Problem.

Ueber die Berechnung der Bogenpfeiler bey Gewölbern und Bögen. Die Aufgabe ist zwar nicht ganz neu, und schon von de la Hire auf eine ähnliche Art aufgelöset worden;

Fig. I. Weil er aber den Winkel G. C. B = 45 Grad annimmt, welches der Natur der Sache nicht gemäß ist, indem in der Berechnung die Pfeiler überflüßig breit herauskommen würden; so stelle man sich die Sache folgender Gestalt vor:

Wenn ein Schwibbogen das Vermögen hat, seinen Pfeiler seitwärts zu drücken; so rührt solches unstreitig von dem Theile des

Bo-

Bogens G A D g her, denn wenn man nach der innern Oefnung C E perpentikulair E F zieht; so ruht unstreitig das Stück des Bogens F E B auf dem Pfeiler, und kann wegen der senkrechten Kraft der Schwere keinen Seitendruck verursachen; aber das freystehende Stück F E D A = G A D g übt seinen Druck, wegen der schrägen Zusammenfügung der Steine, gegen eine schiefe Fläche G g aus, und muß also nothwendig den Pfeiler nach der Richtung der Tangente e K von sich zustossen suchen: es läßt sich also hier sehr leicht ein Hebel denken, dessen Ruhpunkt L ist, denn wenn der Pfeiler E B H L dem Bogen ausweichen soll; so muß sich solcher offenbar um seine äusserste Ecke in L bewegen. Eine senkrechte Linie L K auf die Tangente e K ist der Hebelarm der Kraft, die Kraft selbst ist das Gewicht, oder welches einerley ist, wenn Bogen und Pfeiler gleich dick sind, der Flächeninhalt des Bogens G A D g multiplicirt mit dem Cosinus des Winkels G C B. Der Hebelarm der Last ergiebt sich aus der halben Breite des Pfeilers, und endlich die Last aus dem Flächeninhalt des Pfeilers, und der Theil des Bogens F E B zusammengenommen, und so wird es leicht seyn, die beyden Momente miteinander zu vergleichen.

Es

Es sey das Gewicht oder der Flächen-inhalt des Bogens GADg = P; so wird die Kraft, welche nach der Richtung der Tangente e K. drükt = P cosin: das ist, sie wird sich zum Flächeninhalt GADg verhalten, wie der Cosinus des Winkels GCB zum Sinototo. Der Flächeninhalt FEB sey = p. Die höhe des Pfeilers EH = h. seine Breite = X; so wird sein Flächeninhalt = h X, folglich die Last = h x † p. Man setze HI = m; so wird L K oder der Hebelarm der Kraft = [m — x] cos. der Hebelarm der Last = $\frac{1}{2}$, HL = $\frac{x}{2}$ folglich

$$\frac{x}{2}\,[hx + p] = P\,Cos.\,[m - x]\,Cos. \text{ oder}$$

$$hx^2 + px = 2PmCos^2 - 2PxCos^2.$$

$$\text{Dahero } x^2 + x\left[\frac{2PCos^2 + p}{h}\right] = \frac{2PmCos^2}{h}$$

$$\text{und } x = \sqrt{\frac{2PmCos^2}{h} + \left[\frac{PCos^2 + \frac{1}{2}p}{h}\right]^2} - \frac{PCos^2 + \frac{1}{2}p}{h}$$

Aus

Aus dieser Formel ergiebt sich die Breite des Pfeilers X und man wird sehen, daß sie nicht so unmäßig breit wie durch die lahirische Rechnung gefunden wird.

Wir haben im Vorhergehenden verschiedene Größen als bekannt angenommen, die zwar nicht alle gegeben sind; sie lassen sich aber durch eine leichte Rechnung finden. Zum Beyspiel: Es sey gegeben die innere halbe Oefnung des Bogens CE = r, die Breite des Bogens E B = a die Höhe des Pfeilers E H = h; so läßt sich aus diesen drey bekannten Stücken alles Uebrige bestimmen; denn nimmt man den Punkt c da an, wo die Mittenlinie der halben Bogenbreite die Perpentikularlinie E F schneidet; so hat man $\frac{CE}{ce}$ oder $\frac{r}{r} + \frac{1}{2}a$ = Cos. und hiemit den Winkel G C B erkannt. Es sind zwar in diesem Fall die Dreyecke F c G und g c E einander nicht ganz gleich; aber der Unterschied ist sehr gering, und hat einen so unmerklichen Einfluß auf die Rechnung, daß es nicht die Mühe lohnt, solchen genauer zu bestimmen. Weiter setzt man das Verhältniß im Zirkel 100 : 314 = 1 Tang so ist der Inhalt des Bogens A B E D = $\frac{\text{Tang}}{4} : (a^2 + 2ar.)$

der

der Inhalt des Stückes GgEB $= \frac{\text{Cos.}}{90} : \frac{\text{Tang}}{4} \left| a^2 + 2a1 \right| = p$ (wo Cos: die Anzahl der Grade des Winkels GCB bedeutet) zieht man diesen von dem Inhalt des ganzen Bogens ab, so bleibt der Inhalt des Stückes GADg $= P$ übrig; endlich ist die Linie Ee $= r$. Tang. folglich HI oder $m = h \text{ Tang} + r \text{ Tang}^2$, und hiemit die nöthige Vorbereitung gemacht.

Die Auflösung in Zahlen läßt man weg, um nicht weitschweifig zu seyn.