoricæ, atque nomina pro rebus ipsis haberi cæperunt, mox in veræ Divinitatis locum infinitus propemodum falsorum deorum numerus substitutus, rebusque etiam absurdissimis cultus impensus est, qui ad extinguendos in animis hominum ingenuæ probitatis, veræque virtutis notiones spectabat.

5. Quem-

5. Quemadmodum non aliud vel spinosum magis, & subtile pervestigandi genus est, quam quo de Divinitate agitur, vel tam grave & salutare naturis intelligentia præditis, quam quo verum a falso, justum ab injusto dijudicatur; ita quoque nec ad aliud majorem & cautionem requiri, & prudentiam in aperto est. Atque inde est, quod magno nostro cum dolore videamus, quanta cum libertate, vel potius licentia, Philosophi temerarias suas de natura, libertate, aliisque Dei perfectionibus notiones provexerint. Ostendimus in primo Libro, ipsis ferre Cartesii verbis, quam licenter hic Philosophus universi formationem, seposita pene Divinitate, explicuerit, conatusque sit ex ejusdem perfectionibus conjectaria deducere, quæ tamen in præsens a vero aliena sunt deprehensa. Pronum est arbitrari, tam a ratione abhorrentem Philosophandi modum in re tam seria, tantique momenti, saniorem, moderatoremque humani generis partem a Cartesio deterruisse. Dum interea Spinoza monstrosa prorsus sua de necessitate immutabili dogmata condebat, omnibus facile Philosophis, uti argumentorum infirmitate, ita opinionum impietate deterior, nihilominus non raro, cum de Divinitate loqueretur, summam reverentiam, observantiamque affectabat. Leibnitzius, pluresque ejus discipuli eandem, quam ex Magistri sui doctrina hauserunt, fatalem rerum omnium necessitatem ita quoque sustinuerunt, ut eam prorsus ad Deum ipsum pertinere existimaverint, cuius adumbratas animo notiones tam imperfectas habemus, cum tantum interim nostra referat, ne falsa hac in re, atque mendaci informatione decipiamur. Insigni enimvero prudentia, ac circumspetio-

ctione in differendo hoc super argumento, seu familiari sermone, seu scriptis enituit Newtonus, quamvis neque ipse hac in causa adversariorum suorum criminationes effugerit. Cum Deus prima rerum, atque suprema causa sit, ex qua in reliquas vis omnis, & efficacitas proficiscitur, rationi prorsus contrarium esse statuit, hanc unam ex universi formatione, in quam ceteræ admittuntur, excludere. Multo æquius ei videbatur credere, omnem hanc connexionem, diversasque causarum series, ad supremam hanc, velut principium & originem referri, totumque universi systema ab ea, quæ nulli naturæ est obediens aut subjecta, dependere.

6. Maximi ponderis argumentum, cur Deum esse confiteamur, quod ita omnibus est perspicuum, ut summæ ejus evidentiæ repugnare nemo penitus possit, admirabilis mundi structura, ejusque manifestissima partium inter se consensio, alteriusque cum altera coagmentatio suppeditat. Nihil attinet hic subtilibus, exquisitisque rationibus agere; ipsa hæc tam luculenta rerum omnium inter se conspiratio Auctorem, a quo pendeant, nobis clare loquuntur. Commoveamur ad hoc vehementer quadam sensus intimi affectione; & si quæ etiam, quibus involvamus, rationes opponi fortasse possint, at naturæ illud nostræ judicium nunquam eæ profecto labefactabunt. Nemo omnium exempli causa, cui Optices elementa, & tota oculi structura accuratius perspecta sunt, adduci poterit, ut existimet, hunc sine perfecta hujus scientiæ cognitione formatum, vel aurem citra sonorum intelligentiam esse factam, vel in ipsis de-

