



Problem.

Ueber die Berechnung der Bogenpfeiler bey Gewölbern und Bögen. Die Aufgabe ist zwar nicht ganz neu, und schon von de la Hire auf eine ähnliche Art aufgelöset worden;

Fig. I. Weil er aber den Winkel $G. C.$ $B = 45$ Grad annimmt, welches der Natur der Sache nicht gemäß ist, indem in der Berechnung die Pfeiler überflüssig breit herauskommen würden; so stelle man sich die Sache folgender Gestalt vor:

Wenn ein Schwibbogen das Vermögen hat, seinen Pfeiler seitwärts zu drücken; so rührt solches unstreitig von dem Theile des

Ho-



Bogens $GADg$ her, denn wenn man nach der künftigen Desnung CE perpendicularitäre EF zieht; so ruht unstreitig das Stück des Bogens FEB auf dem Pfeiler, und kann wegen der senkrechten Kraft der Schwere keinen Seitendruck verursachen; aber das freystehende Stück $FEDA = GADg$ übt seinen Druck, wegen der schrägen Zusammensetzung der Steine, gegen eine schiefe Fläche Gg aus, und muß also nothwendig den Pfeiler nach der Richtung der Tangente eK von sich zustossen suchen: es läßt sich also hier sehr leicht ein Hebel denken, dessen Ruhpunkt L ist, denn wenn der Pfeiler $EBHL$ dem Bogen ausweichen soll; so muß sich solcher offenbar um seine äußerste Ecke in L bewegen. Eine senkrechte Linie LK auf die Tangente eK ist der Hebelarm der Kraft, die Kraft selbst ist das Gewicht, oder welches einerley ist, wenn Bogen und Pfeiler gleich dick sind, der Flächeninhalt des Bogens $GADg$ multiplicirt mit dem Cosinus des Winkels GCB . Der Hebelarm der Last ergiebt sich aus der halben Breite des Pfeilers, und endlich die Last aus dem Flächeninhalt des Pfeilers, und der Theil des Bogens FEB zusammengenommen, und so wird es leicht seyn, die beyden Momente miteinander zu vergleichen.

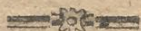
Es sey das Gewicht oder der Flächeninhalt des Bogens $GADg = P$; so wird die Kraft, welche nach der Richtung der Tangente $e K$. drückt $= P \cos$: das ist, sie wird sich zum Flächeninhalt $GADg$ verhalten, wie der Cosinus des Winkels GCB zum Sinototo. Der Flächeninhalt FEB sey $= p$. Die höhe des Pfeilers $EH = h$. seine Breite $= X$; so wird sein Flächeninhalt $= h X$, folglich die Last $= h x + p$. Man setze $HI = m$; so wird LK oder der Hebelarm der Kraft $= |m - x| \cos$. der Hebelarm der Last $= \frac{1}{2}$, $HL = \frac{x}{2}$ folglich

$$\frac{x |hx + p|}{2} = P \cos. |m - x| \cos. \text{ oder}$$

$$hx + px = 2 P m \cos^2 - 2 P x \cos^2$$

$$\text{Dahero } x + x \frac{2 P \cos^2 + p}{h} = \frac{2 P m \cos^2}{h}$$

$$\text{und } x = \frac{\sqrt{2 P m \cos^2 + |P \cos^2 + \frac{1}{2} p|} - P \cos^2 + \frac{1}{2} p}{h}$$



Aus dieser Formel ergiebt sich die Breite des Pfeilers X und man wird sehen, daß sie nicht so unmaßig breit wie durch die lahrische Rechnung gefunden wird.

Wir haben im Vorherrgehenden verschiedene Größen als bekannt angenommen, die zwar nicht alle gegeben sind; sie lassen sich aber durch eine leichte Rechnung finden. Zum Beispiel: Es sey gegeben die innere halbe Defnung des Bogens CE $\equiv r$, die Breite des Bogens EB $\equiv a$ die Höhe des Pfeilers EH $\equiv h$; so läßt sich aus diesen dreÿ bekannten Stücken alles Uebrige bestimmen; denn nimmt man den Punkt e da an, wo die Mittenlinie der halben Bogenbreite die Perpendicularlinie EF schneidet; so hat

$$\text{man } \frac{CE}{ce} = \frac{r}{r} + \frac{1}{2} a = \text{Cos. und}$$

hiemit den Winkel GCB erkannt. Es sind zwar in diesem Fall die Dreÿecke F e G und g e E einander nicht ganz gleich; aber der Unterschied ist sehr gering, und hat einen so unmerklichen Einfluß auf die Rechnung, daß es nicht die Mühe lohnt, solchen genauer zu bestimmen. Weiter setzt man das Verhältniß im Birkel 100: 314 \equiv 1 Tang so ist der Inhalt des Bogens ABED \equiv Tang: $\left(\frac{2}{a+2ar} \right)$
4
der

der Inhalt des Stückes G g E B =

$$\frac{\text{Cof.}}{90} \frac{\text{Tang}}{4} \left| \begin{array}{c} 2 \\ a + 2 a 1 \end{array} \right| = p$$

(wo Cof: die Anzahl der Grade des Winkels G C B bedeutet) zieht man diesen von dem Inhalt des ganzen Bogens ab, so bleibt der Inhalt des Stückes G A D g = P übrig; endlich ist die Linie E e = r. Tang.
 folglich H I ober m = h Tang + r Tang,
 und hiemit die nöthige Vorbereitung gemacht.

Die Auflösung in Zahlen läßt man weg,
 um nicht weitſchweſſig zu ſeyn.