nique

nique bestiis sexum alterum ad alterum non referri, generis quarumvis perpetuandi causa. Innumera hujuscemodi exempla, si tantisper animum advertamus, in natura deprehendimus. Ex admiranda rerum omnium ad causas suas finales conformatio[n]e, præstantem, excellentemque ipsius Auctoris informationem accipimus; & quoniam ad unum omnia finem referuntur, ipsum quoque *unum* esse intelligimus. Ingentes vero motus, quos in universo hoc conspicimus eadem fieri facilitate, qua minimos, eum & *omnipotentem* esse testantur, cui haud difficilis sit telluris molem, corporaque cœlestia, quam maxime exiles particulas movere. Ipsa porro motuum & actionum, quæ internas corporum partes afficiunt, subtilitas, ejusdem agendi vim ad ultima usque, ex quibus constituuntur, elementa pertinere, eumque pariter & *agere*, & *adesse ubi vis* manifesto significat: legum, quibus hic mundus continetur, simplicitas, excellens rerum omnium ad meliores fines dispositio, eximia naturæ operum pulchritudo, & singularis ornatus, quem nulla ars quantumvis absoluta imitando consequi potest, summam, atque perfectam ejus sapientiam demonstrant: commoda denique innumera, quæ e rebus omnibus in emolumentum ratione prædictarum mentium aptissime distributis redundant, ipseque adeo interior intellectus, honestatisque capacis naturæ habitus, certissima sunt immensæ Dei Bonitatis indicia. Atque hæc illa potissimum argumenta, quæ cum abunde & ante oculos vulgi posita, & ad popularem intelligentiam omnino accommodata sint, tum novam simul vim & splendorum ex ipsis eruditorum pervestigationibus capiunt.

Actuosa Divinitatis via universi hujus molem omnem complexa, id ab eo, uti factum & constitutum est, ita regi atque gubernari plane ostendit, reconditaque ejus consilia (in ipsa conspicui hujus mundi administratione) quorum pars maxima intelligentiam nostram exuperat, religionem nobis, & reverentiam adversus Ens hoc supremum injiciunt, animumque comparant ad ea accipienda, quæ de hoc præter naturæ ordinem nobis possunt manifesta fieri. Animadversione dignum est, futurum fuisse, ut non nullæ naturæ leges, quas modo reapse cognitas habemus, nos penitus effugerent, siquidem oculorum sensu destituti essemus; & forsan facere quoque potuit, ut alio adhuc sensus genere instrueremur, cuius ne notio nem quidem animo effingere nobis in præsens licet, quamvis sine eo neque omnia illius opera perfici, neque ipse perfectiore modo a nobis cognosci possit. Qualis autem cunque hæc nostra sit conditio, tantum certe cognitionis habemus, ut & nos a supremo hoc ente omnino pendere, & quæ ei, tanquam Domino, rerumque omnium dispensatori debemus officia, ignorare non possumus. Ipsa quidem natura Dei, uti & aliarum quarumvis rerum, a sensibus nostris attingi nequit; attamen perfectiones ejus ex admirabili operum, quæ divina providentia constituta novimus, pulchritudine atque præstantia plena luce sese nobis objiciunt. Non ignoramus, quantumvis summam, quam comprehendere mente possumus, divinarum perfectionum magnitudinem, ipsis, ut in se sunt, multum esse inferiorem, suprema tamen ejus in nos potestas atque imperium, nostraque adversus eum obsequia, & debita pietatis officia, cui nota, manifestaque non sint?

7. Præ-

7. Præcipuum Newtoni studium, atque industria in eo versabatur, ut nunquam non ens hoc supremum instar principii libere agentis contemplandum nobis proponeret, metuens scilicet haud injuria periculosa doctrinæ illius consecaria, quæ, quidquid accidat, id ex fatali, aut immutabili necessitate fluxisse affirmat. Condidit Deus mundum, nulla prorsus cogente necessitate, sed quando id faciendum æternis consiliois decrevit. Materia neque infinita est, neque necessaria, sed tantum ex ea creavit, quantum ad præstitutos fines requirebatur; fixarum ad hæc stellarum systemata diversis a se interrallis arbitratu suo locavit: planetas in solari systemate definito numero formavit, eosdemque ad varia, ut libuit, disposuit spatia: impertivit his omnibus motum, quo ab occasu in ortum constanter feruntur, quamvis ex cometarum cursibus plane pateat, contrarium priori, ab ortu scilicet ad occasum, in his ciere, prorsus in potestate Conditoris fuisse. In his, aliisque pene innumeris id genus exemplis, an non naturæ summa sapientia, libertateque agentis vestigia manifestissime expressa legimus? Quemadmodum vero inter ceteras, quæ Newtoni indolem commendarunt, dotes, non postremum sibi locum circumspetio vendicaverat, quin tamen hæc ab ejus vel ingenii perspicacia, vel mentis acumine quidquam detraheret; ita quoque hic præcipuo quodam jure ei applaudere, confiterique nos oportet, Philosophiam ejus ad summi momenti fines peropportunam semper fuisse, quin vel ullo ex capite iis officere videretur.

8. At enim quoniam de Natura illa inexplicabili tractaturos, & notionum, & verborum ad ejus dignitatem atque præstantiam quoquo modo accommodatorum inopia cogit ad loquendi formulas aliunde translati vocabulis minus proprias, confugere, e quibus animi nostri sensa vim quampliam, majusque robur accipient, quemadmodum jam supra minimus; fieri vix potest, ut vel cautissimus quispiam non quandoque ejusmodi usurpet, quæ apud illos in deterius trahantur, qui ingenii, ac ratiociniorum acumine ad serendas tantummodo lites abutuntur. Ut sui de *Omnipræsentia* Dei animi sensa exprimeret Newtonus, ajebat, ens hoc supremum id omne, quod quidem in universo spatio fieret, plene, intimeque velut suo quodam in sensorio percipere. Ea res ingentem mox apud adversarios tumultum excitavit, quasi dicere voluisse, idem Deo esse hoc spatum, quod est sensus organum animæ nostræ. At vero quis quis hæc Newtoni verba animo præsumptis opinionibus libero expendit, in hoc facile conveniet, ex iis in nobis vivacissimam oriri imaginem intime ubivis præsentis Dei, cui absolutissima sit facultas, omnia, quæ aguntur, modo plane perfectissimo, nulliusque prorsus agentis, vel instrumentorum intermediorum subsidio percipiendi: neque a Newtono ipso hæc alia mente, sensuque usurpata fuisse; utpote qui præcipuo quodam studio ad vigilavit ad refellendam eorum opinionem, qui res externas in Deum agere, eumque inde affectioni cuidam, vel reactioni obnoxium esse, temere statuebant. Communis est, & pervulgata opinio, animam impressionibus in sensus factis intume affici,

at-

atque hac tantummodo ratione rebus præsentem ad-
esse : & quoniam , quidquid de divinis perfectio-
nibus cognoscimus , ex iis nobis derivandum est ,
quæ seu de nostris , seu de aliorum hominum men-
tibus perspecta habemus , & id quidem modo , quo
fieri potest , præstantissimo , defectu scilicet , omni-
que limite secluso ; supra vires pene fuerit , *omni-*
præsentia Dei , & infinitæ ejus scientiæ , clariorem
nobis , atque per hanc comparationem , adumbrare
imaginem . At enim ex immodico erga sua syste-
mata amore perquam irritabiles sunt Philosophi in eos ,
qui dum uni perquirendæ veritati animum intendunt ,
ex improviso illorum dogmatum fundamenta subruunt:
tum vero omnem pervestigant occasionem , vel er-
roris umbram minimam hisce objectandi .

9. Maxime omnium adversus Newtonum vo-
ciferabantur , qui spatium infinitum velut perfectio-
nem divinam ab eo nobis repræsentatum existimabant ,
creditumque , Deum per diffusionem suæ *substantiæ*
in singulis spatii partibus esse præsentem . At vero
similes loquendi formulas in scriptis ejus nusquam
prorsus reperias : major erat Newtono , dum seu
cogitaret , seu loqueretur de Deo , reverentia atque
religio , quam ut hujuscemodi sentiendi licentiam sibi fu-
meret . Quin Deus (diserte inquit) (*) durat ab
eter-

(*) *Æternus* est & infinitus , omnipotens & omnisciens , id est ,
durat ab aeterno in aeternum , & adeo ab infinito in infinitum ; omnia
regit & omnia cognoscit , quæ sunt , aut fieri possunt . Non est
æternitas , & infinitas , sed æternus & infinitus ; non est dura-

*ab æterno in æternum, & adeſt ab infinito in infinitum, at non
est æternitas vel infinitas, non est duratio vel ſpatium. Addit
præterea (dicam enim quod res eſt) quemadmodum Deus
necessario exiſtit, ita & eadem necessitate exiſtendo
ſemper & ubique durationem & ſpatium conſtituit.
Quid vero jam in hiſ, quod crimi ni dari merito
poſſit? Nihil aliud certe hæc allata Newtoni verba
ſignificant, quam quod, cum Deus reipsa, & neceſſario in omnibus prorsus ſpatii & durationis partibus
adſit, iſipſum quoque ſpatium, & duratio exiſtant,
neceſſe fit.*

10. Tantum abeſt, ut hæc notio justæ ad-
versus Newtonum querimoniæ fundamen tum præbeat,
ut neceſſariam potius ſpatii exiſtentiam modo Deo
prorsus digno complectatur, doceatque nos, quantum
emolumenti ex doctrina hac tam evidente, tam
manifesta hauriri poſſit. Adeo Newtonus non pro-
poſuit nobis Deum per diſſuſionem in ſpatio præfen-
tem (quemadmodum injuria quidam criminati ſunt)
ut planiſſime etiam dicat: *partes dantur ſucceſſiua in
duratione, coexiſtentes in ſpatio, neutræ in persona
hominis, ſeu principio ejus cogitante; & multo minus,
in ſubſtantia cogitante Dei. Omnis homo, quatenus res
ſentiens, eſt unus, & idem homo durante vita ſua
in omnibus, & ſingulis ſenſuum organis. Deus eſt unus,
& idem Deus ſemper & ubique, quin ulli omnino
mutationi ſubjaceat. Subjungit, Deum eſſe ubique
non*

*tio & ſpatium, ſed durat, & adeſt. Durat ſemper. & adeſt
ubique, & exiſtendo ſemper & ubique, durationem & ſpatium
conſtituit. Newton. Princip. Scholium generale. Pag. 528.*

non per virtutem solam, sed etiam per substantiam, sed modo prorsus incorporeo, modo nobis penitus ignoto. Perficuum igitur est, multum a Newtoni sententia aberrare, qui existimat, Deum per diffusio-
nem suæ substantiae esse præsentem, quemadmodum corpus in spatio ex eo adest, quod per illud par-
tes suas extensas habeat; neque mirum admodum cuiquam videri debet, a nobis modum, quo Deus in locis adest omnibus, nulla sat clara ratione expe-
diri posse. Cognitio nostra, quam de rebus habemus, ad earum naturam intimam omnino non per-
tinet. Figuram, colorem, externam rerum faciem,
& quæ in nos agunt, percipimus quidem; at in ea-
rum, multoque minus ipsius Dei substantiam nulla vel sensus, vel mentis acie penetrare nobis licet. Et quemadmodum, quem natura videndi facultate destitutum edidit, quid illud rei sit, quod colorem appellamus, penitus ignorat, nec ullam animo sibi visus, quo alii pollent, imaginem effingere potest; ita nostram intelligentiam ratio etiam illa, modusque, quo Deus omnia & cognoscit, & efficit, prorsus effugit.

II. Deum esse, hasque omnes in sese conti-
nere perfectiones, facile equidem, luculenterque ejus evincunt opera; verum ad ipsam ejus pervidendum naturam nullus unquam patere potest aditus. Et enim seu nosmetipsos, seu res ceteras extra nos positas spectemus, ut causa quædam prima sit, ab alia nulla pendens, necessitatem intelligimus: sed hunc in modum dum fieri non posse colligimus, ut Deus non sit, argumento a posteriori (quod dicunt) ui-

P p 2 mur;

mur; quæ sane concludendi ratio ab ea discrepat plurimum, qua in Geometria necessariam propositionum veritatem deducimus, aut ex iis, quæ figuram quampiam constituunt, ejusdem affectiones derivamus. Interest, inquam, hanc inter Geometricam, directamque evidentiam, atque consecutionem illam, qua spatii necessitas ostenditur. Non alia de causa hæc omnia a nobis isthic commemorantur, quam ut Newtoni sententia, qua spatum a Divinitatis necessitate disjungi non posse docuit, jus suum obtineat. De infinitate spatii & durationis magna semper Philosophorum dissensio certatum est, & vix erit, ut huic eorum contentioni ulla aliquando dies finem imponat. Quod igitur in hanc rem afferre possumus, illud tantum est, ut ostendamus, id, quod vir ille eximius hoc super argumento tam breviter, tamque modeste pronunciavit, non minus certe & cum ratione, & cum veræ Philosophiae principiis consentire, & e Numinis esse dignitate, ac aliorum quodvis systema; ut ut dein vix dubitationi locus sit, quin semper futura sint in quæstione tam difficulti, quæ obmoveri possint, quavis demum in ratiocinando circumspetione, moderationeque utamur. Quod ad eos attinet, qui spatium negant esse reapse in natura aliquid, superius animadvertisimus, ex vero, *absolutoque* motu, quem experientia duce cognoscimus, *absolutum* quoque in universo spatum, satis, evidenterque ostendi; quod si hoc spatum in universo dari negetur, non nisi perturbatio in naturæ studio, sententiarumque pugnae consequantur, necesse est. Pluribus rationum momentis, atque diffuse hoc argumentum.

gumentum apud Philosophos varios pertractatum reperias, maxime vero ex eo deductis axioma-
te: non entis nulla esse attributa, quibus spatii hu-
jus veritas stabilitur, cujus partes & mensuræ sub-
jectæ sunt, & variis inter se rationibus compara-
ri possunt.

12. Jam supra memoravimus, quod cum Deus prima, atque suprema rerum omnium causa sit, prorsus alienum sit a ratione, eum velut rementem intelligentem penitus ab universitate rerum segregatam exhibere, atque a natura exclu-
dere. Quin immo proni hue, & duce natura ferimur, ut eum & primos in corporibus ciere motus, & ex unius ejus virtute ceterarum omnium causarum pendere efficacitatem existimemus. Prin-
cipium hoc plane congruit cum eo, quod ex omnibus nostris in naturam investigationibus col-
ligitur, ubi scilicet vires Mechanicis tantum le-
gibus, aut solis materiæ, motusque effectis mul-
tum superiores continuo deprehendimus. Leges,
quibus universi natura continetur, certæ sunt,
atque constantes, &, quantum quidem eas no-
bis perspectas habemus, in generalem quandam,
& ad universa pertinentem potentiam resolvi pos-
sunt. Verum in hanc ipsam quoque potentiam
vis, & proprietates non ex Mechanica, sed po-
tissimum ex virtute primi Motoris proxime, &
nullo interveniente alio, in eam influentis derivan-
tur. Interim non hoc Auctori rerum fuisse con-
silia, ut omnia præsente hoc statu sine vicissitu-
dine æternum maneant, non ex his modo, quæ
P p p 3 in

in *morali*, ut dicimus, mundo accident, verum etiam ex ipsius, qua sensibus subjacet, universi phænomenis manifesto apparet; quemadmodum plane liquet, non potuisse illud, quo nunc se habet, modo, ab omni æternitate consistere.

13. Vis gravitatis, qua corpora cœlestia continuas conversiones iisdem spatiis, cursibusque conficiunt, ad solis usque, & Planetarum centra pertinet, quin a virtute sua quidquam remittat, itaque ad immensa prorsus spatia extenditur, ut certis duntaxat, definitisque legibus decrescat. Ejus energia ex quantitate solidæ, quæ in corporibus continetur, materiæ, non vero ex superficie, quemadmodum id de causis mere Mechanicis observavimus, æstimanda est: igitur vis hæc Mechanicæ solius legibus superior esse recte constituetur. Nihilominus tamen vero non est simile, certos, constantesque cœlestium orbium situs, hunc rerum ordinem, sub originem mundi ab ea effici potuisse. Nequuit certe a gravitatis vi pendere, ut Planetæ ab occasu potius in ortum, in orbitis fere in circulum flexis, eodemque pene in plano circumferrentur; neque ex ejus natura definiri potest, cur Cometæ quaquaverum impulsi per omnes cœli regiones discurrant. Quod si fingamus materiam universi systematis gravitate sua in centro collectam, nulla sane erit Mechanicis principiis fundata potestas, quæ quantumvis gravitatis viribus suffulta tantæ molis portiones, quantas sol, planetarumque globi exigunt, ab immensa illa massa sejungat, indeque ad definita singulis intervalla evectis motum, quæ-

quælibet directione poscit, imprimat, servata interim actionis, reactionisque æqualitate, neque totius mundani systematis gravitatis centro loco suo unquam emoto. Tam elegans, tam admirabilis rerum coagmentatio non nisi a principio intelligente, libero, cuius potestatem nihil circumscribat, profecta intelligi potest. Vires itaque illæ, quæ corpoream universi partem continent, variosque illius motus moderantur, maximopere ab iis differunt, quæ ei vel primum procreandæ, vel in illam redigendæ pulcherrimam formam erant necessariæ, qua in præsens sese nostris oculis objicit.

14. Quemadmodum ne animo quidem comprehendendi potest universum, nisi velut causæ supremæ, principique motori subjectum, quem omni ejus procuratione, atque actione privare absurdum foret, ne dicam impium; ita quoque ex legibus, quas tam inviolate servari cernimus, ipsius, quæ in natura operatur, rationis informationem quandam accipimus. Et si fons & origo omnis efficacitatis unus ille, solusque sit, haud tamen prohibet, quo minus causæ etiam secundæ in universo ex vero agant, & Mechanica ad efficiendos in magno naturæ systemate motus vires suas conferat (*). Agen-di, reagendique æqualitas, quæ in iis adeo potentiis

(*) Αλλὰ τὸτο δὲ τὸ θεῖόντα, τὸ μετὰ μαζάνης ἡ ἀπλῆς κινήσεως παιδοδικὺς ἀπόλετον ιδέας, ὥσπερ εἰμέλει δέσμοι οἱ μηχανικοὶ διὰ μιᾶς ἵργας σχευτείας πολλαῖς ἡ ποιῆσας ενεργείας ἀπόλελύτεσσι. Vide Arist. loco superius memorato.

tiis obtinet, quæ supra corporeas multum positæ, proximeque a supremo ente derivari videntur, plane nobis indicat, et si omnem agendi, efficiendique virtutem ab eo recipient, ipsas tamen earum actiones ad Mechanics principiorum regulam dirigi, ac limitibus suis definiri; nec eas velut ipsas Dei voluntiones (ut non paucorum ferebat opinio) sed tanquam instrumenta ejus consiliis exequendis constituta spectari oportere. Sic, si nobilissima naturæ phænomena ex æthere quodam, raro, atque elasto, quemadmodum id Newtonus conjecterat, existant; omnis ejus efficacitas in immensam Dei potentiam, & arbitrium, supremam scilicet causam, est refundenda. Nec tamen id vetat, subtilissimam hujus corporis naturam iisdem legibus adstringi, quibus aliorum fluentium actiones, vibrationesque subsunt: & si quidem illius indolem exploratam magis habremus, complures in ejus effecta & utiles, & elegantes disquisitiones ex hisce legibus instituere licet. Facile hinc perspicitur, auctoris nostri conjectura nihil prorsus ab influentis in naturam Divinæ virtutis, actionisque continuatione detrahi, utpote quæ inquirendi libertatem, affectionesque id genus æthereæ materiæ pervestigandi haudquaquam circumscribit. Qui vero præpropere hasce potentias in una causæ supremæ voluntate, rejecto omni instrumento intermedio, reponunt, conatibus hi nostris, ac disquisitionibus finem imponunt, eaque nos Philosophiæ parte privatos volunt, quæ reliquis excellentior videtur, dum eam velut inane quid, & commentitum repræsentant. Quid, quod hac philosophandi ratione (uti superius jam meminimus) (*) , ipsius

(*), ipsius causæ primæ dignitati non parum officiant, cujus tamen afferendæ studium, ardoremque tantum præferunt? Quanto enim altius ad supremam illam causam per eos conscendimus gradus, quos natura nobis velut in scala quadam descripsit, tanto amplior, elegantiorque rerum creatarum scena nobis spectanda objicitur. Neque vero seu a ratione, seu ab usu alienum videri potest, quod de secundiarum id genus causarum vi, & efficacitate diximus, quibus velut totidem instrumentis ad universi regimen supremus ille Moderator utitur, quando rei hujus exempla neque in communi rerum cursu defunt. Novimus etenim, gravitatem, attractiōnem, & repulsionem principiis Mechanicis sociari; neque ulla se se nobis in contrarium offert ratio, ob quam non idem etiam in phænomenorum, motuumque in universo hoc systemate effectione, quorum causæ subtilissimæ sunt, & inventu difficillimæ, locum obtineat.

15. Elapsis retro temporibus ingentes in superficie telluris rerum conversiones contigisse, declarant potissimum diversa hujus globi strata, quæ cum ordine primum alia excipientur ab aliis, tum vero non exiguis interrumpuntur intervallis, donec rursus eadem lege disposita recurrent. Earundem vicissitudinum monumenta haberi merito possunt plantarum vestigia, durissimis etiam impressa corporibus, e terræ visceribus, iis in locis, in quibus id genus fru-

(*) Lib. I Cap. V §. 5.

frutices, herbæve oriri nunquam sunt visæ, erutis; ipsa denique terrestrium, marinorumque animalium ossa, pluries centenis cubitis infra terram, atque in regionibus ab oceano remotissimis deprehensa, consimiles mutationes luculenter testantur. Tanta hæc rerum permixtio, commutatioque a Philosophis non nullis cometarum viribus terram in suis revolutionibus proprius prætervectorum tribuitur; causis aliis in natura agentibus adscribitur ab aliis: at quoniam universi hujus compages ita a Deo constituta est, ut non modo ex ejus nutu pendeat semper, sed etiam a supremi hujus Moderatoris artifice manu refici aliquando, reconcinnarique debeat (quanquam necessitatem ejusmodi restitutionis non nisi plurimorum saeculorum series adferet); haud tanti videtur esse, scire, opere instrumentorum quorundam, a sola illius virtute, qui primas rebus formas imperitiit, ingentes adeo universi mutationes factæ sint?

16. Imperare certe nobis non possumus, quin hic loci ejus consilii, quod Auctori naturæ fuisse videtur, meminerimus. Eam statuit vitæ nostræ conditionem, ut omnis telluris nostræ cum ingentibus aliis universi corporibus communio intercludatur; & quod maxime vero est simile, neque aliis planetis cum aliis, diversisque systematis, commercium ullum esse voluit. Telescopiorum subsidio quidem montes, præcipites hiatus, & cavernas in luna nobis clarissime retegere licet; at nescimus prorsus, ecquod animantium genus prærupta illa loca incolere, illicque gressum figere possit; aut quosnam in usus ingentia illa condita sint antra, e quorum me-

medio præalta rursus eminent cacumina? Ignoramus penitus, neque ulla intelligendi vi assequi possumus, qui planetæ illi atmosphæra, vaporibus, oceano (ut quidem plurimorum fert Astronomorum opinio) destituto, idem cum tellure nostra finis præstitui potuerit? Observamus equidem tam repentina, tam stupendas in Jovis, planetarum maximi, superficie conversiones, ut terræ incolis non possent omnino non esse quam maxime perniciosæ. Satis superque ad irritandam, sed non ad explendam sciendi cupiditatem nostram hæc corpora noscimus. Atque ex his non minus, aliisque consimilibus animadversionibus, quam honesti, vitiosique contemplatione, facile adduceremur, ut, qua nunc sumus, conditioni, fortique nostræ plurima deesse existimaremus, nisi eam alius aliquando exciperet status, qui clariorem, nostræque aviditati accommodatam naturæ, magnique ejus Auctoris cognitionem secum adferat. Haud e dignitate immensæ illius sapientiæ, quæ tanta ubi-vis in natura sese prodit evidentia, fuerit arbitrari, tam arctos intelligentiæ limites nos nunquam posse transgredi; eoque tantummodo consilio e tanta rerum creatarum varietate Deum in nobis sciendi concitare ardorem hunc, ut nunquam ad finem suum pertingat. Ut extra dubium est, ab homine in tellure principem obtineri locum, neque hic globus noster (quantum quidem assequi nobis fas est) ullo alio in universi hujus systemate inferior est censendus, si præcipuos, qui in ejus formatione spectari potuerunt, fines attendamus; ita si singamus perire hominem, quin clariorem unquam naturæ cognitionem, quam pro præsente conditione tam im-

Q q q 2

per-

perfectam, nanciscatur, non immerito a nobis sumpto exemplo conficietur, aliorum quorumvis planetarum, omniumque prorsus systematum incolas privandos pariter voluptate illa, hæc sua desideria expleta olim videndi, neque singularia illa, plurimaque naturæ mirabilia a quo piam eorum, nisi obscure admodum, perspicienda fore. Eo igitur quasi duce natura ferimur, ut hanc vitæ mortalis conditionem velut auroram, ac diluculum quoddam statutus nostri consideremus, quo nosmet ad eam, quæ deinceps nos manet, fortunam rite comparemus; quod ipsi etiam prudentiores priscorum temporum Philosophi existimasse videntur. Et vero quisquis accuratius hominis naturam, potissimum vero desideria, animique affectiones considerat, quæ præsentibus hisce rebus **exfaturari** nunquam possunt, facile sibi persuadebit, ejus mentem a Divina Providentia ad præstantiorem multo reservari rerum notitiam, ac quam in hac sibi vita comparare possit. Non negat, sed distulit fortassis eam naturæ Auctor, opportuno concedendam tempore, dum animos ipsa mora præparet. In ejus certe potestate est positum, non modo eas facultates, quibus nos instruxit, ad longe majorem perfectionis gradum evehere; verum etiam novas nobis indere, quarum nunc quidem nec imaginem nobis animo effingere possumus, quibus longius in naturæ systemate progressi, ac proprius ad ipsum, supremam scilicet, primamque rerum causam accedere nobis liceat. Ne scimus profecto, quam ad rem nostram accommodatum, opportunumque fuerit, non omnes simul a nobis cognitiones hauriri, sed quibusdam quasi gradibus

dibus ad scientias procedi , ut , dum recens inventa,
atque antea incognita cum iis conferimus , quibus
olim jam animum imbuimus , & ordinata in nobis
nasceretur notitia , & doctrina solidior ; nescimus ,
inquam , quid emolumenti habeat , aut quam neces-
faria sit hæc velut infantia , etiam animis intelligen-
tia præditis transeunda . Enimvero nova cognitio
non tam in eo sita est , quod mens ad rem ante-
hac ignoratam investigando perveniat , quam quod
eam cum aliis probe ante perspectis contendendo
pervideat , quæ mutua earum sit ratio , quis nexus ,
quid cum aliis commune , quid diversum ab iis ha-
beat . Ex his jam facile quisque videt , vim intel-
ligendi apud nos multo redi ampliorem , quam si
singularum rerum cognitiones singulas in unam deni-
que coalescere summam fingeremus ; & siquidem no-
vum quidpiam detegamus , accessionem , quæ ad eam
fit , tanto esse majorem , quanto plura jam antea
animo complectebamur , ut proinde incrementa hæc
haud quaquam rerum numero , quarum notitia ad-
jicitur , definiantur , sed longe plus momenti
habere sint censenda . * * * *

Finis.



